

ΕΡΩΤΗΣΗ 1

Γενικά θεωρούμε ότι τα μέγιστα πλάτη των σημάτων πληροφορίας έχουν θετική τιμή;

Δηλ., ενδέχεται να είναι π.χ. $A_0 = -5$.

Η απορία μου δημιουργήθηκε κοιτώντας την ΓΕ2/Θ2/2010-2010 που μας δείξατε, όπου στον τύπο για το D το A_0 βγήκε εκτός του $\max(| \cdot |)$, χωρίς την απόλυτη τιμή.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Δεν είναι απαραίτητο το μέγιστο πλάτος να αντιστοιχεί σε θετική τιμή, θα μπορούσε ένα σήμα $x(t)$ να έχει $\max(x(t))=A$, $\min(x(t))=B$ με $B < 0 < A$ και $\text{abs}(B) > \text{abs}(A)$, οπότε στη σχέση του λόγου απόκλισης θα χρησιμοποιούσαμε την απόλυτη μέγιστη τιμή, δηλ. το $\text{abs}(B)$. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα που είδαμε στην ΟΣΣ, το σήμα πληροφορίας είναι συνημιτονικό (με συμμετρική διακύμανση ως προς το 0) οπότε $\text{abs}(B) = \text{abs}(A) = A_0$

ΕΡΩΤΗΣΗ 2

Σε πολλές βιβλιογραφίες και στο διαδίκτυο παρατηρώ πως το σήμα FM παριστάνεται ως εξής.

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right]$$

Το βιβλίο μας όμως και γενικότερα στις εργασίες το σήμα FM παριστάνεται χωρίς το 2π πριν το k_f .

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right]$$

Ποια έκφραση δεχόμαστε ως σωστή?

Για το σήμα PM δεν έχω δει διαφορές. Όλοι το αναφέρουν ως

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + k_f m(t)]$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Σχετικά με τον τύπο του διαμορφωμένου σήματος στην FM, και τη σταθερά k_f είναι θέμα σύμβασης: σε κάποια βιβλία θεωρείται ότι έχει μονάδες Hz/Volt (άρα στον τύπο ο συντελεστής του k_f είναι 2π) και σε κάποια άλλα (συμπεριλαμβανομένων και των τμημάτων A,B του τόμου B) θεωρείται ότι έχει μονάδες (rad/sec)/Volt οπότε ουσιαστικά

συμπεριλαμβάνει η τιμή του k_f και το 2π (άρα και στον τύπο έχει μοναδιαίο συντελεστή).

Προτείνω να ακολουθήσετε τη 2η σύμβαση, που χρησιμοποιούμε σε όλες τις σχετικές ασκήσεις στη ΘΕ.

ΕΡΩΤΗΣΗ 3

Μία μικρή διευκρίνιση μόνο. Στην υπόδειξη του 2ου θέματος της ΓΕ2 αναφέρει ότι για τα ερωτήματα α, β βρίσκουμε τους fourier και μετά χρησιμοποιούμε θεώρημα δειγματοληψίας...

Θεωρώ ότι η δειγματοληψία χρειάζεται για τα επόμενα ερωτήματα και όχι και για τα α, β (όπως νομίζω ότι αφήνεται να εννοηθεί από την υπόδειξη...)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Εχετε δίκιο, ο μετασχηματισμός Fourier θα σας δώσει την εικόνα του φάσματος των σημάτων για να απαντήσετε τα ερωτήματα σχετικά με το εύρος ζώνης τους και στη συνέχεια από αυτό θα προκύψει η απαιτούμενη συχνότητα δειγματοληψίας για το ερώτημα δ .

ΕΡΩΤΗΣΗ 4

Όσον αφορά το θέμα 2 α , υπάρχει κάποια μεθοδολογία για τα σήματα αυτού του τύπου που δίδονται για να βρεθεί ο Μ/Σ Fourier?

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Προτείνω να αντιμετωπίσετε το θέμα αυτό με τον τρόπο που συζητήσαμε στο τελευταίο θέμα της ΓΕ1, δηλ να εκφράσετε το ζητούμενο σήμα ως συνδυασμό γνωστών σημάτων (τριγωνομετρικών, γνωστών απεριοδικών παλμών) οπότε στη συνέχεια θα προκύψει ένα φάσμα που θα μπορείτε να αξιοποιήσετε για να υπολογίσετε το ζητούμενο εύρος ζώνης.

ΕΡΩΤΗΣΗ 5

Στο θέμα 3 α μου προκύπτει κάπου στο φάσμα που ζητείται, $-1/j[\delta(f-\dots)]$ το πλάτος που έχει φανταστικό μέρος πως αποτυπώνεται στη γραφική παράσταση? Πρέπει να γίνει κάποια μετατροπή αυτού του μεγέθους?

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Στο φάσμα πλάτους απεικονίζουμε τα πλάτη των παλμών $\delta()$ πάντα κατ'απόλυτη τιμή. Επίσης, στον τύπο υπολογισμού της μέσης ισχύος περιοδικών σημάτων (ταυτότητα Parseval) προσθέτουμε τα τετράγωνα των πλατών των παλμών $\delta()$ κατ'απόλυτη τιμή, οπότε δεν υπεισέρχεται σε καμμία περίπτωση το αρνητικό πρόσημο (-) στις πράξεις. Δηλ. σε κάθε περίπτωση λαμβάνουμε υπόψη την απόλυτη τιμή των πλατών, και το j θεωρείται ότι έχει μοναδιαίο πλάτος.

ΕΡΩΤΗΣΗ 6

Έχω μία απορία σε ότι αφορά τη συνέλιξη δύο σημάτων.
Ισχύει ότι το εύρος ζώνης της συνέλιξης θα είναι το άθροισμα των δύο ζωνών και πως ακριβώς μπορούμε να το αποδείξουμε αυτό? Δεν βρίσκω πουθενά κάτι ανάλογο...

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Αυτό που αναφέρετε είναι σωστό, η συνέλιξη 2 φασμάτων περιορισμένου εύρους ζώνης α Hz και β Hz αντίστοιχα θα δώσει ένα φάσμα που θα είναι πάλι περιορισμένου εύρους ζώνης και θα έχει εύρος $\alpha + \beta$ Hz. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την πρόταση αυτή απευθείας χωρίς απόδειξη, κατ'ουσίαν αυτό ήταν και το αντικείμενο του θέματος 6 της πρώτης γραπτής εργασίας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 7

Στη Γραπτή εργασία 2 της χρονιάς 2011-2012
(PLH22_GE2_2011_v2_LYSEIS.doc) στο θέμα 3, στην υπόδειξη αναφέρει:

Η μέγιστη απόκλιση συχνότητας για διαμόρφωση FM συνημιτονικού φέροντος από τυχαίο σήμα πληροφορίας $z(t)$ δίνεται από τη σχέση: $\Delta f_{\max} = (kf/2\pi)\max(|z(t)|)^$

Η ερώτησή μου είναι πως προκύπτει αυτό, μια και δεν το αναφέρει κανένα από τα βιβλία μας. Θεωρώ πως αυτή η υπόδειξη έχει άμεση σχέση με το υπολογισμό του εύρους ζώνης που ζητείται στο εύρος ζώνης.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Η υπόδειξη αυτή δίνεται σε πολλές ασκήσεις στις διαμορφώσεις γωνίας.

Επιπλέον, σχετίζεται άμεσα και με την ύλη του βιβλίου. Αν δείτε στη διαφάνεια 13 των σημειώσεων 14/12 (θεωρία 2ης ΟΣΣ), γίνεται αναφορά στον τύπο που δίνει το λόγο απόκλισης D ως το λόγο της μέγιστης απόκλισης συχνότητας $\max(\Delta f)$ προς το εύρος ζώνης του σήματος πληροφορίας (ταυτίζεται με τον τύπο στη σελ.82 του τόμου Β/μέρους Β). Το $\max(\Delta f)$ που αναλύεται ως $(1/2\pi)\max(|d\phi(\tau)/dt|)$ ταυτίζεται με το Δf_{\max} που αναφέρετε, απλά στην περίπτωση της υπόδειξης γίνεται αντικατάσταση του $\phi(t)$ με το ολοκλήρωμα του σήματος πληροφορίας $z(t)$ επί τη σταθερά απόκλισης συχνότητας, λόγω του ότι έχουμε διαμόρφωση FM και προκύπτει η έκφραση που λέτε.

Δείτε και τη λύση του παραδείγματος που είδαμε στην ΟΣΣ (διαφάνειες 5,6 των ασήσεων της ΟΣΣ2) όπου γίνεται κατ'ουσία χρήση του ανωτέρω τύπου.

ΕΡΩΤΗΣΗ 8

Όταν στο ΜΣ Fourier του σήματος εμφανίζονται συντελεστές με $1/2j$ ή όταν στο ΜΣ Fourier έχουμε διαφορές σημάτων που τελικά καταλήγουν σε αρνητικό πλάτος σήματος τότε πως απεικονίζεται το φάσμα του σήματος σε αυτές τις περιπτώσεις?

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Πάντα όταν σχεδιάζουμε το φάσμα πλάτους ενός σήματος λαμβάνουμε υπόψη τα πλάτη κατ' απόλυτη τιμή.

Δηλαδή ο συντελεστής της μορφής $+1/2j$ ή $-1/2j$ θα θεωρηθεί ότι αντιστοιχεί σε πλάτος $1/2$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 9

*Επίσης ο ΜΣ Fourier του $\sin(\Omega t)$ επειδή εμφανίζεται σαν διαφορά των μετατοπισμένων φασμάτων με συντελεστή $1/2j$ πως θα σχεδιαστεί το φάσμα??

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Κατ' αναλογία με την προηγούμενη απάντηση, θα έχουμε 2 παλμούς $\delta(f-f_0)$ και $\delta(f+f_0)$ με πλάτος $1/2$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 10

*Επίσης την ίδια απορία έχω για τις περιπτώσεις $1/\alpha + j2\pi f$, $1/(\alpha + j2\pi f)^2$, $1/(\alpha + j2\pi f)^n \dots$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Αντίστοιχα, τα πλάτη θα αντιστοιχούν στα μέτρα των $1/\alpha + j2\pi f$, $1/(\alpha + j2\pi f)^2$, $1/(\alpha + j2\pi f)^n \dots$ δηλ $1/\sqrt{\alpha^2 + 4\pi^2 f^2}$, $1/(\alpha^2 + 4\pi^2 f^2)$, $1/(\alpha^2 + 4\pi^2 f^2)^{n/2} \dots$

ΕΡΩΤΗΣΗ 11

*Άμα είναι εύκολο μπορείτε να δώσετε ένα παράδειγμα όπως το παρακάτω

$$H(f) = \delta(f-10) + \delta(f+10) - 3\delta(f-20) - 3\delta(f+20) - 1/2j\delta(f-5) + 1/2j\delta(f+5) - 1/j2\pi f - 1/2\delta(f) - 1/(\alpha + j2\pi f)^2$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Το φάσμα θα έχει πλάτος (με τη μορφή παλμών $\delta()$)

1 στις συχνότητες $-10, 10\text{Hz}$,

3 στις συχνότητες $-20, 20\text{Hz}$,

$1/2$ στις συχνότητες $-5, 0, 5\text{Hz}$,

Επίσης το φάσμα θα αποτελείται από την υπέρθεση και των παρακάτω συνεχών φασματικών συναρτήσεων:

$$1/2\pi |f|$$

$$1/(\alpha^2+4\pi^2f^2)$$

ΕΡΩΤΗΣΗ 12

Σχετικά με την άσκηση 2 και συγκεκριμένα με το ΘΕΜΑ 4 θέλω να ρωτήσω το εξής:

Στο υποερώτημα (α) ζητείται να υπολογίσουμε την τιμή του B που υπάρχει μέσα στη συνάρτηση του σήματος.

Την τιμή που θα βρούμε για το B θα τη χρησιμοποιήσουμε στο υποερώτημα (β) στη συνάρτηση του σήματος ή θα θεωρήσουμε το B^4 , την γενική δηλαδή περίπτωση;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Να χρησιμοποιήσετε την τιμή του B που υπολογίσατε στο ερώτημα (α)

ΕΡΩΤΗΣΗ 13

Σχετικά με το Θέμα 2 από εξετάσεις 2008-09 αναφέρει σε κάποιο σημείο τρεις γραμμές πριν το τελευταίο σχεδιάγραμμα ότι " έχει πλάτος ίσο με $1/2f\delta=1/20b..$ "

Αυτή η σχέση από που προκύπτει;

Και όταν λέει πλάτος αναφέρεται στο πλάτος του παλμού;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Με βάση το σχεδιάγραμμα, προκειμένου να προκύψει το τελικό φάσμα με μέγιστο πλάτος $1/2$ θα πρέπει να πολλαπλασιαστεί το φιλτραρισμένο φάσμα του δειγματοσιμένου σήματος (που έχει μέγιστο πλάτος $f\delta$) με συντελεστή $1/(2f\delta)$. Αυτό αντιστοιχεί στο πλάτος της συνάρτησης μεταφοράς του ζωνοπερατού φίλτρου.

ΕΡΩΤΗΣΗ 14

Στο ερώτημα 7-β-ii γίνεται αναφορά σε τύπους που για να υπολογιστούν χρειάζονται ολοκληρώματα από $-\infty$ σε $+\infty$. Έχετε κάποιες σημειώσεις για το πως χειριζόμαστε τέτοιου τύπου ολοκληρώματα.

Νομίζω ότι δεν ολοκληρώνουμε στο άπειρο αλλά σε κάποιο όριο που τείνει στο άπειρο. Αλλά δεν είμαι σίγουρος.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για μια συνάρτηση που ορίζεται σε διάστημα $[A,B]$, όπου A,B πραγματικοί, το ολοκληρωμα

της συνάρτησης από το $-oo$ έως το $+oo$ θα αντιστοιχεί στο ολοκλήρωμα της όπου αυτή έχει μη μηδενικές τιμές, δηλ. από το A στο B.

Επίσης, να λάβετε υπόψη το θεώρημα Parseval και να υπολογίσετε την ενέργεια στο πεδίο εκείνο (χρόνου ή συχνοτήτων) όπου ο υπολογισμός του ολοκληρώματος είναι ευκολότερος (λόγω του τύπου της κυματομορφής ή του φάσματος αντίστοιχα).

ΕΡΩΤΗΣΗ 15

Στο Θέμα 7 α ii. Έχω βρει την έκφραση του σήματος μετά τη δειγματοληψία στο πεδίο του χρόνου και των συχνοτήτων. Στο πεδίο των συχνοτήτων ο τύπος του σήματος πολλαπλασιάζεται με τη συχνότητα δειγματοληψίας που σημαίνει ότι το φάσμα πλάτους θα έχει πλάτος όση και η συχνότητα δειγματοληψίας. Μετά με την εφαρμογή του κατάλληλου ζωνοπερατού φίλτρου, πως μπορούμε να λάβουμε πλάτος 1, σύμφωνα με το σήμα που θέλουμε να προκύψει;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για να διορθώσετε το πλάτος του τελικού φάσματος, θα πρέπει να υπολογίσετε το κατάλληλο πλάτος για τη συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοπερατού φίλτρου το οποίο, πολλαπλασιαζόμενο με το φάσμα του φιλτραρισμένου/δειγματοποιημένου σήματος, θα δώσει το ζητούμενο πλάτος του τελικού φάσματος.

Δείτε και τη διαφάνεια 30 στις σημειώσεις της 2ης ΟΣΣ (ασκήσεις/παραδείγματα).

ΕΡΩΤΗΣΗ 16

Διαβάζω τις λύσεις της πρώτης εργασίας και θα ήθελα στο θέμα 5 στο δεύτερο υποερωτήμα να μου πείτε πως από το σημείο

$$G(f) = T \sin c(fT) * A/2[\delta(f-1/2T) + \delta(f+1/2T)] \text{ παμε στο } G(f) = AT/2[\text{sinc}(fT-1/2) + \text{sinc}(fT+1/2)]$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Ισχύει η ιδιότητα της συνέλιξης ενός σήματος $G(f)$ με τον παλμό dirac στο πεδίο των συχνοτήτων $\delta(f-f_0)$: $G(f) * \delta(f-f_0) = G(f-f_0)$. Δηλαδή στον τύπο του $G(f)$ αντικαθιστούμε όπου 'f' το 'f-f₀'.

Συνεπώς έχουμε :

$$T \sin c(fT) * A/2[\delta(f-1/2T) + \delta(f+1/2T)] = T \sin c(fT) * [A/2 \delta(f-1/2T)] + T \sin c(fT) * [A/2 \delta(f+1/2T)] \text{ (εδώ έγινε χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας της συνέλιξης)}$$

Για τον 1ο όρο του αθροίσματος έχουμε:

$T \sin c(fT) * [A/2 \delta(f-1/2T)] = AT/2 [\sin c(fT) * \delta(f-1/2T)]$ (εδώ τοποθετήθηκαν αριστερά οι σταθεροί συντελεστές $AT/2$ που δεν επηρεάζουν το αποτέλεσμα της συνέλιξης)

$= AT/2 \{ \sin c[(f-1/2T)T] \}$ (εδώ έγινε η χρήση της ιδιότητας που σας ανέφερα στην αρχή: στο φάσμα $\text{sinc}(fT)$ αντικαθιστούμε όπου 'f' το 'f-fo', εδώ το $f_0=1/2T$).

Τελικά ο όρος γράφεται: $AT/2 [\sin c(fT-1/2)]$ (εδώ έγινε απλοποίηση του ορίσματος της sinc πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη το T με το $(f-1/2T)$).

Όμοια προκύπτει και ο υπολογισμός του 2ου όρου του αθροίσματος,

$T \sin c(fT) * [A/2 \delta(f+1/2T)] = AT/2 [\sin c(fT+1/2)]$, όπου εδώ υποθέτουμε $f_0=-1/2T$.