

### Ερώτηση 1

Η μέση ποσότητα πληροφορίας κατά Shannon είναι

$$H(X) = -\sum p(x_i) \log p(x_i) \dots \text{σελ 28}$$

Στο παραδειγμα 1.3 στη σελίδα 29 στο τέλος

δεν καταλαβαίνω πως γίνεται η εφαρμογή του παραπάνω τύπου

Δηλαδή δεν βλέπω συντελεστη (-), καθώς και να υπολογίζει το άθροισμα  $\sum p(x_i)$ ...

Ισχύει κάτι διαφορετικό σε αυτή την περίπτωση??

### Απάντηση

Στο παράδειγμα 1.3 ο τύπος εφαρμόζεται ως εξής:

Υπάρχουν  $N=256^{1048576}$  διαφορετικές εικόνες με την ίδια πιθανότητα εμφάνισης  
 $p(x_i) = 1/N, i=1,2,\dots,N$

Άρα η μέση ποσότητα πληροφορίας είναι:

$$\begin{aligned} H(X) &= -\sum \{p(x_i) \log(p(x_i))\} = -\sum \{(1/N) \log(1/N)\} = \\ &= -\sum \{(1/N) [\log(1) - \log(N)]\} = \\ &= -\sum \{(1/N) [0 - \log(N)]\} = \sum \{(1/N) \log(N)\} = N \cdot (1/N) \log(N) = \\ &= \log(N) = \log(256^{1048576}), \end{aligned}$$

που συμπίπτει με το αποτέλεσμα που δίνει η ενδεικτική λύση της άσκησης

### Ερώτηση 2

Δεν καταλαβαίνω το σκεπτικό με βάση το οποίο λύνεται η άσκηση 1.6 σελίδα 37.

Πιο συγκεκριμένα φαίνεται (π.χ για την  $X$  μεταβλητή) ότι αρχικά από τις συνδυασμένες πιθανότητες  $x, y$  υπολογίζει τις ακραίες πιθανότητες της  $x$  (???) και στη συνέχεια,

μία και από εκφώνηση μας λέει ότι είναι δύο, χρησιμοποιεί αυτές τις δύο τιμές για να υπολογίσει

την  $H(X)$ . Όταν λέει ακραίες πιθανότητες εννοεί δύο οριακές τιμές μεταξύ των οποίων βρίσκονται

όλες οι άλλες τιμές, ή εννοεί όλες τις διακριτές τιμές που μπορεί να πάρει η  $X$ ?

Δηλαδή ο τρόπος λύσης θα ήταν ο ίδιος αν η  $X$  είχε 5 διακριτές τιμές?

Επίσης θα ήθελα να αναλύσετε το σκεπτικό για τα υποερωτήματα 2, 3.

### Απάντηση

Παραθέτω τους αναλυτικούς υπολογισμούς για την ΑΑ1.6. Ο ίδιος τρόπος λύσης ακολουθείται και αν οι δυνατές τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών είναι περισσότερες από 2.

Σχετικά με την ΑΑ 1.6 έχουμε τα εξής:

Θεωρούμε δύο τυχαίες μεταβλητές  $X, Y$  με πιθανά σύμβολα  $x_1 = 0, x_2 = 1$  και

$$y_1 = 0, y_2 = 1$$

Δίνονται οι συνδυασμένες πιθανότητες:

$$p(x_1, y_1) = \frac{1}{8}$$

$$p(x_1, y_2) = \frac{1}{8}$$

$$p(x_2, y_1) = \frac{1}{2}$$

$$p(x_2, y_2) = \frac{1}{4}$$

Ζητούμενα:

- Η ποσότητα πληροφορίας που λαμβάνουμε αν μας γνωστοποιείται το αποτέλεσμα της τ.μ.Χ

Ζητείται δηλαδή η ποσότητα  $H(X)$

$$H(X) = -\sum_{i=1}^2 p(x_i) \log(p(x_i))$$

Ισχύει ότι

$$p(x_1) = \sum_{j=1}^2 p(x_1, y_j) = p(x_1, y_1) + p(x_1, y_2) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$
$$p(x_2) = \sum_{j=1}^2 p(x_2, y_j) = p(x_2, y_1) + p(x_2, y_2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 1 - p(x_1)$$

*αυτές είναι οι ακραίες πιθανότητες ως προς x*

$$H(X) = -\sum_{i=1}^2 p(x_i) \log(p(x_i)) = -\frac{1}{4} \log\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{3}{4} \log\left(\frac{3}{4}\right) = 0.81bits$$

- Ζητείται η ποσότητα πληροφορίας που λαμβάνουμε αν μας γνωστοποιείται το αποτέλεσμα της τ.μ.Υ

Ζητείται δηλαδή η ποσότητα  $H(Y)$

ομοίως:

Ισχύει ότι

$$p(y_1) = \sum_{i=1}^2 p(x_i, y_1) = p(x_1, y_1) + p(x_2, y_1) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$$
$$p(y_2) = \sum_{i=1}^2 p(x_i, y_2) = p(x_1, y_2) + p(x_2, y_2) = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} = 1 - p(y_1)$$

*αυτές είναι οι ακραίες πιθανότητες ως προς y*

$$H(Y) = -\sum_{i=j}^2 p(y_j) \log(p(y_j)) = -\frac{5}{8} \log\left(\frac{5}{8}\right) - \frac{3}{8} \log\left(\frac{3}{8}\right) = 0.95bits$$

- Ζητείται η ποσότητα πληροφορίας που λαμβάνουμε αν μας γνωστοποιείται το αποτέλεσμα του συνθέτου πειράματος  $(X, Y)$

Ζητείται δηλαδή η ποσότητα  $H(X, Y)$

Με βάση τη σχέση στη σελ. 34, έχουμε ότι

$$\begin{aligned} H(X, Y) &= -\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 p(x_i, y_j) \log(p(x_i, y_j)) = \\ &= -p(x_1, y_1) \log(p(x_1, y_1)) - p(x_1, y_2) \log(p(x_1, y_2)) - \\ &\quad - p(x_2, y_1) \log(p(x_2, y_1)) - p(x_2, y_2) \log(p(x_2, y_2)) = \\ &= -\frac{1}{8} \log\left(\frac{1}{8}\right) - \frac{1}{8} \log\left(\frac{1}{8}\right) - \frac{1}{2} \log\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} \log\left(\frac{1}{4}\right) = 1.75 \text{ bits} \end{aligned}$$

- Ζητείται η ποσότητα πληροφορίας που λαμβάνουμε αν μας γνωστοποιείται το αποτέλεσμα της  $Y$  αν γνωρίζουμε το αποτέλεσμα της  $X$ .

Ζητείται δηλαδή η ποσότητα  $H(Y/X)$

Με βάση τις σχέσεις στη σελ. 36, έχουμε ότι

$$H(Y/X) = -\sum_{i=1}^2 H(Y/x_i) p(x_i) = -\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 p(x_i, y_j) \log(p(y_j/x_i))$$

Ισχύει όμως και ότι

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y/X) = H(Y) + H(X/Y) \quad \text{άρα} \quad H(Y/X) = H(X, Y) - H(X) = 1.75 - 0.81 = 0.94 \text{ bits}$$

$$\text{και (στις λύσεις υπάρχει)} \quad H(X/Y) = H(X, Y) - H(Y) = 1.75 - 0.95 = 0.8 \text{ bits}$$

### Ερώτηση 3

Σχετικά με την κωδικοποίηση Huffman (σελίδα 33 από παρουσίαση)

δεν καταλαβαίνω πως γίνεται η επιλογή των bits.

Ξεκινώ από αριστερά και επιλέγω τα bit που είναι στην ίδια ευθεία

ή επιλέγω τα bit που είναι στην ίδια ευθεία με το χαρακτήρα και ανεβαίνω

και στην γραμμή του προηγούμενου χαρακτήρα?

Π.χ Για το Β ξεκινώντας από αριστερά σε ευθεία είναι 01 που συμφωνεί με τον πίνακα. Για το Ε όμως με τον ίδιο τρόπο βγαίνει 01 σε ευθεία και 1 ανεβαίνοντας προς τα πάνω μια γραμμή , που είναι 011 και δεν συμφωνεί με τον πίνακα. Ανάλογα συμβαίνει και με το Α και τους υπόλοιπους χαρακτήρες.

### Απάντηση

Με βάση τη διαφάνεια 34, έχουμε τα εξής:

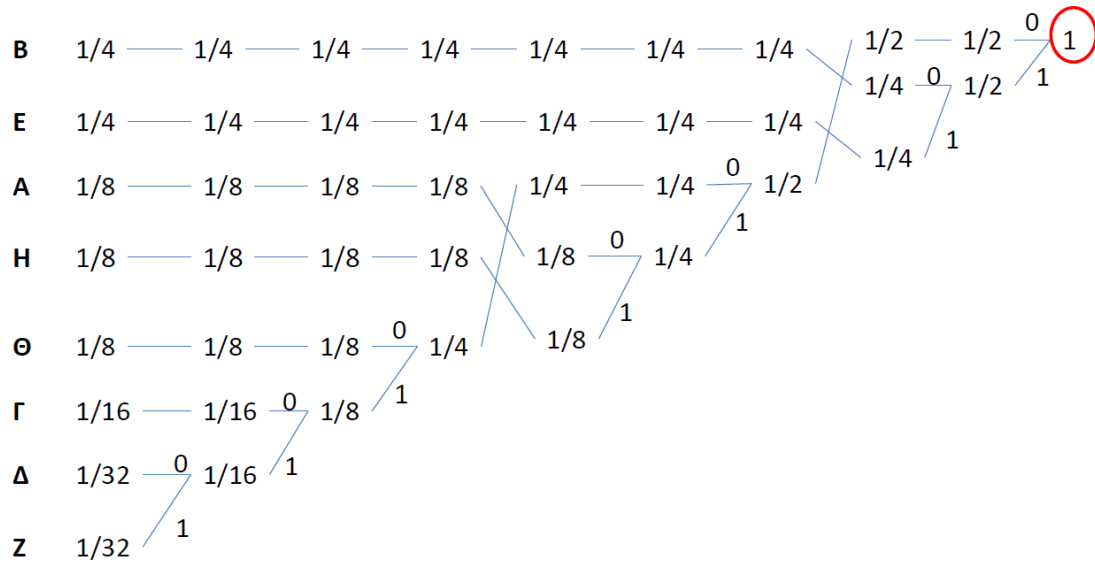
Για κάθε σύμβολο ξεκινάμε από τη θέση του συμβόλου και διατρέχουμε το γράφο ακολουθώντας τους επιμέρους κλάδους (όπως αυτοί έχουν σχεδιαστεί). Αν κάποιος κλάδος έχει κάποιο ψηφίο (0/1), το γράφουμε. Στο τέλος (φτάνοντας στο δεξιό άκρο του γράφου (το κυκλωμένο '1')) παίρνουμε τη λέξη που σχηματίστηκε και την αντιστρέφουμε για να προκύψει η κωδική λέξη Huffman.

Να δείτε και τα παρακάτω σχήματα όπου περιγράφεται ο τρόπος στο συγκεκριμένο παράδειγμα για διάφορα σύμβολα.

Έχουμε την κατασκευή του γράφου με τον αλγόριθμο Huffman:

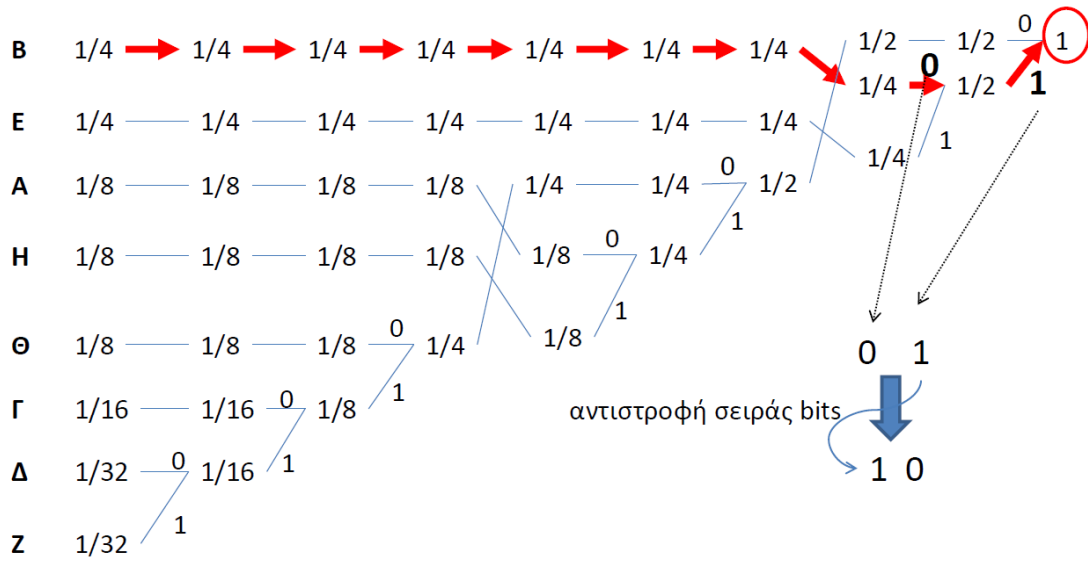
## Απαντήσεις σε απορίες

---

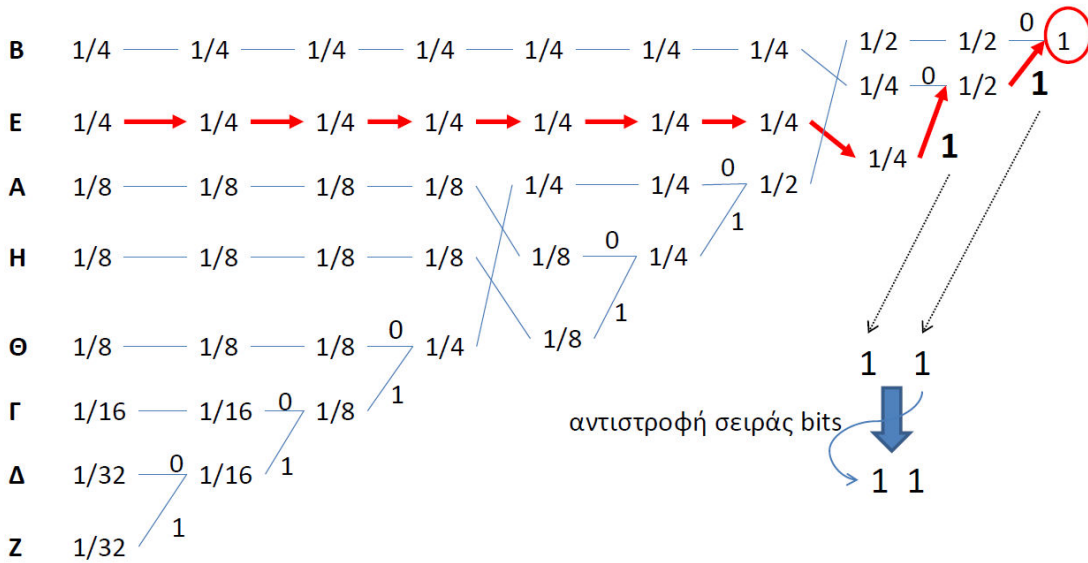


Στα επόμενα σχήματα φαίνεται ο τρόπος προσδιορισμού κάποιων συμβόλων :

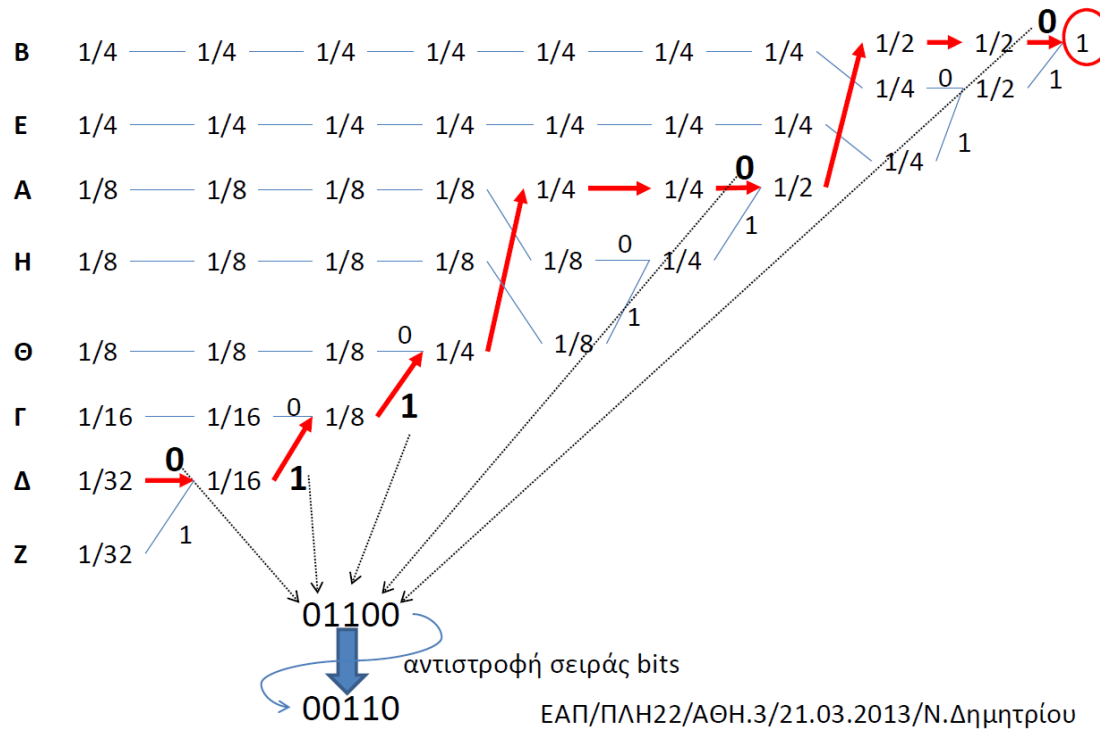
**Σύμβολο Β**



**Σύμβολο Ε**



Σύμβολο Δ





#### Ερώτηση 4

Σχετικά με τη συνδυασμένη ποσότητα πληροφορίας ο τύπος σελίδα

30, παρ. 1.4.2.4 ".H(X,Y).." και ο αντίστοιχος στη σελίδα 34 "Συνδυασμένη ποσότητα πληροφορίας... H(X,Y)..." εκφράζουν το ίδιο πράγμα?

Η απορία προέκυψε γιατί στη μια περίπτωση  $H(X,Y) = \sum p_{ij} \log p_{ij}$  ( $p_{ij}$  ανεξάρτητες μεταβλητές)

ενώ στην περίπτωση στη σελίδα 34  $H(X,Y) = \sum p(x_i, y_j) \log p(x_i, y_j)$  ( $p(x_i, y_j)$  συνδυασμένες πιθανότητες)

#### Απάντηση

Προσοχή: Ο τύπος στη σελ. 30 σχετίζεται με ανεξάρτητες τ.μ. οπότε (σκεφτείτε το σχηματικά: επειδή στο σχετικό σχήμα με τα σύνολα, τα  $H(X)$  και  $H(Y)$  δεν έχουν σημεία τομής) όντως ισχύει  $H(X,Y) = H(X) + H(Y)$ .

#### Ερώτηση 5

Επίσης  $H(X,Y) = H(X) + H(Y)$

$$H(X,Y) = H(X) + H(X/Y) \text{ οπότε } H(X) + H(Y) = H(X) + H(X/Y) \Rightarrow H(Y) = H(X/Y)$$

το οποίο δεν ισχύει γιατί είναι  $H(Y) \geq H(X/Y)$ .

#### Απάντηση

Αντίστοιχα εξηγείται και η ερώτησή σας αυτή: Γενικά, όταν οι  $X, Y$  έχουν κάποιο ποσοστό εξάρτησης (τα σύνολα  $H(X)$  και  $H(Y)$  έχουν κάποια σημεία τομής) ισχύει ότι

$$H(X,Y) = H(X) + H(Y/X) = H(Y) + H(X/Y) = H(X/Y) + H(Y/X) + I(X;Y)$$

Αν οι  $X, Y$  είναι ανεξάρτητες, τότε  $H(X) = H(X/Y)$  και  $H(Y) = H(Y/X)$  και  $I(X;Y) = 0$ ,

οπότε από την παραπάνω έκφραση έχουμε την απλούστερη:  $H(X,Y) = H(X) + H(Y)$

Επίσης, όταν οι  $X, Y$  είναι πλήρως εξαρτημένες (ταυτίζονται) τότε

$$H(X) = H(Y) = I(X;Y) \text{ και } H(X/Y) = H(Y/X) = 0$$

οπότε  $H(X,Y) = H(X) = H(Y) = I(X;Y)$ .

### Ερώτηση 6

Ακόμα όταν στη σελίδα 34 περίπου στη μέση αναφέρει " ..ακραίες ποσότητες πληροφορίας ... " καθώς και στη προηγούμενη σειρά "...ακραίες πιθανότητες.." τι εννοεί??

Δηλαδή απο ενα συνολο ποσοτήτων ή πιθανοτήτων να βρούμε το πρώτο και το τελευταίο στοιχείο?

### Απάντηση

Γενικά όταν έχετε πολλαπλές τυχαίες μεταβλητές (στο παράδειγμα έχει 2, τις X,Y) ως 'ακραίες' πιθανότητες ή ποσότητες πληροφορίας χαρακτηρίζουμε αυτές που υπολογίζονται για καθεμιά από τις τ.μ. δηλ οι  $p(x_i)$  είναι οι ακραίες πιθανότητες ως προς την τ.μ. X αντίστοιχα η  $H(X)$  είναι η ακραία ποσότητα πληροφορίας ως προς τη X ( $-\sum p(x_i)\log(p(x_i))$ ). Ο όρος 'ακραία' αναφέρεται για να δηλώσει ότι ελέγχουμε για κάθε ενδεχόμενη τιμή  $x_i$  το συνδυασμό της με όλες τις πιθανές  $y_j$ , οπότε (αντιστοιχώντας τις  $p(x_i, y_j)$  σε πίνακα ) οι  $p(x_i) = p(x_i, y_1) + p(x_i, y_2) + \dots + p(x_i, y_n)$  αντιστοιχούν στην άκρη του πίνακα (αθροίζοντας όλες τις πιθανότητες που περιέχονται στη γραμμή του  $x_i$ .)

### Ερώτηση 7

Όταν δίνεται κάποιος κώδικας (π.χ {01, 10, 11, 000, 001}) με ποια μέθοδο μπορεί κάποιος να συμπεράνει ότι ο κώδικας αυτός προέρχεται από κάποιο αλγόριθμο (π.χ fano) και όχι απο κάποιο άλλο π.χ Huffman???

### Απάντηση

Σχετικά με την αναγνώριση ενός άμεσου κώδικα αν είναι Huffman, το κριτήριο είναι οι μεγαλύτερου μεγέθους λέξεις του να είναι ίσου μεγέθους και ανά 2 να διαφέρουν στο τελευταίο bit.

Ως προς τον Shannon, μπορεί να γίνει διερεύνηση αν τα μήκη των κωδικών λέξεων προέρχονται από τον γνωστό κανόνα με τις πιθανότητες εμφάνισης που δεν τηρείται πάντοτε από τους άλλους αλγόριθμους.

Συνδυαστικά λοιπόν -κι εφόσον είναι γνωστες οι πιθανότητες εμφάνισης των συμβόλων- αν ο κώδικας δεν φαίνεται να είναι Huffman, μπορούμε να ελέγξουμε αν τα μήκη των κωδικών λέξεων ακολουθούν τον κανόνα του Shannon. Αν ναι, τότε μπορεί να προέρχεται από τον αλγόριθμο του Shannon. Αν δεν τηρείται ο κανόνας αυτός, τότε προέρχεται από άλλο αλγόριθμο, ενδεχομένως Fano.

### Ερώτηση 8

Για την ασκ 2. οι ακολουθίες που προκύπτουν από τον πολ/σμο είναι το αποτέλεσμα του πολ/σμου μεταξύ  $C1 \times C2$  π.χ  $01 \times 10 = 010$   
η  
η συνθεση των ακολουθιών  $C1, C2$  π.χ  $0110$

### Απάντηση

Όπως αναφέρει και η υπόδειξη της άσκησης, ισχύει το 2ο, δηλ συνθέτουμε την κάθε κωδική λέξη με 2 συστατικά, το πρώτο είναι η λέξη  $C1$  και το 2ο η λέξη  $C2$ , δηλ.  $C1 \times C2 = 0110$

### Ερώτηση 9

Στην σελίδα 40 το  $H(X)$  πινάκας 1.1

Στην σελίδα 48 σχέση (2.1) το  $H(S)$

Στη σελίδα 49 σχέση (2.5) το  $H(M)$

Στη σχέση (2.9) σελίδα 57 το  $H(C)$

Τα παραπάνω σε τι διαφέρουν ;

Για τα  $H(S)$  και  $H(C)$  είναι ίδια με διαφορετικό σύμβολο ( $S$  αντι για  $C$ );

Μπορείτε να δώσετε ένα αντιπροσωπευτικό

παράδειγμα για το καθένα από τα παραπάνω;

### Απάντηση

Κατ'ουσία δεν υπάρχει διαφορά στον τύπο υπολογισμού. Έχετε ένα σύνολο πιθανών ενδεχομένων (π.χ. οι τιμές της τ.μ.  $X$  στη σελ. 40, τα σύμβολα  $S$  στη σελ.48, τα

μηνύματα M στη σελ. 49 και οι κωδικολέξεις C στη σελ.57) και για να υπολογίσετε το μέσο πληροφοριακό περιεχόμενό τους - που εξαρτάται από τις πιθανότητες εμφάνισής τους  $p_i$  χρησιμοποιείτε τον τύπο  $\sum p_i \log(p_i)$ .

### Ερώτηση 10

Δεν καταλαβαίνω την ανισότητα Kraft στη σελίδα 54 (σχέση (2.6))  
Μπορείτε να δώσετε ένα παράδειγμα για συγκεκριμένο αλφάβητο  $q$ , και με συγκεκριμένες κωδικές λέξεις μήκους  $l_i$  που να δείχνει την εφαρμογή της σχέσης 2.6?

### Απάντηση

\*\* Η ανισότητα Kraft εκφράζει τη συνθήκη που ισχύει σε έναν άμεσο κώδικα, του οποίου το μέσο μήκος προσεγγίζει (αν δεν ισούται) με την εντροπία των υπό κωδικοποίηση συμβόλων.

Για την περίπτωση των δυαδικών κωδικών που βλέπουμε σε όλες τις ασκήσεις, το κωδικό αλφάβητο έχει τα 2 ψηφία 0,1 άρα  $q=2$ .

Ας δούμε το παράδειγμα που συζητήσαμε και στην ΟΣΣ:

Για τα σύμβολα B,E,A,H,Θ,Γ,Δ,Z έχουμε αντίστοιχα τις πιθανότητες εμφάνισης  $1/4, 1/4, 1/8, 1/8, 1/8, 1/16, 1/32, 1/32$  και αντίστοιχα το κάθε σύμβολο έχει ποσότητα πληροφορίας

2,2,3,3,3,4,5,5 που συμπίπτει και με το μήκος της κωδικής λέξης μετά την κωδικοποίηση Huffman. Επειδή οι πιθανότητες είναι της μορφής  $(1/2)^k$ , βλέπουμε ότι τα μήκη συμπίπτουν με την ποσότητα πληροφορίας του κάθε συμβόλου

Αν υπολογίσετε το άθροισμα  $\sum q^{-l_i}$  αυτό ισούται με

$$\begin{aligned} & (2^{-2})+(2^{-2})+(2^{-3})+(2^{-3})+(2^{-3})+(2^{-4})+(2^{-5})+(2^{-5})= \\ & =((1/2)^2)+((1/2)^2)+((1/2)^3)+((1/2)^3)+((1/2)^3)+((1/2)^4)+((1/2)^5)+((1/2)^5)= \\ & =(1/4)+(1/4)+(1/8)+(1/8)+(1/8)+(1/16)+(1/32)+(1/32)=1. \end{aligned}$$

Δηλ. το  $\sum q^{-l_i}$  συμπίπτει με το άθροισμα των πιθανοτήτων εμφάνισης (επειδή ακριβώς τα μήκη συμπίπτουν με την ποσότητα πληροφορίας του κάθε συμβόλου).

Αν οι πιθανότητες δεν ήταν της μορφής  $(1/2)^k$ , τότε τα μήκη των κωδικών λέξεων είναι μεγαλύτερα (για τα σύμβολα που ο λογαριθμικός της πιθανότητας εμφάνισής τους δεν είναι ακέραιος) οπότε και το άθροισμα  $\sum q^{-l_i}$  θα είναι μικρότερο της μονάδας.

Δείτε για παράδειγμα τον κώδικα του θέματος 4 στην περυσινή 4η γραπτή εργασία 2011-12.

### Ερώτηση 11

Στη σελίδα 56 περίπου στη μεση , στη σχέση  $Y = \sum p_i^{1+i} + c(\sum q - 1^{*i})$

Τι συμβολίζει στη σχέση το  $c$ , και το  $1^{*i}$  ???

### Απάντηση

Το  $c = 1/\ln(q)$ . Το  $1^{*i} = \log(p_i)$  , όπου στην ανάλυση δεν θεωρείται απαραίτητα ακέραιος (αυτό υποδηλώνει το σύμβολο \*).

### Ερώτηση 12

Σελίδα 67 θεώρημα Shannon - MacMillan.

Το  $\epsilon$  και  $\delta$  τι εκφράζουν;

Επίσης είναι λίγο δυσνόητη η έκφραση πιθανά και ποιο πιθανά μηνύματα. Μπορείτε να το αναλύσετε κάπως η να δώσετε κάποιο παράδειγμα ?

### Απάντηση

Εδώ γίνεται αναφορά σε πηγές των οποίων τα πιθανά μηνύματα μπορούν να διαχωριστούν σε 'πιθανά' και σε 'λιγότερο πιθανά'. Το όριο για να αντιστοιχίσουμε τα μηνύματα στις 2 αυτές κατηγορίες είναι η τιμή του κωδικού μήκους  $l_0$ . Επιλέγοντας το  $l_0$ , αναφέρεται ότι μπορούν να βρεθούν κατάλληλοι θετικοί  $\epsilon, \delta$  που να ικανοποιούν τις προταθείσες σχέσεις του θεωρήματος που ουσιαστικά είναι εκφράσεις που συνδέουν τις πιθανότητες των μηνυμάτων των δυο αυτών κατηγοριών με τις αντίστοιχες εντροπίες. Πέρα από την παρατήρηση της δραστηριότητας που ακολουθεί το θεώρημα για τις πηγές μέγιστης εντροπίας, δεν νομίζω ότι υπάρχει λόγος να δείτε κάτι επιπλέον, δεν έχουμε δει σε ασκήσεις την εφαρμογή του θεωρήματος αυτού. Αυτό που μπορείτε να σκεφτείτε είναι ότι, ξεκινώντας από την πηγή μέγιστης εντροπίας με τα ισοπίθανα μηνύματα, εάν αρχίσουμε να αλλάζουμε τις πιθανότητες εμφάνισης με κάποια σύμβολα να έχουν πολύ μικρότερες πιθανότητες εμφάνισης, αρχίζουν να δημιουργούνται 2 'πόλοι' μηνυμάτων , με αθροιστικές πιθανότητες και εντροπίες που αυξομειώνονται αντίστοιχα όσο πιο ανομοιόμορφη είναι η κατανομή των πιθανοτήτων των συμβόλων. Αξιο παρατήρησης είναι και το γεγονός ότι η συνολική ποσότητα πληροφορίας της πηγής ανομοιόμορφων συμβόλων

μειώνεται σε σχέση με την πηγή ομοιόμορφων συμβόλων, ενώ προφανώς η αθροιστική πιθανότητα εμφανισης τους παραμένει σταθερή και ίση με 1.

### Ερώτηση 13

Σελίδα 89 παράδειγμα 3.2, και 91 παράδειγμα 3.3.

Δεν καταλαβαίνω πως από μια είσοδο 0 μπορούν να προκύψουν έξοδοι με δυο διαφορετικές τιμές π.χ 1, 2

### Απάντηση

\*\* Αυτό εξηγείται με την επίδραση θορύβου, αν π.χ το αλφάβητο των συμβόλων είναι κατάλληλου μήκους, τότε από τη επίδραση του θορύβου τα σύμβολα μπορούν να θεωρηθούν ότι μεταπίπτουν σε άλλα σύμβολα που δεν έχουν σχέση μεταξύ τους.

π.χ. αν έχουμε 2 εισόδους με τα σύμβολα που κωδικοποιούνται ως 000, 111 τότε, θεωρώντας ότι το 1ο bit του κάθε συμβόλου δεν επηρεάζεται, με επίδραση του θορύβου από το 1ο σύμβολο λαμβάνουμε τα πιθανά 001 011 ενώ από το 2ο λαμβάνουμε τα 110 100, που μεταξύ τους είναι όλα διαφορετικά.

### Ερώτηση 14

Επίσης σελίδα 98 δεν καταλαβαίνω των ορισμό των διακριτών καναλιών με μνήμη.

Μπορείτε να κάνετε κάποια ανάλυση η να δώσετε κάποιο παράδειγμα;;

### Απάντηση

\*\* Σε κανάλια με μνήμη θεωρούμε ότι τα διαδοχικά σφάλματα σε ένα κανάλι είναι συσχετισμένα, όπως περίπου θεωρούσαμε στις πηγές Markov ότι συσχετίζονται τα διαδοχικά σύμβολα. Δείτε στη σελ. 99 το σχήμα 3.7, όπου το ενδεχόμενο ένα κανάλι να προκαλέσει σφάλμα στο μεταδιδόμενο σύμβολο εξαρτάται από το αν προκάλεσε σφάλμα ή όχι στο προηγούμενο σύμβολο. Να δείτε και το πιο σύνθετο μοντέλο στο σχήμα 3.8 όπως και το σχετικό παράδειγμα, πέραν αυτού δεν υπάρχει κάποια σχετική άσκηση διότι η σχετική ενότητα είναι εκτός ύλης.

### Ερώτηση 15

Σχετικά με την άσκηση 3:

Στην εκφώνηση αναφέρει να σχηματιστεί ο άριστος κώδικας για το δεδομένο αλφάβητο.

Πρέπει να επιλέξουμε απο Huffman, Fano, shannon, ή απλως αναφέρουμε οτι ο Huffman είναι καλύτερος και δίνουμε το κωδικά σύμφωνα με αυτό.

Επίσης αν χρειάζεται επιλογή, αυτό γίνεται δοκιμάζοντας ξεχωριστά τον καθένα και βλέποντας το αποτέλεσμα ?

### Απάντηση

Όταν αναφερόμαστε σε άριστο κώδικα υπονοείται ο Huffman. Μπορείτε όμως να δείτε και οι άλλοι 2 εναλλακτικοί τι αποτέλεσμα θα έχουν, σε κάποιες περιπτώσεις και οι 3 κώδικες οδηγούν σε άριστες λύσεις.

### Ερώτηση 16

Μοναδικά αποκωδικοποιήσιμος κώδικας είναι αυτός που οι δυνατές ακολουθίες των κωδικών λέξεων είναι διαφορετικές.

Όταν εξετάζω κάποια δυνατή ακολουθία πρέπει να εξαντλώ όλα τα ψηφία η μπορώ να απομονώσω

επιλεκτικά κάποια ενδιάμεσα και να ισχυριστώ οτι αφού αυτά σχηματίζουν καποια αλλη κωδικη λεξη

δεν είναι μοναδικά αποκωδικοποιήσιμος κώδικας, και να αγνοησω τα υπόλοιπα ψηφία ?

Π.χ εστω οτι εχω τον κώδικα 01=A, 00=B, 11=Γ, 10=Δ

και εχω την ακολουθία 010110 η οποια είναι προφανως ΑΑΔ

μπορώ να αγνοησω το αρχικο και το τελικο 0 και να πω οτι

είναι και ΔΓ??

### Απάντηση

\*\*Όχι, θα πρέπει να βρείτε ένα αντιπαράδειγμα με βάση το οποίο διαφορετικές σειρές συμβόλων αντιστοιχούν στην ίδια σειρά bits, χωρίς να παραλείψετε κάποια από αυτά.

Για τον κώδικα που αναφέρετε, ο αποκωδικοποιητής λαμβάνει την ακολουθία 010110, με την ανάγνωση του '01' το αντιστοιχίζει στο Α, με την ανάγνωση του '01'

επίσης κάνει την αντιστοίχιση στο A και με το '10' αποφαίνεται για το Δ, συνεπώς δεν υπάρχει θέμα πολλαπλής αποκωδικοποίησης. Γενικά, όταν έχετε τον ίδιο αριθμό bits/σύμβολο, ο μη ιδιάζων κώδικας θα είναι και μοναδικά αποκωδικοποιήσιμος και μη προθεματικός-άμεσος.

Παρακάτω μπορείτε να δείτε λίγο μια σχετική ανάλυση και τα κριτήρια για τη διερεύνηση ενός μοναδικά αποκωδικοποιήσιμου κώδικα.



### Μοναδικα αποκωδικοποιησιμος=

- αν εχουμε διαφορετικες λεξεις ισου μεγεθους τοτε ειναι μοναδικα αποκωδικοποιησιμος
- Ολες οι λεξεις διαφορετικες ασχετως μεγεθους και αρχιζουν απο 1 ή απο 0 τοτε ειναι μοναδικα αποκωδικοποιησιμος
- αν εχουμε αμεσο κωδικα(μη προθεματικος) τοτε ειναι και μοναδικα αποκωδικοποιησιμος(Οταν ειναι κατι μεγαλυτερο ειναι και ολα τα προηγουμενα)
- Αν δεν εχουμε αμεσο κωδικα(προθεματικος δηλαδη) τοτε ελεγχουμε με ρουτινα αν ειναι μοναδικα αποκωδικοποιησιμος
- Βρισκουμε την λεξη που ειναι προθεμα καποια αλλης,μετα αφαιρουμε απο αυτην την αλλη το προθεμα και αυτο που μενει το κανουμε προθεμα ωστε να επαναλαβουμε το πρωτο βημα.Ολο το θεμα ειναι να βρεθουμε καποια στιγμη με καποιο προθεμα που να ειναι ιδιο με καποια λεξη π.χ
- 0,10,11,01  
Το 0 ειναι προθεμα του 01  
Αρα αφαιρουμε(δεν αφαιρουμε με την μαθηματικη εννοια αλλα απλως το βγαζουμε-δεν κανουμε δηλαδη δυαδικη αφαιρεση) απο το 01 το 0 και μας μενει 1  
Το 1 ειναι προθεμα του 11 αρα το αφαιρουμε και απο κει και μας μενει 1  
Το 1 ειναι προθεμα του 10 το αφαιρουμε και μας μενει 0  
Το 0 ειναι ολοκληρη η λεξη 0 οποτε δεν ειναι μοναδικα αποκωδικοποιησιμος  
Αν δεν καταληγαμε σε καποια ολοκληρη λεξη τοτε θα ηταν μοναδικα αποκωδικοποιησιμος
- 11,00,10,100,110  
Το 11 παει στο 110 μας μενει 0  
Το 0 παει στο 00 μας μενει 0  
Το 0 δεν παει πουθενα οποτε ειναι μοναδικα αποκωδικοποιησιμος
- 110,11,10  
Το 11 στο 110 μας μενει 0  
Το 0 ομως μετα δεν ειναι προθεμα καμιας λεξης οποτε ειναι μοναδικα αποκωδικοποιησιμος
- 11,10,110,1110  
Το 11 παει στο 1110 μας μενει 10  
Το 10 σε ολο το 10 αρα δεν ειναι μοναδικα αποκωδικοποιησιμος

### Ερώτηση 17

Στον πίνακα που μας είχατε κάνει στον πίνακα όπου βάζουμε στην 1η στήλη π.χ. τα  $y_1, y_2$  κλπ... και στην 1η γραμμή π.χ. τα  $x_1, x_2, \dots$ ,

όπου το άθροισμα κάθε γραμμής ισούται με 1, σε κάθε κελί βάζουμε την  $P(x_i, y_j)$  ή την  $P(x_i/y_j)$ ...

Οπότε το άθροισμα κάθε στήλης δίνει το  $H(X, Y)$  ή το  $P(X/Y)$ ???

### Απάντηση

Προσοχή: Υπάρχει ο πίνακας συνδυασμένης πιθανότητας  $p(x_i, y_j)$  που κάθε στοιχείο του περιέχει την πιθανότητα να συμβεί το  $x_i$  ΚΑΙ το  $y_j$  (δείτε π.χ. την άσκηση ΓΕ4/0304/Θ2) και ο πίνακας δεσμευμένης πιθανότητας  $p(y_j/x_i)$  που κάθε στοιχείο του περιέχει την πιθανότητα να συμβεί το  $y_j$  ΔΕΔΟΜΕΝΟΥ του  $x_i$  (π.χ. δείτε την άσκηση ΓΕ4/0910/Θ1). Επίσης, πίνακες δεσμευμένης πιθανότητας έχουμε στην περίπτωση πηγών Markov και στην περίπτωση δυαδικών καναλιών όπου οι πίνακες αυτοί εκφράζουν τις πιθανότητες μετάβασης από μια αρχική κατάσταση (π.χ. αρχικό σύμβολο στην περίπτωση των πηγών Markov ή ψηφίο εισόδου στο δυαδικό κανάλι) σε μια τελική κατάσταση (π.χ. επόμενο σύμβολο στην περίπτωση των πηγών Markov ή ψηφίο εξόδου από το δυαδικό κανάλι).

Στην περίπτωση του πίνακα συνδυασμένης πιθανότητας  $p(x_i, y_j)$ , το άθροισμα κάθε γραμμής δίνει την αντίστοιχη ακραία πιθανότητα ως προς  $x_i$  και το άθροισμα κάθε στήλης δίνει την αντίστοιχη ακραία πιθανότητα ως προς  $y_j$  (υποθέτοντας ότι τα  $x_i$  συμβολίζουν διαφορετικές γραμμές και τα  $y_j$  συμβολίζουν διαφορετικές στήλες).

Στην περίπτωση του πίνακα δεσμευμένης πιθανότητας, το άθροισμα της κάθε γραμμής ισούται με 1 διότι αν π.χ. έχουμε 2 πιθανές εξόδους σε ένα κανάλι  $y_1, y_2$  και 2 πιθανές εισόδους  $x_1, x_2$ , εφόσον έχουμε ως είσοδο το  $x_1$  θα έχουμε ως μόνες ενδεχόμενες εξόδους τα  $y_1$  ή  $y_2$  άρα  $p(y_1/x_1) + p(y_2/x_1) = 1$ .

Οι ποσότητες πληροφορίας  $H(X)$ ,  $H(Y)$ ,  $H(X, Y)$   $H(X/Y)$  προκύπτουν από τις πιθανότητες που περιέχονται στους παραπάνω πίνακες. Αν βέβαια δίνεται ο ένας από τους 2 μπορούν να υπολογιστούν οι υπόλοιπες απαιτούμενες πιθανότητες από τις αντίστοιχες σχέσεις της θεωρίας. π.χ. αν έχετε τις πιθανότητες  $p(x_i, y_j)$  και  $p(x_i)$  μπορείτε να υπολογίσετε τις πιθανότητες  $p(y_j/x_i) = p(x_i, y_j) / p(x_i)$  κ.ο.κ.