

ΘΕΜΑ (ΕΞ2008Β)

α) Θεωρείστε ένα δυαδικό κώδικα με 4 κωδικές λέξεις και μήκη $(l_1, l_2, l_3, l_4) = (2, 2, 3, 3)$.

Είναι δυνατόν ένα κώδικας Huffman να έχει τα παραπάνω μήκη;. Εάν όχι, προτείνετε μια νέα τετράδα μηκών στα οποία να αντιστοιχεί κώδικας Huffman

β) Δίδεται ότι η πηγή συμβόλων η οποία παράγει σύμβολα με βάση τις εξής πιθανότητες,

$$\left\{ p_1 = \frac{7}{41}, p_2 = \frac{9}{41}, p_3 = \frac{8}{41}, p_4 = \frac{7}{41}, p_5 = \frac{10}{41} \right\}$$

(i) Να βρεθεί ένας βέλτιστος κώδικας.

(ii) Δίνεται ότι ένας άλλος κώδικας που αντιστοιχεί στις παραπάνω πιθανότητες έχει μέσο μήκος κωδικής λέξης $\lambda = 2,5$ bits. Να συμπεράνετε αν και αυτός ο κώδικας μπορεί να είναι βέλτιστος. Εξηγήστε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ	15	
Ερώτημα α		5
Ερώτημα β-i		5
Ερώτημα β-ii		5

Απάντηση

α)

Ένας κώδικας Huffman δεν είναι δυνατόν να έχει τα παραπάνω μήκη, $(l_1, l_2, l_3, l_4) = (2, 2, 3, 3)$, γιατί παρατηρώντας το δυαδικό δένδρο με τις κωδικές λέξεις μέχρι μήκους 3 παρατηρούμε ότι μπορούμε να βρούμε συνδυασμούς κωδικών λέξεων οι οποίες να έχουν μικρότερο μήκος από 3. Έτσι μπορούμε να βρούμε βέλτιστο κώδικα με μήκος κωδικών λέξεων $\{2, 2, 2, 2\}$ ή $\{1, 2, 3, 3\}$

β)

(i) Εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο Huffman έχουμε

10/41	14/41	17/41	24/41	1	01	2
9/41	10/41	14/41	17/41		10	2
8/41	9/41	10/41			11	2
7/41	8/41				000	3
7/41					001	3

Το μέσο μήκος της κωδικής λέξης του κώδικα Huffman είναι

$$\bar{\ell} = 2 * \frac{10}{41} + 2 * \frac{9}{41} + 2 * \frac{8}{41} + 3 * \frac{7}{41} + 3 * \frac{7}{41} = \frac{96}{41} = 2,34 \text{ bits}$$

(ii) Για να βρούμε αν ο κώδικα αυτός είναι επίσης βέλτιστος θα πρέπει να συγκρίνουμε το μέσο μήκος της κωδικής λέξης του κώδικα με το μέσο μήκος του βέλτιστου κώδικα που βρήκαμε προηγουμένως. Παρατηρούμε ότι το μέσο μήκος του καινούριου κώδικα είναι 2,5 bits και άρα μεγαλύτερο από τον βέλτιστο κώδικα οπότε ο κώδικας αυτός δεν είναι δυνατόν να είναι βέλτιστος.