

ΕΑΠ / ΠΛΗ22 / ΗΛΕ.46
Ψηφιακές Επικοινωνίες

Βασικοί Τύποι
Ενδεικτική Μεθοδολογία
Ενδεικτικές Ασκήσεις

Ν.Δημητρίου

13.02.2024

Διερεύνηση Περιοδικότητας

1

- Πεδίο του χρόνου: Σήμα σε μορφή αθροίσματος περιοδικών με περιόδους T_1, T_2, \dots, T_N

Κριτήριο: $T = m_1 T_1 = m_2 T_2 = \dots = m_N T_N \quad m_1, m_2, \dots, m_N \in \mathbb{N}^*$

- Πεδίο των συχνοτήτων:

Το φάσμα πλάτους να είναι διακριτό
(παλποι $\delta(f - f_i)$ σε συχνότητες f_1, f_2, \dots, f_N).

Κριτήριο: $f = f_1/m_1 = f_2/m_2 = \dots = f_N/m_N, m_1, m_2, \dots, m_N \in \mathbb{N}^*$

ΓΕ2/2021/Θ1,4

ΓΕ2/1819/Θ2, ΓΕ3/1819/Θ1

ΓΕ2/1920/Θ1, ΓΕ3/1920/Θ1

ΕΞ2018Α/Θ2, ΕΞ2018Β/Θ1

ΕΞ2019Α/Θ1, ΕΞ2019Β/Θ5

Ασκήσεις

ΓΕ2/1718/Θ3, 7α.

ΕΞ. 2017Β/Θ1, ΕΞ2015Β/Θ2

2017Α/Θ6, ΕΞ 2015Α/Θ1

ΜΣ Fourier.

$$\cos(2\pi fct) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2} \{ \delta(f-f_c) + \delta(f+f_c) \} \quad \sin(2\pi fct) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2j} \{ \delta(f-f_c) - \delta(f+f_c) \}$$

$$\text{sinc}(t) \xleftrightarrow{F} \text{rect}(f) \quad \text{rect}(t) \xleftrightarrow{F} \text{sinc}(f)$$

$$\text{sinc}^2(t) \xleftrightarrow{F} \text{tri}(f) \quad \text{tri}(t) \xleftrightarrow{F} \text{sinc}^2(f)$$

Σημ. $\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$

Βασικές ιδιότητες

$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(f) \Leftrightarrow x(at) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{|a|} X\left(\frac{f}{a}\right), a > 0$$

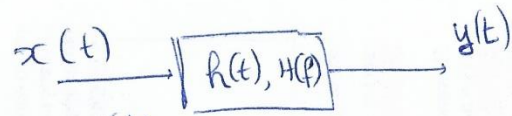
$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(f) \Leftrightarrow x(t-t_0) \xleftrightarrow{F} e^{-j2\pi f t_0} X(f)$$

$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(f) \Leftrightarrow e^{j2\pi f_0 t} x(t) \xleftrightarrow{F} X(f-f_0)$$

$$x(t) * g(t) \xleftrightarrow{F} X(f) \cdot G(f)$$

ΓΕ2/1920/Θ2,3,6

Ιδανικά φίλτρα.



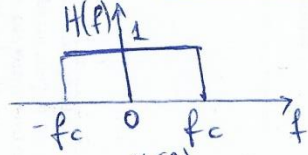
$$y(t) = x(t) * h(t)$$

κρουστική απάντηση

$$Y(f) = X(f) \cdot H(f)$$

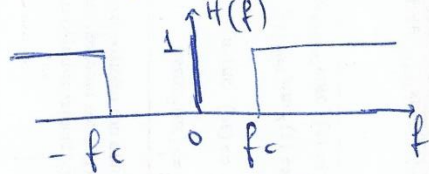
συνάρτηση μεταφοράς (απάντηση συχνότητας)

Βαθμη ερατό



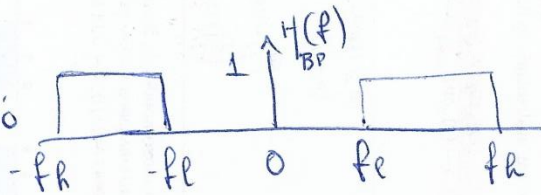
$$H(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{2f_c}\right)$$

Υψηλερατό



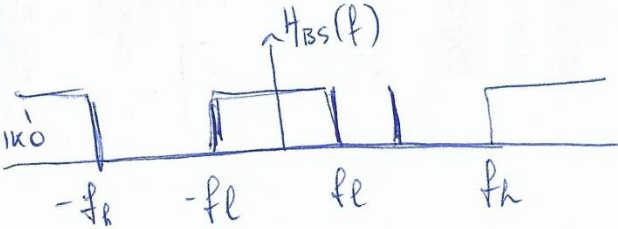
$$H(f) = 1 - \text{rect}\left(\frac{f}{2f_c}\right)$$

Ζωροπερατό



$$H_{BP}(f) = \text{rect}\left(\frac{f - \frac{f_l + f_h}{2}}{f_h - f_l}\right) + \text{rect}\left(\frac{f + \frac{f_l + f_h}{2}}{f_h - f_l}\right)$$

Ζωροπρακτικό



$$H_{BS}(f) = 1 - H_{BP}(f)$$

Διαμόρφωση πλάτους
 Σήμα $x(t)$ με εύρος ζώνης f_x ← σήμα πληροφορίας/μηνύματος

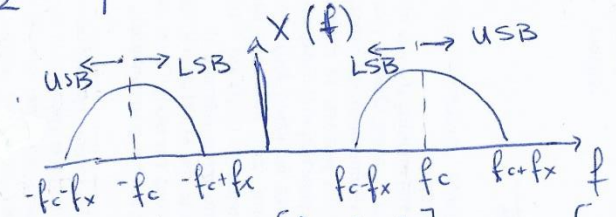
DSB: $x_{DSB}(t) = x(t) \cdot A_c \cos(2\pi f_c t)$

$X_{DSB}(f) = \frac{A_c}{2} \cdot \{ X(f-f_c) + X(f+f_c) \}$ Εύρος Ζώνης $W_{DSB} = 2f_x$

AM: $x_{AM}(t) = \{ 1 + x(t) \} A_c \cos(2\pi f_c t)$

Εύρος Ζώνης $W_{AM} = 2f_x$

$X_{AM}(f) = \frac{A_c}{2} \{ X(f-f_c) + X(f+f_c) \} + \frac{A_c}{2} \{ \delta(f-f_c) + \delta(f+f_c) \}$



SSB:

Εύρος Ζώνης $W_{SSB} = f_x$

Άνω πλευρική USB: Λήψη μέρους συχνοτήτων $[f_c, f_c+f_x]$ και $[-f_c-f_x, -f_c]$

Κάτω πλευρική LSB: Λήψη " " $[f_c-f_x, f_c]$ και $[-f_c, -f_c+f_x]$

- Ασκήσεις
 ΓΕ2/02,4,5
 ΕΞ2017B/02 ΕΞ2015A/02
 ΕΞ2017A/01

- ΕΞ2018A/03.2
 ΕΞ2018B/02β,γ
 ΕΞ2019A/02
 ΓΕ3/2021/01,2
 ΓΕ5/2021/05
 ΕΞ2020A/01
 ΓΕ3/1819/02
 ΓΕ3/1920/04,5
 ΓΕ5/1920/06

Διαμόρφωση Γωρίας

$$x_m(t) = A_c \cos \{ 2\pi f_c t + \varphi(t) \}$$

↑ περιέχει
σήμα πληροφορίας / μηνύματος εύρους f_x
(βλ. τέλος διαφάνειας)

Στιγμιαία Γωρία: $\theta(t) = 2\pi f_c t + \varphi(t)$ (σε rad)

Στιγμιαία κυκλική συχνότητα: $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = 2\pi f_c + \frac{d\varphi(t)}{dt}$ (σε $\frac{rad}{sec}$)

Στιγμιαία Συχνότητα: $f(t) = \frac{\omega(t)}{2\pi} = f_c + \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}$ (σε Hz)

Στιγμιαία Απόκλιση Συχνότητας: $\Delta f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}$

Λόγος Απόκλισης: $\frac{\max |\Delta f(t)|}{f_x} = \frac{\max \left| \frac{d\varphi(t)}{dt} \right|}{2\pi f_x}$

Εύρος Ζώνης Διαμορφωμένου σήματος
(Κανόνας Carson) $W = 2(D+1) f_x$

Διαμόρφωση Γωρίας:
 Διαμόρφωση φάσης (PM) $\varphi(t) = k_f x(t)$ → σήμα πληροφορίας
 Διαμόρφωση Συχνότητας (FM) $\varphi(t) = k_f \int_{-\infty}^t x(\lambda) d\lambda$
→ σήμα πληροφορίας

Σχετικές Ασκήσεις ΓΕ3/1718/03,4 ΕΞ 2017Α/02 ΕΞ 2015Α/01

- ΕΞ2018B/02δ
- ΕΞ2020B/01
- ΓΕ5/2021/05
- ΓΕ3/2021/03,4
- ΓΕ3/1819/04,6
- ΓΕ3/1920/06
- ΓΕ5/1920/05,6

Διερεύνηση Δειγματοληψίας

- Σήμα $x(t)$ με φάσμα περιορισμένου εύρους f_{max}

$$X(f) \neq 0, \quad |f| < f_{max}$$

$$X(f) = 0, \quad |f| > f_{max}$$

- Ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας (Nyquist)

$$f_{s, min} = 2 f_{max}$$

- Έκφραση στο πεδίο του χρόνου. (Δειγματοληπτό σήμα)
με συχν. δειγματοληψίας f_s .
" περίοδο " " $T_s = \frac{1}{f_s}$

$$x_s(t) = x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \cdot \delta(t - nT_s)$$

- Φάσμα δειγματοληπτού σήματος

$$X_s(f) = f_s \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f - m f_s)$$

Ασκίσεις.

ΓΕ3/1718/Θ1

ΕΞ 2017B/Θ1, 2017A/Θ1
2016A/Θ6, Θ1

ΓΕ3/1819/Θ3

ΓΕ3/2021/Θ2,6

Διαμόρφωση PCM

Σήμα $x(t)$ } Δειγματίζεται με συχνότητα δειγματοληψίας
 περιορισμένου }
 εύρους f_{max} }
 δηλ. $|x(t)| \neq 0, |f| \leq f_{max}$
 $|x(t)| = 0, |f| > f_{max}$

$$f_s \geq f_{s, \min} = 2f_{max} \quad (\text{samples/sec})$$

Υποθέτουμε L στάθμες κβάντισης (samples)

Διαδικά bits / στάθμη κβάντισης : $\eta = \lceil \log_2(L) \rceil$ (bits/sample)

Ρυθμός μετάδοσης δειγματοποιημένου σήματος : $R_s = f_s \left(\frac{\text{samples}}{\text{sec}} \right) \cdot \eta \left(\frac{\text{bits}}{\text{sample}} \right) = f_s \cdot \eta \left(\frac{\text{bits}}{\text{sec}} \right)$
 $= f_s \cdot \log_2 L$

Διαδικά κανάλια : μεταφέρουν $2 \frac{\text{bits/sec}}{\text{Hz}}$

Άρα Εύρος ζώνης PCM : $B_{PCM} \geq \frac{1}{2} f_s \cdot \log_2 L$ (Hz)

Για ομοιόμορφη κβάντιση : Σηματοθεωρητικός λόγος κβάντισης

$$SNR_q = 10 \log_{10}(L^2) = 20 \log_{10}(L) \quad (\text{dB})$$

Ασκήσεις

ΓΕ3/1718/Θ2, ΕΞ2013Α/Θ2
 ΕΞ2012Β/Θ2

ΓΕ3/1819/Θ6,
 ΓΕ5/1819/Θ5
 ΓΕ3/1920/Θ1,2
 ΕΞ2018Α/Θ3.3,3.4
 ΕΞ2019Β/Θ6
 ΓΕ3/2021/Θ2,5
 ΓΕ5/2021/Θ6