ΕΡΩΤΗΣΗ 1

1) Σελιδα 39 στο τέλος εκεί που λέει οτι το α ανήκει στο R*, τι συμβολίζει το R*?.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Το R είναι το σύνολο των πραγματικών αριθμών, το R* είναι το σύνολο των πραγματικών αριθμών εκτός του 0 (το α δεν μπορεί να είναι μηδέν εφόσον είναι στον παρονομαστή κλάσματος).

ΕΡΩΤΗΣΗ 2

2) Επìσης δεν καταλαβαίνω το σύμβολο στη σελίδα 40 στην πρώτη σειρά μετά την Απόδειξη εκεί οπου λέει J[x(at)]=.... Το σύμβολο που ξεκινάει η παράσταση και μοιάζει με J τι σημαίνει??

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Το σύμβολο που αναφέρετε (καλλιγραφικό F) είναι ο μετασχηματισμός Fourier F[x(αt)] του σήματος x(αt).

ΕΡΩΤΗΣΗ 3

3)Σε πολλα σημεία, όπως π.χ στον πίνακα στη σελίδα 54,55 αναφέρονται οι παραστάσεις με ένα * . Π.χ x*(t)... . Επίσης στη σελιδα 61 δεύτερη σειρά .. Σ V*n...
Γενικά οπου μπαίνει * στις παραστάσεις όπως στα παραπάνω (χωρίς να υποδηλώνει πράξη πολ/σμός..)
τι σημαίνει??

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για τις περιπτώσεις που αναφέρετε το σύμβολο * παριστάνει το συζυγή μιγαδικό , δηλ. αν το μιγαδικό σήμα x(t) γράφεται ως x(t)=a(t)+ j b(t) τότε το x*(t)=a(t) - j b(t) [όπου a(t),b(t) σήματα με πραγματικές τιμές] . Επίσης, αν ο μιγαδικός συντελεστής Vn ισούται με Vn=An+j Bn τότε έχουμε ότι V*n=An-jBn (όπου An και Bn πραγματικοί αριθμοί)
Ισχύει η γενική ιδιότητα για κάθε μιγαδικό αριθμό x=a+jb, ότι το γινόμενό του με το συζυγή του x*=a-jb ισούται με το τετράγωνο του μέτρου του (δηλαδή με α^2+β^2).

Σχετικά με το σύμβολο *, να έχετε υπόψη σας ότι σε πολλές περιπτώσεις συμβολίζει (ως πράξη σημάτων) τη συνέλιξη, δείτε τον ορισμό της στη σελ. 42 την ενότητα 2.3.3.7.

ΕΡΩΤΗΣΗ 4

Έχω κάποιες απορίες σχετικά με την 1η GE 11-12 Θέμα 1.
1) Σχετικά με το σήμα y(t)= u(t+2)-u(t-10).
Στο σχήμα που αναφέρεται στην ενδεικτική λύση
δεν καταλαβαίνω πόσο είναι το πλάτος του σήματος,
ούτε και με ποιο τρόπο υπολογίστηκε.
Δλδ στο σχήμα της απάντησης έχει γραμμοσκιαστεί
μια περιοχή μάλλον κάτω από το 1 αλλά δεν καταλαβαίνω
πως έγινε αυτή η επιλογή ?????

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

* Έχετε δίκιο, το πλατος του τετραγωνικού παλμού που ορίζεται από το y(t)= u(t+2)-u(t-10) είναι ίσο με τη μονάδα, στο σχήμα δεν έχει σχεδιαστεί με τη σωστή κλίμακα.

ΕΡΩΤΗΣΗ 5

- Επίσης υπάρχει κάποια μέθοδος όταν δίνεται η παράσταση ένος
τέτοιου σήματος να βρίσκει κάποιος τα χαρακτηριστικά του
για να το σχεδιάσει???

Δλδ εγώ για να καταλάβω πως λυνόταν η άσκηση ξεκίνησα
απο το τέλος προς την αρχή. Δλδ απο το σχήμα είδα ότι η
γραμμοσκιασμένη περιοχή έχει εύρος 12, το οποίο διαίρεσα
δια 2 και θεώρησα τη Xo =4 επειδή ήταν στη μέση.
Μετά έβαλα τα νούμερα στο τύπο της συνάρτησης
που περιγράφει ορθογωνικό παλμό με τη μοναδιαία
βηματική συνάρτηση, δλδ y(t)= u(t-(4-12/2))-u(t-(4+12/2)) <=>
y(t)= u(t-(4-6))-u(t-(4+6)) <=> y(t)= u(t-(-2))-u(t-10) <=> και
κατέληξα στην y(t)= u(t+2)-u(t-10)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

* Για την περίπτωση του παραδείγματος έχουμε τα εξής:
y(t)= u(t+2)-u(t-10)
δηλαδή έχουμε ένα μοναδιαίο βηματικό σήμα u(t+2) που έχει τιμή μηδέν για t<-2 και έχει τιμή 1 για t>-2, από το οποίο αφαιρείται ένα επίσης μοναδιαίο βηματικό σήμα u(t-10) που έχει τιμή μηδέν για t<10 και έχει τιμή 1 για t>10. Συνεπώς από την πράξη αυτή των σημάτων τα μοναδιαία πλάτη για t>10 αλληλοαναιρούνται και προκύπτει ο τετραγωνικός παλμός πλάτους 1 που εκτείνεται από to -2 ως το 10. Γενικά ένας τετραγωνικός παλμός με πλάτος V που εκτείνεται από το α έως το β μπορεί να γραφεί ως V rect { [t-((a+b)/2)]/ (b-a) }

Συνεπώς ο τετραγωνικός παλμός στο παράδειγμα γράφεται ως rect{ [t-((-2+10)/2)]/(10-(-2)) }=rect{ [t-4]/ 12 }

Δείτε και στον τόμο Β / μέρος Β το σχήμα 2.17 στη σελ.23 που απεικονίζει την περίπτωση κατασκευής συμμετρικού τετραγωνικού παλμού από τη διαφορά 2 βηματικών συναρτήσεων.

ΕΡΩΤΗΣΗ 6

Υπάρχει κάποια μέθοδος που αξιολογώντας τα δεδομένα εισόδου
να καταλαβαίνω την μορφή του παλμού ?? (Ειδικότερα για την περίπτωση που περιέγραψα
προηγουμένως, καθώς επίσης στην περίπτωση του μοναδιαίου βηματικού σήματος , και επίσης
τη περίπτωση του πραγματικού εκθετικού σήματος
και της Κρουστικής συνάρτησης δ(x) Dirac)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

* Οι στοιχειώδεις παλμοί (τετραγωνικοί, τριγωνικοί, dirac) και ο τρόπος σχεδίασής τους αναφέρονται στον τόμο Β / μέρος Β στην ενότητα 2.2.7, δείτε το και αν έχετε κάποια απορία να τα ξαναπούμε.

ΕΡΩΤΗΣΗ 7

2) Στη συνέχεια στην ίδια άσκηση δεν καταλαβαίνω στον υπολογισμό του ΜΣ Fourier g(t) = x(t)y(t)
πως καταλήγει στην επιλογή g(t) = x(t)y(t) = -4Λ((t-5)/3)

Τα υπόλοιπα που υπάρχουν στις παραστάσεις γιατί λείπουν.
Δλδ στην x(t) το 2Λ((t+4)/2) και ολοκληρη η y(t)= u(t+2)-u(t-10).

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

* Το x(t) αποτελειται από το άθροισμα 2 τριγωνικών παλμών (ο ένας εκτείνεται από t=-6 έως t=-2 και ο άλλος από t=2 έως t=8). Αυτό το σήμα πολλαπλασιάζεται με το y(t) που , όπως αναφέραμε και παραπάνω, εκτείνεται από t=-2 έως t=10 και είναι μηδενικό σε όλες τις υπόλοιπες χρονικές στιγμές). Συνεπώς, με το γινόμενο x(t)y(t) πολλαπλασιάζοντας τις τιμές των αντίστοιχων χρονικών στιγμών για τα x(t) και y(t), το αποτέλεσμα θα είναι μη μηδενικό μόνο για τα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα που και το x(t) και το y(t) ειναι μη μηδενικά. Αυτό ισχύει μόνο στο διάστημα (2,8) όπου το μεν x(t) αντιστοιχεί στον τριγωνικό παλμό -4Λ((t-5)/3) και το y(t) παίρνει σε όλο το διάστημα μοναδιαία τιμή, οπότε το αποτέλεσμα του γινομένου είναι ίσο με -4Λ((t-5)/3) x 1=-4Λ((t-5)/3)

ΕΡΩΤΗΣΗ 8

1)Για τον ορισμό του τετραγωνικού παλμού ισχύει η σχέση που υπάρχει στο Β τομο ΨΕ,

σελίδα 24, δλδ rect((x-x0)/a)....
παρόλα αυτά για τον υπολογισμὸ του ΜΣ Fourier τετραγωνικού παλμού στη σελίδα 48 του ίδιου βιβλίου στο τέλος χρησιμοποιείται ο ορισμός rect(t) |t|<1/2 δλδ σαν να υπολογίζει παλμό με κέντρο 0 και πλάτος 1.
Γιατί υπάρχει αυτός ο περιορισμός;;
Στην γενική περίπτωση ποιός είναι ο ΜΣ Fourier τετραγωνικού παλμού;;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Στη σελ.24 σας δίνεται ο γενικός ορισμός του τετραγωνικού παλμού rect((x-x0)/a) (κέντρο x0 και εύρος σχεδίασης a) όπου το x μπορεί να αναπαριστά το χρόνο t ή τη συχνότητα f ανάλογα με το πεδίο όπου μελετάται ο παλμός.
Στη σελ.48 υπολογίζεται ο ΜΣ Fourier της πιο απλής μορφής παλμού , δηλ. αυτού με κέντρο στο 0 και εύρος σχεδίασης 1, rect(t). Για να βρείτε το ΜΣ Fourier της γενικής μορφής rect((t-to)/a) θα πρέπει να λάβετε υπόψη την ιδιότητα αλλαγής κλίμακας (για την κλιμάκωση του εύρους κατά a) και τη χρονική μετατόπιση κατά to, οπότε με την εφαρμογή τους ο ΜΣ Fourier είναι ο e^(-j2πfto) * asinc(af).

ΕΡΩΤΗΣΗ 9

2) Δεν καταλαβαίνω την έννοια του Δυισμού σελ 42. Μου δίνει την εντύπωση αντίστροφου ΜΣ Fourier. Ισχύει αυτό;

Επίσης απορία με το συμβολισμό σελ 42.. Το x(t) είναι η συνάρτηση στο χρόνο και X(f) η ΜΣ κατα Fourier συνάρτηση σε συχνότητα.
Το κεφαλαίο X(t) τι σημαίνει , καθώς και το χ(-f)..

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Στο δυισμό ισχύει ότι αν x(t)<->G(f) τότε G(t)<->x(-f).
Παράδειγμα: x(t)=cos(2πat)<-> 0.5[δ(f-a)+δ(f+a)]=G(f)
Λόγω δυισμού θα έχουμε: G(t)= 0.5[δ(t-a)+δ(t+a)]<->x(-f)=cos(2πα(-f)) = cos(2πaf) , επειδή ισχύει ότι cos(-x)=cos(x).

ΕΡΩΤΗΣΗ 10

3) Στη σελιδα 63 παρ 2.4.6 για τη Συσχέτιση ενεργιακών σημάτων
και ποιό κάτω για την Αυτοσυσχέτηση σήματος.
Το σύμβολο * στον ορισμό Rxy(t)=x(t) * y*(-t).....
τι συμβολίζει σε κάθε περίπτωση

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Η συσχέτιση ισούται με τη συνέλιξη του x(t) με το μιγαδικό συζυγές του σήματος y(-t)

ΕΡΩΤΗΣΗ 11

Επίσης ενώ αναφέρεται σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα τ γιατί ολοκληρώνει από - àπειρο μέχρι +άπειρο???

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Η σχετική διαφορά των δυο σημάτων είναι t και ο υπολογισμός γίνεται για όλη τη διάρκεια των δύο σημάτων (που στη συγκεκριμένη έκφραση αντιπροσωπεύεται από το -oo<τ<+oo)

ΕΡΩΤΗΣΗ 12

4) Στην άσκηση 2011-12 θεμα 2 δεν καταλαβαίνω πως φεύγει απο το ΜΣ Fourier
Z(f)=F{[t/120.....][1/2(exp(j2πφτ+exp(-j2πφt))]....
Το δεύτερο μέρος δλδ το [1/2(exp(j2πφτ+exp(-j2πφt))]..

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Με βάση τη σχετική ιδιότητα ολίσθησης συχνότητας, το γινόμενο ενός σήματος x(t) με exp(-/+ j2πfoτ) δίνει στο πεδίο συχνοτήτων φάσμα X(f ± fo)

ΕΡΩΤΗΣΗ 13

5) Αντίστοιχη απορία έχω με την εργασία 2010-11 στο θέμα 3.
Στη προκειμένη περίπτωση δεν καταλαβαίνω πως φεύγει
το sin(2πft).

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Αντίστοιχα, το γινόμενο ενός σήματος x(t) με sin(2πfot) δίνει στο πεδίο συχνοτήτων φάσμα (1/2j) [X(f - fo)-X(f+fo)]

ΕΡΩΤΗΣΗ 14

Απλώς για επιβεβαίωση και για τα δύο προηγούμενα ερωτήματα το exp(..) είναι ο συμβολισμός του e υψωμένο στην παράσταση που υπάρχει (..) μέσα στην παρένθεση;;;;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Ναι, ισχύει ότι exp(f(x))=e^(f(x))

ΕΡΩΤΗΣΗ 15

Δυσκολεύομαι με τη περιγραφή του βιβλίου ΨΕ ΙΙ σελ 24,25 παρ 2.2.7.1 σχήμα 2.9 και 2.10.

Αυτό που δεν καταλαβαίνω είναι στον ορισμό του τετραγωνικού παλμού και συγκεκριμένα στο σχήμα 2.9 όπου γίνεται αναφορά στα μεγέθη x, x0, και α σαν να εκφράζουν χρόνο η συχνότητα;;; Ή μπορεί να χρησιμοποιούνται και σαν χρόνος και σαν συχνότητα.

Το λέω αυτό γιατί στο παραδίπλα σχήμα 2.10 φαίνεται ότι είναι χρόνος. Το ίδιο και στο σχήμα 2.13 στο παράδειγμα του τριγωνικού παλμού.

Από την άλλη μεριά στη άσκηση 2010-11 ΘΕ 5

υπολογίζει το φάσμα με τη σχέση X(f) =Λ(f/1000) +0.5Π((f-2000)/2000).....
Δλδ τα μεγέθη αναφέρονται σε συχνότητα.

Τι ακριβώς ισχύει;;;;;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Ισχύει αυτό που λέτε, η περιγραφή της μεθοδολογίας σχεδίασης των παλμών (ορθογωνικών, τριγωνικών) γίνεται υποθέτοντας μια ανεξάρτητη μεταβλητή x που μπορεί να αντιστοιχεί στο χρόνο t (αν σχεδιάζεται παλμός στο πεδίο του χρόνου) ή στη συχνότητα f (αν σχεδιάζεται παλμός στο πεδίο των συχνοτήτων).

ΕΡΩΤΗΣΗ 16

1) Ειπώθηκε στη 1 ΟΣΣ ότι όταν κάνουμε ΜΣ Fourier απο πεδίο χρόνου στο πεδίο συχνότητας μια καλή μέθοδος είναι να ξεκινάμε απο την πιο απλη μορφή και με τη χρήση ιδιοτήτων και γνωστών μετασχηματισμών να καταλήγουμε στις πιο σύνθετες.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

**Σωστά

ΕΡΩΤΗΣΗ 17

Δοκίμασα λοιπόν να εφαρμόσω τη μέθοδο στο παράδειγμα του ΙΙ βιβλίου σελ 25, σχ 2.10. να μετασχηματίσω δλδ τον τετραγωνικό παλμό στο πεδίο συχνοτήτων.

$x(t)=rect((t-1)/2) \leftrightarrow X(f)$

Έκανα λοιπόν τα παρακάτω:

1) $rect(t) \leftrightarrow sinc(f)$
2) $rect(t-1) \leftrightarrow exp(-j2\pi f\,(1))\, sinc(f)$ // με την χρήση της ιδιότητας Χρονική Μετατόπιση όπου t0= 1
3) $rect((t-1)/2) \leftrightarrow 1/\alpha\, exp(-j2\pi f\,(1))\, sinc(f/\alpha)$ // με την χρήση της ιδιότητας Αλλαγή Κλίμακας, όπου $\alpha = 2$

Το αποτέλεσμα που κατέληξα είναι σωστό ??????

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Σωστό, όπου $\alpha=1/2$ (διαιρούμε με 2 στο πεδίο του χρόνου, οπότε πολλαπλασιάζουμε με 2 στο πεδίο των συχνοτήτων.

ΕΡΩΤΗΣΗ 18

Αυτό που με μπερδεύει στη διαδικασία είναι το γεγονός οτι όταν υπάρχουν αρκετά ενδιάμεσα βήματα, η συνάρτηση έχει είδη μετατραπεί σε κάποιο προηγούμενο βήμα. Σε αυτή την περίπτωση στο επόμενο βήμα παίρνουμε την παράσταση από το τελευταίο βήμα ???? δλδ στο παράδειγμα που ανέφερα στο βὴμα 2) παίρνουμε την παράσταση $rect(t-1) \leftrightarrow exp(-j2\pi f\,(1))\, sinc(f)$ με την χρήση της ιδιότητας Χρονική Μετατόπιση. Στο επόμενο βήμα 3) θα κάνω την μετατροπή πάνω στην παράσταση του βήματος 2)???

δλδ $1/\alpha\, exp(-j2\pi f\,(1))\, sinc(f/\alpha)$.....

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Εδώ υπάρχει μια λεπτομέρεια: Η ιδιότητα της αλλαγής κλίμακας (πολλαπλασιασμός με α στη συχνότητα) αφορά μόνο το ΜΣ Fourier του x(t) και όχι τον εκθέτη του exp(-j2πf (1)).

Γενικά τα βήματα που σχετίζονται με τις ιδιότητες χρονικής μετατόπισης-αλλαγής κλίμακας μπορούν να γίνουν με οποιαδήποτε σειρά, αφού στην ουσία δεν επηρεάζουν το ένα το αποτέλεσμα του άλλου:

Δείτε παρακάτω:

Θέλουμε το ΜΣ Fourier του x[(t-to)/a] όταν γνωρίζουμε ότι x(t) <-> G(f)

1ος τρόπος:
x(t) <-> G(f)
x(t-to) <->exp(-j2πfto) G(f) χρονική μετατόπιση to
x[(t-to)/a] <->exp(-j2πfto) aG(af) αλλαγή κλίμακας a

2ος τρόπος:
x(t) <-> G(f)
x[t/a] <-> aG(af) αλλαγή κλίμακας a
x[(t-to)/a] <->exp(-j2πfto) aG(af) χρονική μετατόπιση to

Δηλαδή με όποια σειρά και αν εφαρμόσετε τα βήματα, καταλήγετε στο ίδιο αποτέλεσμα.

ΕΡΩΤΗΣΗ 19

Θέλω να ρωτήσω σχετικά με το 7 θέμα , γ,δ.
Σε αυτά τα υποερωτήματα ο χρόνος μπαινει
σαν πολλαπλασιαστικός παράγοντας. Για να μπορέσω να βρώ την
περίοδο θα πρέπει να τα μετατρέψω σε μορφή που να μην υπαρχει
ο χρόνος σαν πολλαπλασιαστικός παράγοντας??

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Εδώ θα πρέπει να σκεφτείτε αν το γινόμενο του (1/t) με το x1(t) μπορεί να αντιστοιχεί σε ένα από τα χαρακτηριστικά σήματα που είδαμε και στην ΟΣΣ. Εαν ο χρόνος παραμένει ως συντελεστής σε όρο του αθροίσματος, δεν μπορείτε να εφαρμόσετε απευθείας το κριτήριο περιοδικότητας για άθροισμα περιοδικών σημάτων, διότι αυτό σχετίζεται με αθροίσματα που έχουν σταθερούς συντελεστές σε κάθε όρο. Να δείτε λίγο το ερώτημα 4ε της ΓΕ1/0809 και το ερώτημα 1γ των εξετάσεων 2012Β που χρησιμοποιούν παρόμοια μεθοδολογία.

ΕΡΩΤΗΣΗ 20

2) Στην άσκηση των εξετάσεων 2012_Β θèμα 1 δ στην απάντηση αναφέρει σαν αποτέλεσμα το ΜΣ Fourier 1/2j [δ(f-10)-δ(f+10)] +tri(f/5)+1,

και σχολιάζει την απάντηση
"

_Το σήμα έχει συνεχές φάσμα πλάτους συνεπώς δεν είναι περιοδικό. Επίσης δεν έχει περιορισμένο εύρος ζώνης, συνεπώς δεν ορίζεται ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας

"
Το συνεχές φάσμα πλάτους που αναφέρει από που προκύπτει από τη συνάρτηση (απο το +1 ??)
Δλδ απο που φαίνεται από την προηγούμενη παράσταση το συνεχές φάσμα πλάτους.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Φαίνεται από το άθροισμα 1+ tri(f/5) που έχει συνεχές πεδίο ορισμού (δεν μπορεί να εκφραστεί με συναρτήσεις dirac).

ΕΡΩΤΗΣΗ 21

Επίσης απο που φαίνεται από την προηγούμενη παράσταση το περιορισμένο εύρος ζώνης που αναφέρει
στη συνεχεία.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Αυτό θα το δούμε στην επόμενη εργασία και ΟΣΣ, σήματα περιορισμένου εύρους ζώνης είναι αυτά που το φάσμα τους δεν εκτείνεται στο άπειρο, δηλαδή |G(f)|<>0, όταν |x|<xo και |G(f)|=0, όταν |x|>xo

ΕΡΩΤΗΣΗ 22

Στο βιβλίο ΨΕ ΙΙ, στη σελίδα 56 στο τυπολόγιο των ΜΣ Fourier των βασικών συναρτήσεων , ο τελευταίος τύπος στην σελίδα 56 αναφέρεται στο ΜΣ Fourier τετραγωνικού παλμού και στο πεδίο του χρόνου γράφει W/π sinc (Wt/π) = (sin (Wt))/πt

Αντίστοιχα ο δεύτερος τύπος στη σελίδα 57 για την περίπτωση του τριγωνικού γράφει (W/π) (sin (Wt))/Wt) υψωμένο στο 2.
Για την περίπτωση του τριγωνικού ισχύει το αντίστοιχο ισοδύναμο σε sinc δλδ ισχύει (W/π) (sinc (Wt/π)) υψωμένο στο 2 = (W/π) (sin (Wt))/Wt) υψωμένο στο 2.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Ο συντελεστής (W/π) δεν είναι υψωμένος στο τετράγωνο, δείτε αναλυτικά παρακάτω:

Έχουμε ότι:

$(W/\pi) * (\sin (Wt))/Wt)^{\wedge 2} = (W/\pi) * \{\sin (\pi(W/\pi)t)) / [\pi(W/\pi)t\}^{\wedge 2} = (W/\pi) * \mathrm{sinc}^{\wedge 2}(Wt/\pi)$

κι επειδή
$\mathrm{sinc}^{\wedge 2}(t)$ <-> tri(f) => /αλλαγή κλίμακας/
=> $\mathrm{sinc}^{\wedge 2}(Wt/\pi)$ <->[1/(W/π)] * tri[f/(W/π)]=> /πολλαπλασιασμός και στα 2 πεδία με (W/π) /
=>(W/π) $\mathrm{sinc}^{\wedge 2}(Wt/\pi)$ <-> tri[f/(W/π)]

όπου '*' το σύμβολο του γινομένου.

ΕΡΩΤΗΣΗ 23

Σχετικά με τις ιδιότητες της συνάρτησης dirac ισχύει η ιδιότητα

f(t)*δ(t-to)=f(t-to).

Έχω τις παρακάτω απορίες για τη χρήση αυτής της σχέσης:

1) Η παραπάνω σχέση είναι στο πεδίο του χρόνου όπου t,to εκφράζει χρόνο.
Έτσι αναφέρεται και στις σημειώσεις που στείλατε(plh22_a3_wk2.pdf, σελ 35, στο τέλος)
Αυτή η σχέση ισχύει και στο πεδίο συχνοτήτων????
Δλδ η έκφραση g(f)*δ(f-fo)=g(f-fo) είναι σωστή ??? (Όπου f,fo συχνότητες)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Βεβαίως.

ΕΡΩΤΗΣΗ 24

Η απορία μου δημιουργήθηκε διαβάζοντας την γραπτή εργασια 1 2010-11 θέμα 1 όπου θα απομονώσω ένα μόνο τμήμα της παρακάτω για να δείξω το σημείο που με μπερδεύει.

Αναφέρει λοιπον:

sinc(f/2fo) exp(-j2π(f/4fo)) * δ(f-fo) και εφαρμόζοντας μάλλον την ιδιότητα f(t)*δ(t-to)=f(t-to) το μετασχηματίζει παρακάτω σε

sinc((f-fo)/2fo) exp(-j2π(f-fo)/4fo)

Έτσι η πρώτη απορία όπως είπα και παραπάνω είναι ότι η ιδιότητα εφαρμόζεται για συχνότητα.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Ναι, στο παράδειγμα που αναφέρετε γίνεται εφαρμογή της ανωτέρω ιδιότητας στην έκφραση στο πεδίο των συχνοτήτων.

ΕΡΩΤΗΣΗ 25

Η δεύτερη ερώτηση είναι αν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε είτε συχνότητες , είτε χρόνο σε όλες τις ιδιότητες.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Γενικά, οι ιδιότητες της συνάρτησης dirac δ(x) ισχύουν υποθετοντας την ανεξάρτητη μεταβλητή x να ανήκει σε οποιοδήποτε πεδίο.

ΕΡΩΤΗΣΗ 26

Το τρίτο που θέλω να ρωτήσω είναι ότι στην ιδιότητα f(t)*δ(t-to)=f(t-to) φαίνεται απο την παράσταση ότι ίσχύει όταν έχω συνέληξη μιας συνάρτησης (π.χ sinc(t)) με συνάρτηση dirac (π.χ δ(t-to)).

Στο παράδειγμα όμως που ανάφερα παραπάνω μπαίνει και μια εκθετική συνάρτηση exp(-j2π(f/4fo)) που απο ότι φαίνεται μετασχηματίζεται και αυτή απο τη συνάρτηση dirac

έτσι όμως δεν έπρεπε ο ορισμός να ήταν (f(t)g(t))*δ(t-to)=f(t-to)g(t-to) ???

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Γενικά εαν η συνάρτηση dirac δ(x-xo) συνελίσσεται με μια συνάρτηση h(x) (που και αυτή μπορεί να γραφεί ως γινόμενο ή άθροισμα άλλων συναρτήσεων) το τελικό αποτέλεσμα θα είναι η έκφραση της συνάρτησης αυτής μετατοπισμένη στο σημείο x-xo.

ΕΡΩΤΗΣΗ 27

Η εκθετική σε ανάλογες περιπτώσεις μετασχηματίζεται και αυτή από τη συνάρτηση dirac ????

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Και για την εκθετική συνάρτηση, ισχύει η ανωτέρω μετατόπιση που εξήγησα.

ΕΡΩΤΗΣΗ 28

Τέλος θα ηθελα να κάνω μια γενικη διευκρινιστική ερώτηση σε σχέση με τις ιδιότητες και
τους ΜΣ fourier που είναι στους πινακες του βιβλίου (σελ. 54..57)

Οι σχέσεις ισχύουν και για χρόνο και για συχνότητα????
Δλδ αν για παράδειγμα πάρουμε τη ιδιότητα της χρονικής μετατόπισης
σύμφωνα με τον πίνακα είναι x(t-to) <-> exp(-j2pfto)X(f).
Ισχύει και για συχνότητες η σχέση??
Δλδ είναι σωστό να γράψω x(f-fo) <-> exp(-j2ptfo)X(t).

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Η ιδιότητα χρονικής μετατόπισης αντιστοιχεί στην ιδιότητα ολίσθησης συχνότητας.

Δηλαδή, αν x(t)<->G(f)
με χρονική μετατόπιση έχουμε:
x(t-to)<-> exp(-j2π f to) G(f)
με ολίσθηση συχνότητας έχουμε:
x(t) exp(j2π fo t)<-> G(f-fo)

ΕΡΩΤΗΣΗ 29

θα ήθελα να ρωτήσω εάν οι σχέσεις Euler ισχύουν και στο
πεδίο των συχνοτήτων.
δηλαδή ισχύει exp(j2πf)+exp(-j2πf)=2cos(2πf)?

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Βεβαίως, οι σχέσεις Euler ισχύουν υποθέτοντας οποιαδήποτε ανεξάρτητη μεταβλητή (άρα στην περίπτωσή μας και στο πεδίο του χρόνου και στο πεδιο των συχνοτήτων).

ΕΡΩΤΗΣΗ 30

Στην προσπάθειά μου να λύσω το θέμα 3 της εργασίας, έχω μπερδευτεί αρκετά.

Βασικά στο Θέμα 3 δίνονται ώς σχετικές ασκήσεις/θέματα τα:

Θ3/ΓΕ1/2008-2009 και Θ1/ΓΕ1/2010-2011, τα οποία δε θεωρώ ότι δεν είναι συναφή με τον αντίστροφο ΜΣΧ Fourier (ίσως είναι μόνο συναφή με τη σχεδίαση μόνο).

Αντίθετα θεωρώ πιο συναφές το Θ2/ΓΕ1/2008-2009, αλλά έχω κάποιες απορίες.

Στη λύση (α υποερώτημα) αναφέρεται ότι :

Π(t) <--> sinc(f)

x(t)exp(j2πf0t) <--> X(f-f0)

X(t/a)/|a| <--> X(af) : Ισχύει και αυτό;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Ναι, αντιστοιχεί στην ιδιότητα αλλαγής κλιμακας

ΕΡΩΤΗΣΗ 31

Στη λύση του συγκεκριμένου υποερωτήματος (το οποίο είναι αντίστοιχο με το β υποερώτημα του Θ3 της φετινής εργασίας), απ'ότι καταλαβαίνω κάνει συνδυασμό αλλαγής κλίμακας και ολίσθησης συχνότητας κάτι που χρειάζεται και στη φετινή εργασία.

Μπερδεύομαι στο εξής :

Ξεκινάω λέγοντας ότι π.χ.

sinc$^{\wedge 2}$(t) <--> tri(f)

Σκοπός μου είναι στο δεξί μέρος να σχηματίσω π.χ. το tri[(f-a)/b]

Καταρχάς, είναι το ίδιο είτε ξεκινήσω με αλλαγή κλίμακας είτε με ολίσθηση συχνότητας;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Ναι εφόσον κάθε ιδιότητα έχει διαφορετική επίδραση στο τελικό ΜΣ Fourier

ΕΡΩΤΗΣΗ 32

Ξεκινάω έστω με ολίσθηση συχνότητας.

Οπότε η παραπάνω σχέση γίνεται :

exp(j2πat) sinc$^{\wedge 2}$(t) <--> tri (f-a).

Τώρα όμως, γιατί μπορώ να χρησιμοποιήσω την αλλαγή κλίμακας, αφού δεν έχω tri(f) ώστε να φτάσω στο tri(f/a), αλλά έχω tri(f-a);

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

**Εδώ υπάρχει ένα βασικό σημείο: Η αλλαγή κλίμακας επιδρά σε ολόκληρη την έκφραση που περιέχει το f και όχι μόνο στο f, δηλ.

exp(j2πat) sinc$^{\wedge 2}$(bt) <--> (1/b) tri [(f-a)/b]

Αντίστοιχα, αν δεν είχατε υποθέσει πρώτα τη ολίσθηση συχνότητας θα ειχατε:

sinc$^{\wedge 2}$(bt) <--> (1/b) tri [f/b]

και με τη χρονική ,μετατόπιση θα καταλήγατε στην ίδια έκφραση:

exp(j2πat) sinc$^{\wedge 2}$(bt) <--> (1/b) tri [(f-a)/b]

ΕΡΩΤΗΣΗ 33

>>> Αφού δηλ. x(t/a)/lal <--> X(af) αλλά και x(at) <--> X(f/a)/lal, ισχύει ότι οι πίνακες των μετασχηματισμών Fourier ισχύουν και αντικαθιστώντας όπου f το t και όπου t το f και αλλάζοντας το όνομα της στήλης "Πεδίο Χρόνου t" σε "Πεδίο Συχνότητας f" και αντίστοιχα το όνομα της στήλης "Πεδίο Συχνότητας f " σεΠεδίο

Χρόνου t" ; Η' αλλιώς είναι σαν να είναι η μία στήλη Πεδίο α και η άλλη Πεδίο β, και τα t, f να είναι είτε πεδίο α είτε πεδίο β;;;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

> Μάλλον υποννοείτε την ιδιότητα του δυϊσμού, σύμφωνα με την οποία αν

x(t)<->G(f) τότε ισχύει ότι G(t)<->x(-f).

Αν το σήμα x(t) είναι άρτιο , δηλ. η μορφή του x(t) είναι συμμετρική

ως προς t (άρα θα είναι και συμμετρική ως προς f) θα έχουμε ότι

x(-f)=x(f) οπότε τελικά θα έχουμε ότι G(t)<->x(f).

Παραδείγματα τέτοιας συμμετρίας έχουμε με τα σήματα sinc(t),

sinc^2(t), rect(t), tri(t). Γι αυτό μπορούμε π.χ. να πούμε ότι

ισχύει sinc(t)<->rect(f) αλλά και rect(t)<->sinc(f).

ΕΡΩΤΗΣΗ 34

> Έχω την παρακάτω απορία σε σχέση με την ιδιότητα της παραγώγισης στο πεδίο συχνοτήτων του ΜΣ fourier σελίδα 55.

> Η ιδιότητα αναφέρει το εξής:

> t x(t) <-> j 1/2π dX(f)/df

>

> Προσπάθησα να εφαρμόσω τον τύπο για την συνάρτηση sinc(t).

> Γνωρίζοντας ότι sinc(t) <-> rect(f) έχουμε

>

> t sinc(t) <-> j 1/2π d rect(f)/df

>

> Και εδώ κόλλησα. Ποιά είναι η παράγωγος του d rect(f)/df????

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Αναζητάτε το ΜΣ Fourier του tsinc(t) = t * sin(πt)/πt =sin(πτ) / π, που αντιστοιχεί σε ημιτονικό σήμα με γνωστό ΜΣ Fourier, δεν χρειάζεται να καταφύγετε στην ιδιότητα της παραγώγισης.

ΕΡΩΤΗΣΗ 35

Μία από τις ιδιότητες της κρουστικής συνάρτησης είναι η παρακάτω:

f(t)*δ(t-to)=f(t-to).

Όταν η αρχική συνάρτηση f(t) είναι σε κλασματική μορφή η παραπάνω

ιδιότητα ισχύει???

Π.χ Έστω to=7.

Τότε η σχέση rect(t/5) * δ(t-7)= rect(t/5-7) είναι σωστή ????????????

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Υποθέτω ότι εννοείτε την ιδιότητα της συνέλιξης με την κρουστική συνάρτηση. Με βάση την ιδιότητα αυτή έχουμε ότι η ανεξάρτητη μεταβλητή t που περιέχεται στη συνάρτηση f(t) αντικαθίσταται από το 't-to' . Στο παράδειγμα που αναφέρετε έχουμε ότι rect(t/5) * δ(t-7)= rect[(t-7) / 5], δηλ. ο παλμός που ήταν κεντραρισμένος στο 0 μετά τη συνέλιξη θα είναι κεντραρισμένος στο t=7.

ΕΡΩΤΗΣΗ 36

Είναι γνωστό ότι ισχύει η σχέση sinc(t) = (sin(πt)) / πt

Αν όμως ο χρόνος στη sinc έχει κάποιο συντελεστή

π.χ sinc(7t) τότε ισχύει η σχέση sinc(7t) = (sin(π7t)) / πt ????

Αν όχι πως μπορεί να μπει ο συντελεστής στην sin()....

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

** Ο ορισμός είναι sinc(x)=sin(πx)/(πx)

οπότε για το παράδειγμα που αναφέρετε έχουμε sinc(7t)=sin(π7t)/(π7t)