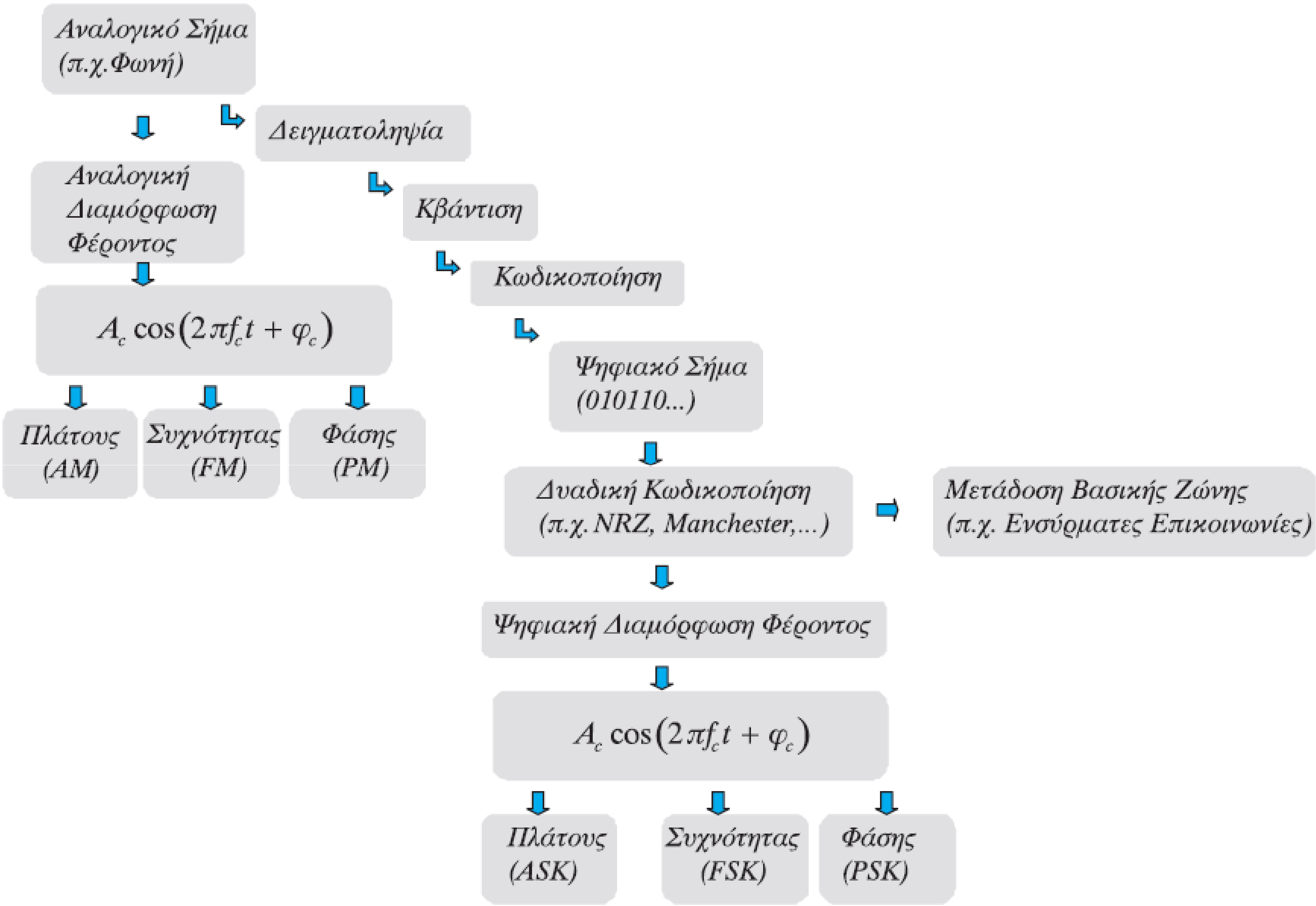
ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ3
2η ΟΣΣ

16/12/2012

Ν.Δημητρίου

Πρόγραμμα ΟΣΣ

- ΓΕ1 Σχόλια
- Ύλη ΓΕ2
  - Διαμορφώσεις
    - Πλάτους
      - AM
      - DSB
    - Γωνίας
      - AM
      - FM
  - Δειγματοληψία- Κβάντιση-PCM
- Ασκήσεις - Παραδείγματα


Αναλογικό Σήμα (π.χ.Φωνή)
Δειγματοληψία
Αναλογική Διαμόρφωση Φέροντος
Κβάντιση
Κωδικοποίηση
$A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi_c)$
Ψηφιακό Σήμα (010110...)
Πλάτους (AM)
Συχνότητας (FM)
Φάσης (PM)
Δυαδική Κωδικοποίηση (π.χ. NRZ, Manchester,...)
Μετάδοση Βασικής Ζώνης (π.χ. Ενσύρματες Επικοινωνίες)
Ψηφιακή Διαμόρφωση Φέροντος
$A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi_c)$
Πλάτους (ASK)
Συχνότητας (FSK)
Φάσης (PSK)

Σημείωση

- *Οι ενότητες & υποενότητες που σχετίζονται με υπολογισμούς θορύβου και σηματοθορυβικού λόγου στις αναλογικές διαμορφώσεις είναι **<u>εκτός ύλης</u>**.*

3.1 Φέρον Σήμα

Το φέρον σήμα (ή φέρουσα)είναι συνήθως ένα συνημιτονοειδές σήμα πλάτους A_c , συχνότητας f_c και φάσης ϕ_c :

$$x_c(t) = A_c \cos\left(2\pi f_c t + \phi_c\right)$$

AM,DSB,SSB **FM,PM**

Η διαδικασία της διαμόρφωσης συνίσταται στην επισύναψη του σήματος πληροφορίας σε ένα από τα προαναφερθέντα χαρακτηριστικά του φέροντος, ώστε να είναι δυνατή η μετάδοσή του στο κανάλι και η λήψη του από τον δέκτη, ο οποίος με την «αντίστροφη» διαδικασία της αποδιαμόρφωσης ανακτά το σήμα πληροφορίας.

3.2.2 Διαμόρφωση DSB-SC (Double Sideband Suppressed Carrier)

Έστω σήμα μηνύματος/πληροφορίας $x(t)$ περιορισμένου εύρους ζώνης f_x, με φάσμα $G(f)=\Im\left[x(t)\right]$ που διαμορφώνει κατά DSB–SC το φέρον σήμα

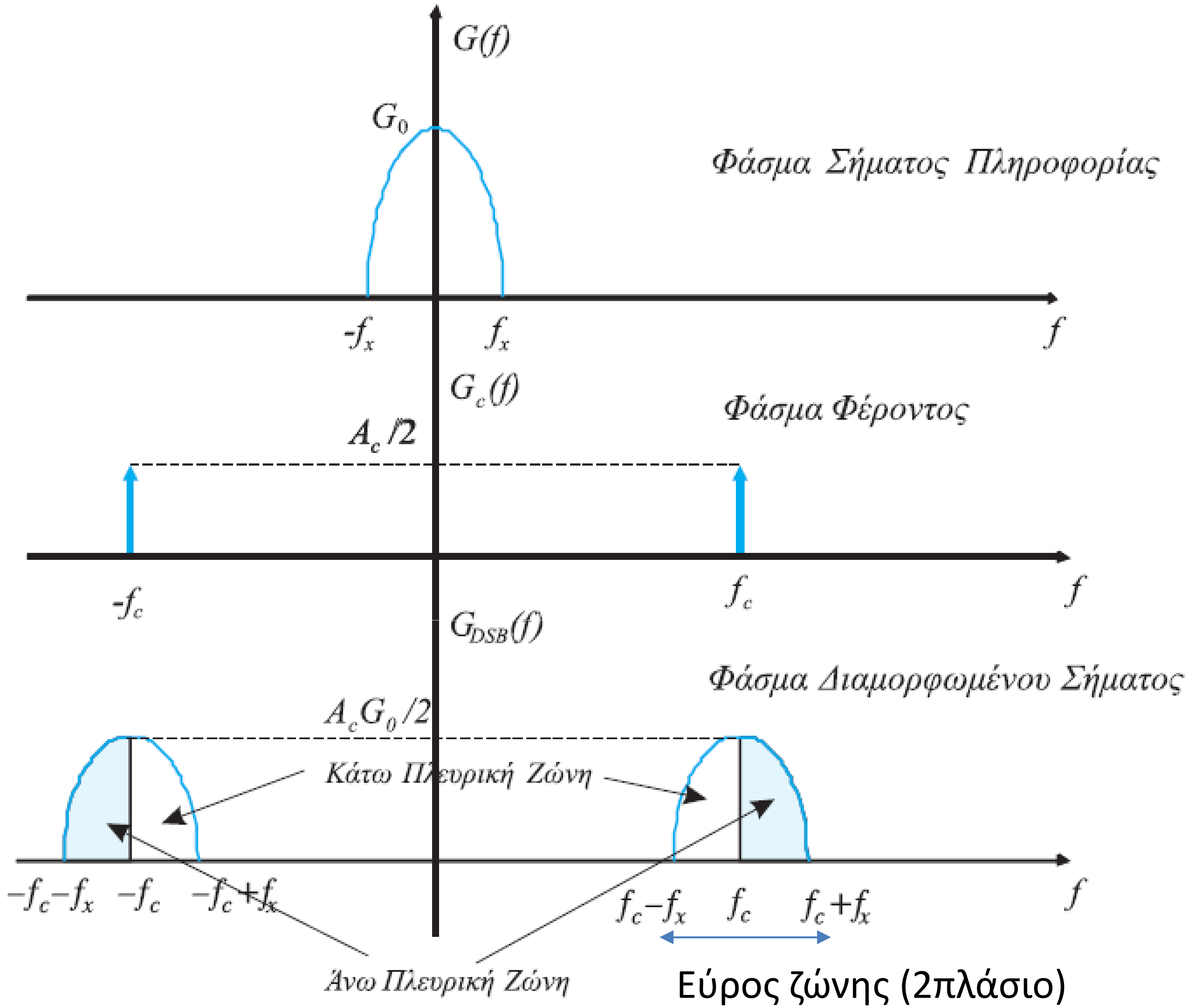
$$x_c(t)=A_c\cos(2\pi f_c t).$$

Το διαμορφωμένο σήμα γράφεται στο πεδίο του χρόνου:

$$x_{DSB}(t)=x(t)x_c(t)=x(t)A_c\cos(2\pi f_c t)$$

Στο πεδίο των συχνοτήτων το φάσμα του σήματος θα ισούται με:

$$G_{DSB}(f)=\Im\left\{x(t)A_c\cos(2\pi f_c t)\right\}=\frac{A_c}{2}\left[G(f-f_c)+G(f+f_c)\right]$$



Παρατήρηση: Το διαμορφωμένο σήμα καταλαμβάνει το διπλάσιο εύρος ζώνης ($W = 2f_x$) σε σχέση με το αρχικό σήμα πληροφορίας.

3.2.3 Διαμόρφωση SSB (Single Side Band)

Η διαμόρφωση μονής πλευρικής ζώνης (SSB) προκύπτει από την αντίστοιχη DSB με κατάλληλο φιλτράρισμα της μιας από τις δύο ζώνες. Το διαμορφωμένο σήμα καταλαμβάνει το ίδιο εύρος ζώνης ($W = f_x$) σε σχέση με το αρχικό σήμα πληροφορίας.

- Για τη λήψη της κάτω πλευρικής ζώνης (Lower Side Band, LSB) μπορεί να χρησιμοποιηθεί ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής f_c, δηλαδή με συνάρτηση μεταφοράς $H_L(f) = rect\left(\frac{f}{2f_c}\right)$

ή ζωνοπερατό φίλτρο
$$H_{BL}(f) = rect\left(\frac{f - \frac{2f_c - f_x}{2}}{f_x}\right) + rect\left(\frac{f + \frac{2f_c - f_x}{2}}{f_x}\right)$$

- Για τη λήψη της άνω πλευρικής ζώνης (Upper Side Band, USB) μπορεί να χρησιμοποιηθεί ιδανικό υψιπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής f_c

$$H_H(f) = 1 - rect\left(\frac{f}{2f_c}\right)$$

ή ζωνοπερατό φίλτρο
$$H_{BH}(f) = rect\left(\frac{f - \frac{2f_c + f_x}{2}}{f_x}\right) + rect\left(\frac{f + \frac{2f_c + f_x}{2}}{f_x}\right)$$

Διαμόρφωση πλάτους

3.2.1 Διαμόρφωση AM (Amplitude Modulation)

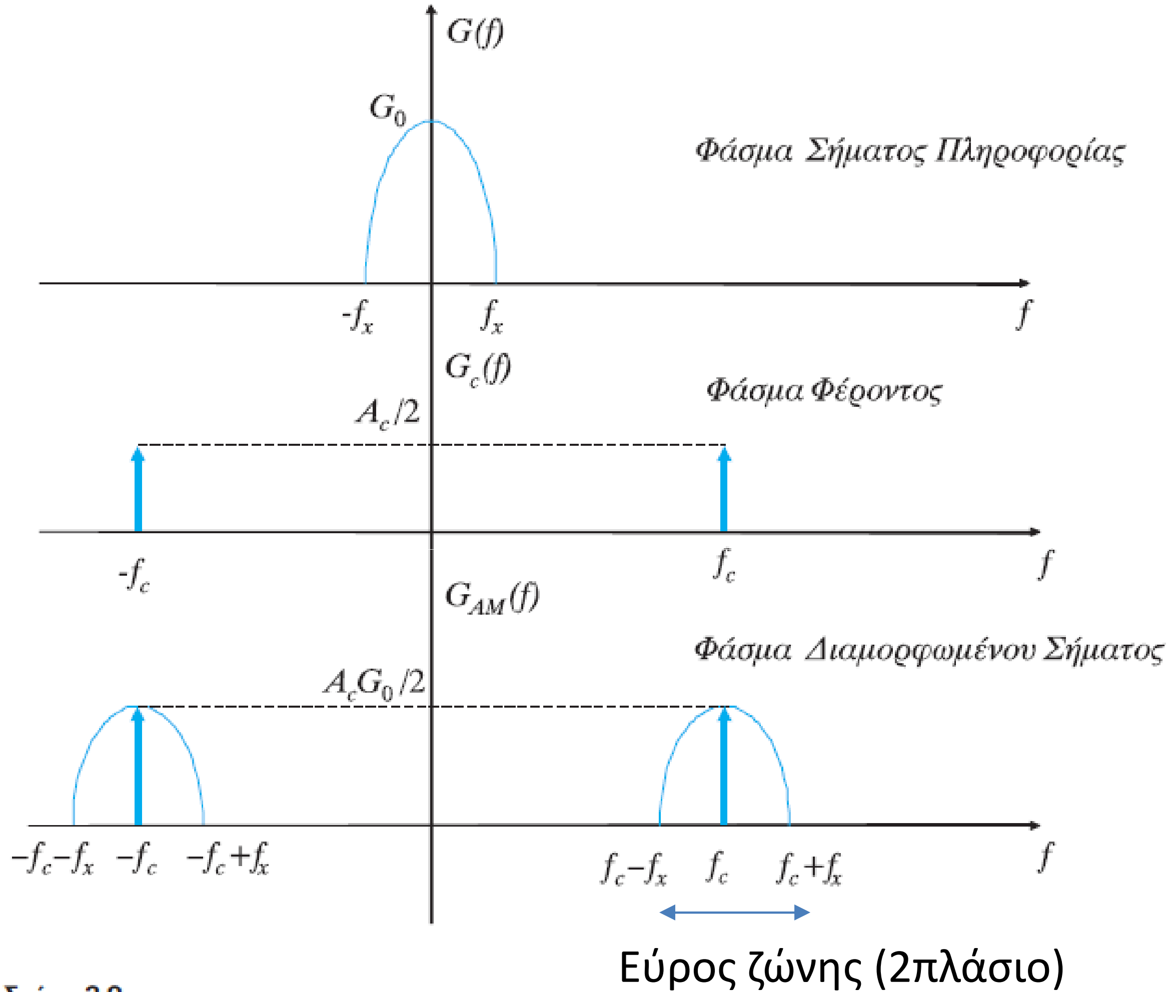
Έστω σήμα μηνύματος/πληροφορίας $x(t)$ περιορισμένου εύρους ζώνης f_x, με φάσμα $G(f)=\Im[x(t)]$ που διαμορφώνει κατά AM το φέρον σήμα $x_c(t)=A_c\cos(2\pi f_c t)$.

Το διαμορφωμένο σήμα γράφεται στο πεδίο του χρόνου:

$$x_{AM}(t)=\left(1+x(t)\right)x_c(t)=\left(1+x(t)\right)A_c\cos(2\pi f_c t)=$$
$$=A_c\cos(2\pi f_c t)+x(t)A_c\cos(2\pi f_c t)$$

Στο πεδίο των συχνοτήτων το φάσμα του σήματος θα ισούται με:

$$G_{AM}(f)=\Im\{A_c\cos(2\pi f_c t)+x(t)A_c\cos(2\pi f_c t)\}=$$
$$=\frac{A_c}{2}\left[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)\right]+\frac{A_c}{2}\left[G(f-f_c)+G(f+f_c)\right]$$

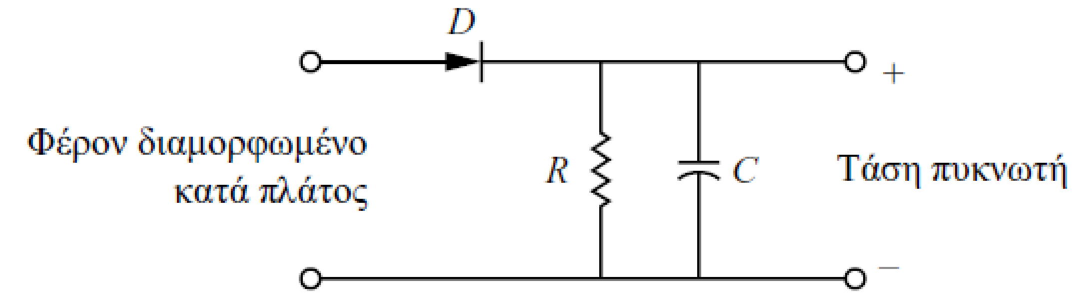


Σχήμα 3.2

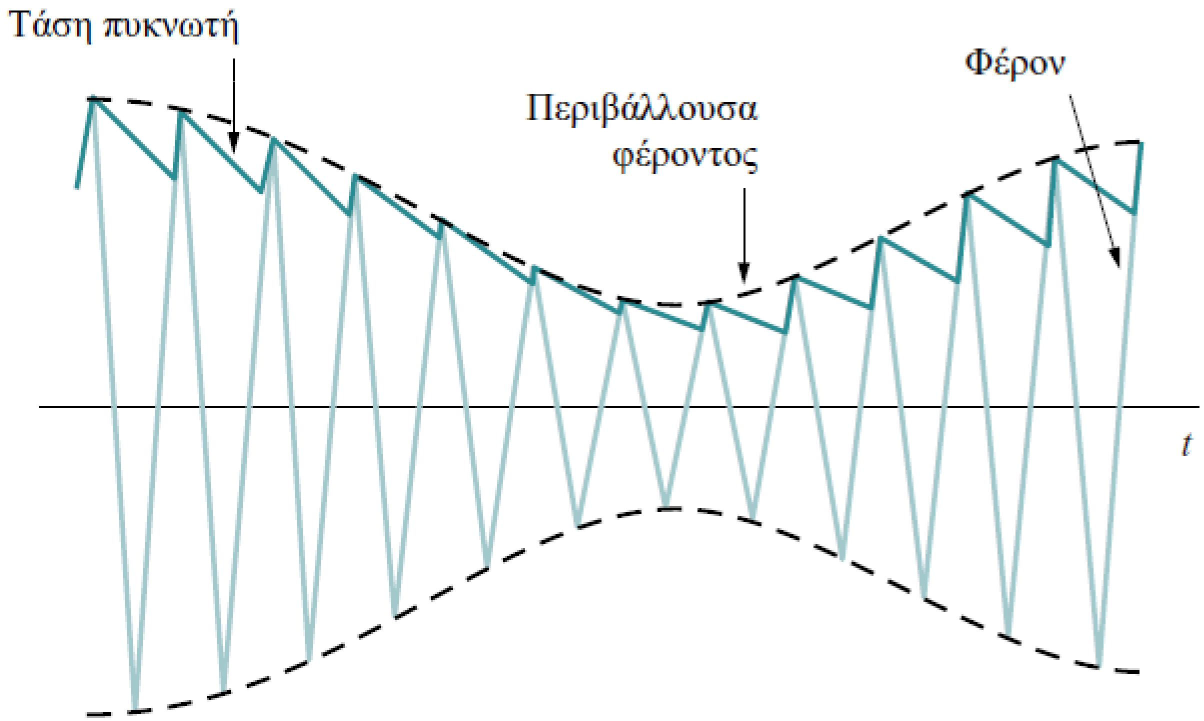
Παρατήρηση: Το διαμορφωμένο σήμα καταλαμβάνει το διπλάσιο εύρος ζώνης ($W = 2f_x$) σε σχέση με το αρχικό σήμα πληροφορίας.

Αποδιαμόρφωση AM με φωρατή περιβάλλουσας

(α)



(β)



3.2.4 Δείκτης Διαμόρφωσης Πλάτους

Θεωρούμε το διαμορφωμένο κατά πλάτος σήμα:
$x_{AM}(t)=\left(1+x(t)\right)x_c(t)=\left(1+x(t)\right)A_c\cos\left(2\pi f_c t\right)=A(t)\cos\left(2\pi f_c t\right)$

Για να είναι δυνατή η ανάκτηση του σήματος πληροφορίας με τη χρήση φωρατή περιβάλλουσας, θα πρέπει ο παράγοντας *A(t)* να είναι θετικός, δηλ.

$$A(t)\geq 0 \Leftrightarrow \left(1+\min\left(x(t)\right)\right)A_c\geq 0\Leftrightarrow 1+\min\left(x(t)\right)\geq 0\Leftrightarrow \min\left(x(t)\right)\geq -1$$

Εισάγοντας τον πολλαπλασιαστικό παράγοντα μ στην έκφραση του διαμορφωμένου σήματος , αυτή θα γράφεται ως εξής:

$$x_{AM}(t)=\left(1+\mu x(t)\right)x_c(t)=\left(1+\mu x(t)\right)A_c\cos\left(2\pi f_c t\right)=A_\mu(t)\cos\left(2\pi f_c t\right)$$

Για να είναι δυνατή η ανάκτηση του σήματος πληροφορίας με τη χρήση φωρατή περιβάλλουσας, θα πρέπει ο παράγοντας $A_\mu(t)$ να είναι θετικός, δηλ.

$$A_\mu(t)\geq 0 \Leftrightarrow \left(1+\mu\min\left(x(t)\right)\right)A_c\geq 0\Leftrightarrow 1+\mu\min\left(x(t)\right)\geq 0\Leftrightarrow \min\left(x(t)\right)\geq -\frac{1}{\mu}$$

οπότε με κατάλληλη επιλογή του δείκτη διαμόρφωσης, είναι δυνατή η ανάκτηση σημάτων πληροφορίας με ελάχιστη τιμή μικρότερη του -1.

Στην περίπτωση που ισχύει ότι $\left|x(t)\right|\leq 1$ ο δείκτης διαμόρφωσης θα ισούται με :

$$\mu=\frac{\max\left[A(t)\right]-\min\left[A(t)\right]}{\max\left[A(t)\right]+\min\left[A(t)\right]}$$

3.3 Διαμόρφωση γωνίας

Έστω σήμα μηνύματος/πληροφορίας $x(t)$ με φάσμα περιορισμένου εύρους ζώνης $G(f)=\Im\left[x(t)\right]$ διαμορφώνει κατά γωνία το φέρον σήμα $x_c(t)=A_c\cos(2\pi f_c t)$ οπότε το διαμορφωμένο σήμα γράφεται:

$$x_m(t)=A_c\cos\left(2\pi f_c t+\varphi(t)\right)$$

στιγμιαία γωνία του διαμορφωμένου σήματος $\theta(t)=2\pi f_c t+\varphi(t)$

στιγμιαία απόκλιση φάσης $\varphi(t)$

στιγμιαία κυκλική συχνότητα $\omega(t)=\dfrac{d\theta(t)}{dt}=\dfrac{d\left(2\pi f_c t+\varphi(t)\right)}{dt}=2\pi f_c+\dfrac{d\varphi(t)}{dt}$

στιγμιαία συχνότητά $f(t)=\dfrac{\omega(t)}{2\pi}=f_c+\dfrac{1}{2\pi}\dfrac{d\varphi(t)}{dt}$

στιγμιαία απόκλιση (κυκλικής) συχνότητάς $\Delta\omega(t)=\dfrac{d\varphi(t)}{dt}$

Λόγος απόκλισης γωνιακά διαμορφωμένου σήματος $D=\dfrac{\max\left(|\Delta\omega|\right)}{2\pi f_x}=\dfrac{\max\left(|\Delta f|\right)}{f_x}=\dfrac{\max\left(\left|\dfrac{d\phi(t)}{dt}\right|\right)}{2\pi f_x}$

Εύρος ζώνης διαμορφωμένου σήματος $W\approx 2(D+1)f_x=2\left(\max(\Delta f)+f_x\right)$ κανόνας του Carson.

3.3.4 Διαμόρφωση φάσης (Phase Modulation, PM)

$$\varphi(t) = k_p x(t)$$

η k_p ονομάζεται σταθερά απόκλισης φάσης και έχει μονάδες $\mathrm{rad}/\mathrm{Volt}$

Το διαμορφωμένο κατά φάση σήμα γράφεται: $x_{PM}(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + k_p x(t)\right]$

3.3.5 Διαμόρφωση συχνότητας (Frequency Modulation, FM)

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = k_f x(t) \Leftrightarrow \varphi(t) = k_f \int_{-\infty}^{t} x(\lambda)\, d\lambda$$

Στον παραπάνω τύπο υπάρχει η παραδοχή ότι $\lim_{t\to-\infty} \varphi(t) = 0$

η k_f ονομάζεται σταθερά απόκλισης συχνότητας και έχει μονάδες $\dfrac{\mathrm{rad}/\mathrm{sec}}{\mathrm{Volt}}$.

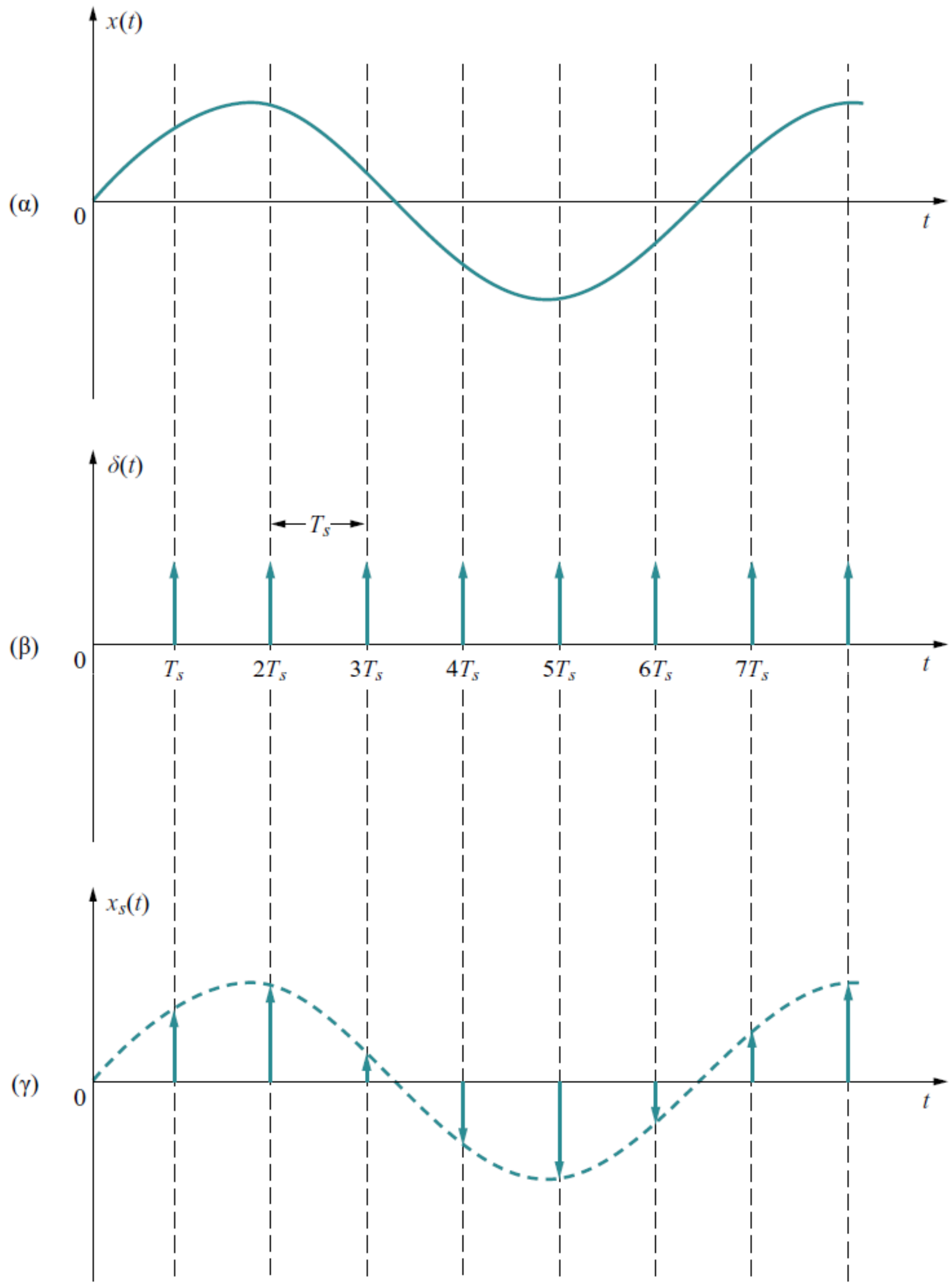
Το διαμορφωμένο κατά συχνότητα σήμα γράφεται: $x_{FM}(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + k_f \int_{-\infty}^{t} x(\lambda)\, d\lambda\right]$

Ιδανική Δειγματοληψία

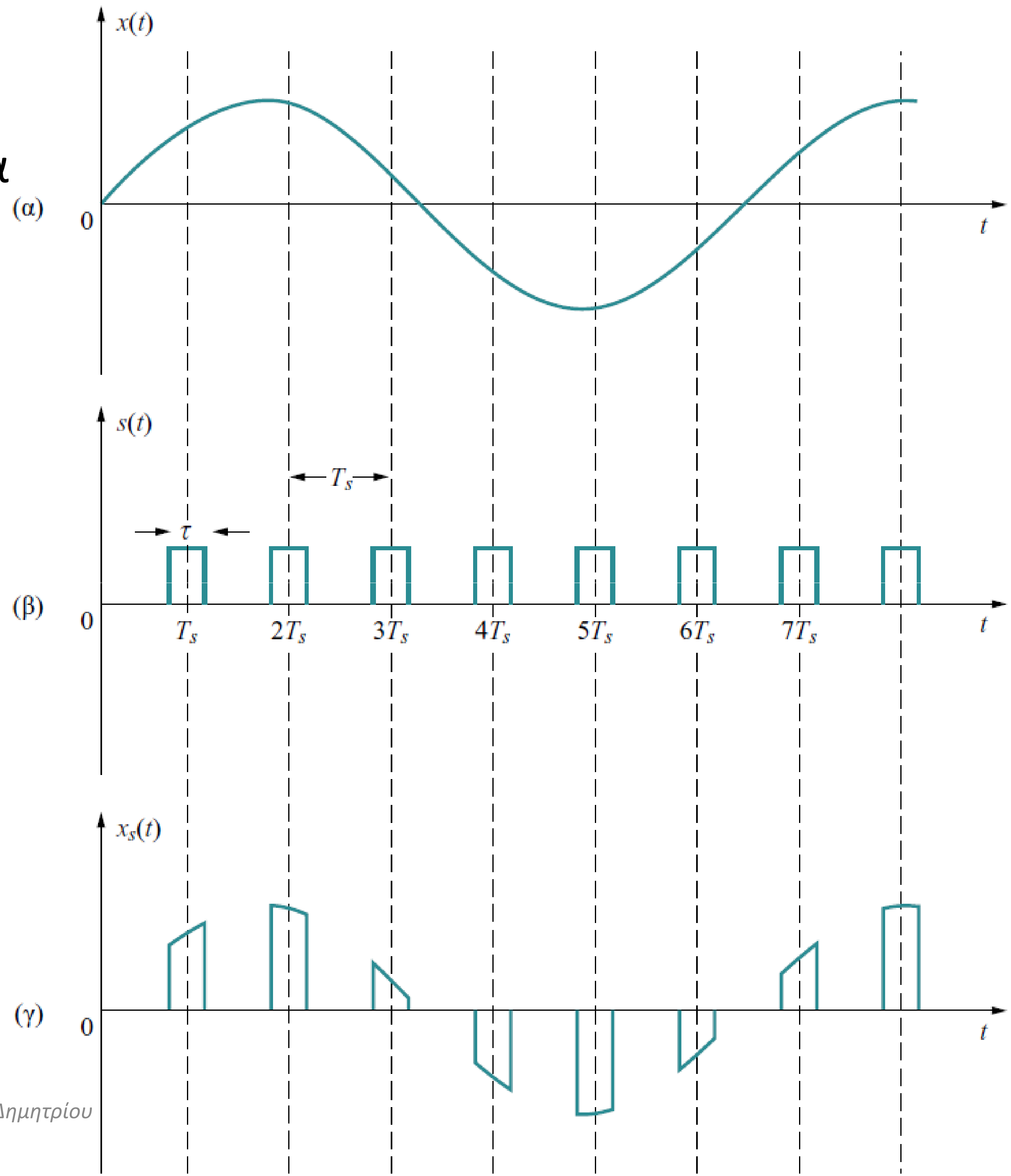
$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(t-nT_s\right)$$

$$x_s\left(t\right)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(t-nT_s\right)\cdot x\left(t\right)=$$

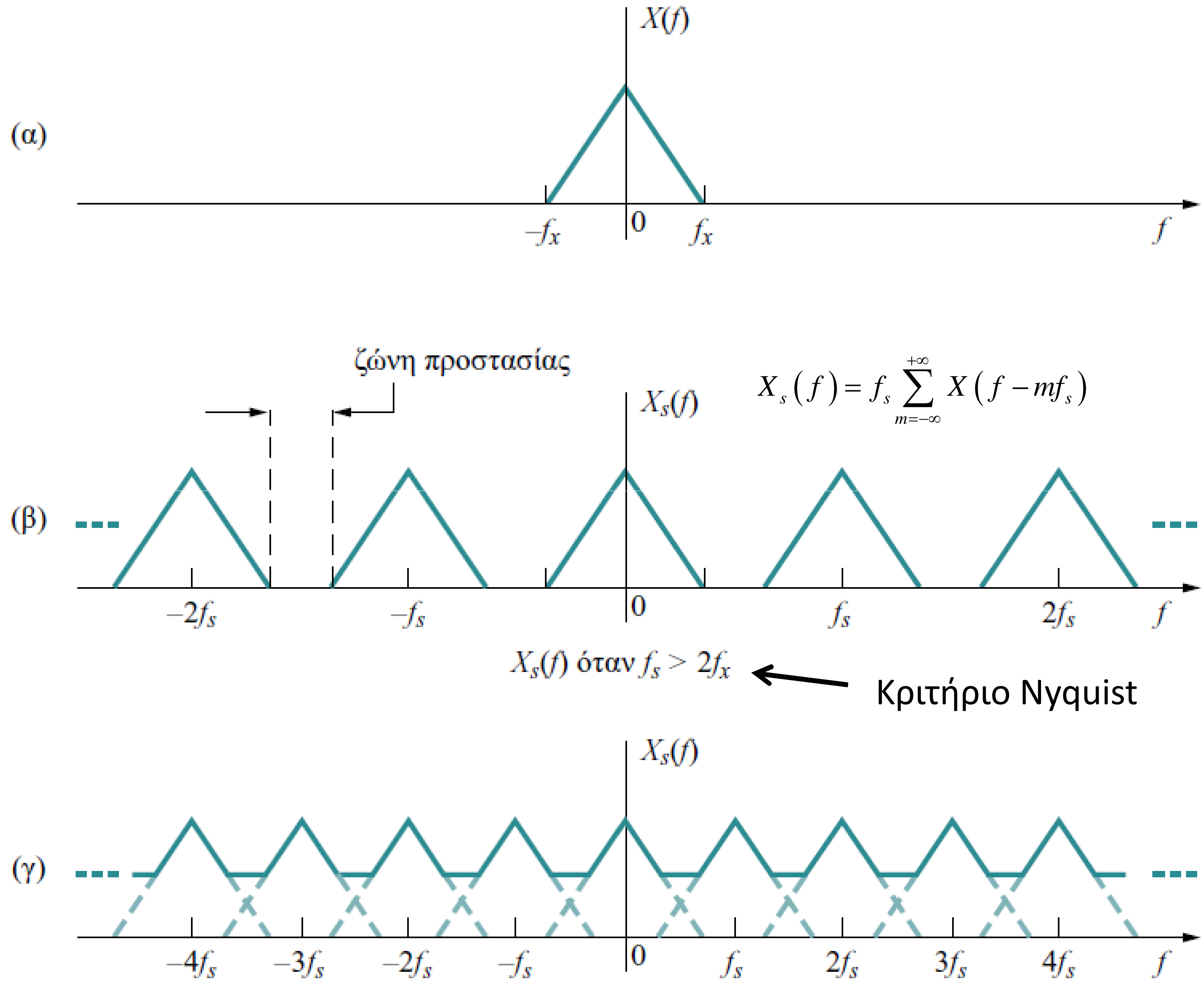
$$=x\left(t\right)\Big|_{t=nT_s}=x_s\left(n\right),\quad n \text{ ακέραιος}$$



Φυσική Δειγματοληψία

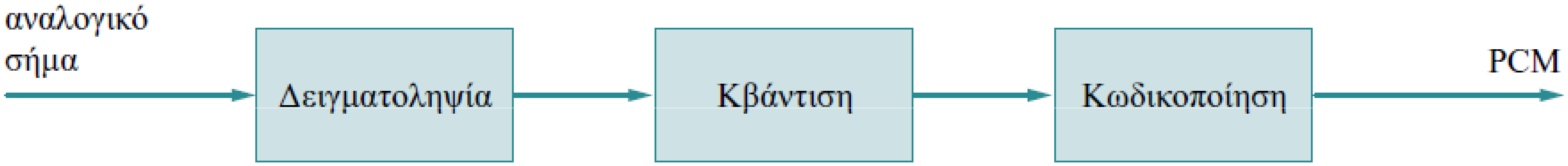


Φάσμα Ιδανικά Δειγματισμένου σήματος – Κριτήριο Nyquist

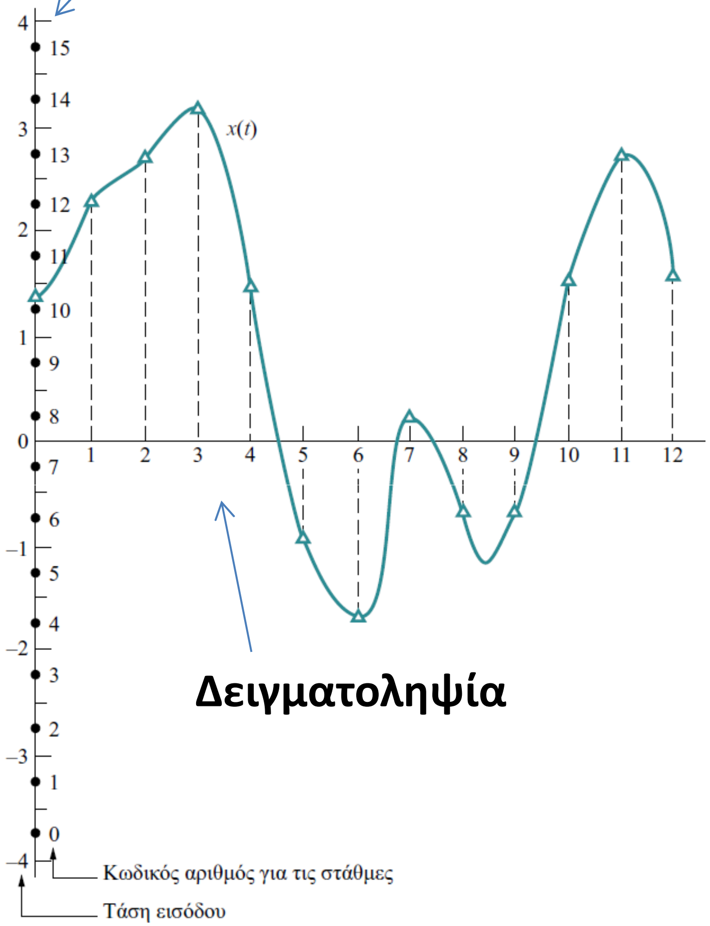


$X_s(f)$ όταν $f_s < 2f_x$

Παλμοκωδική Διαμόρφωση (PCM)



Κβάντιση



Δειγματοληψία

Κωδικοποίηση

Αριθμός δείγματος	$x_s(t)$	$x_q(t)$	Αριθμός στάθμης	Δυαδική τιμή αριθμού στάθμης
0	1,3	1,25	10	1010
1	2,3	2,25	12	1100
2	2,7	2,75	13	1101
3	3,2	3,25	14	1110
4	1,45	1,25	10	1010
5	– 0,9	– 0,75	6	0110
6	– 1,7	– 1,75	4	0100
7	0,3	0,25	8	1000
8	0,7	0,75	9	1001
9	0,7	0,75	9	1001
10	1,6	1,75	11	1011
11	2,8	2,75	13	1101
12	1,7	1,75	11	1011

Μέγιστο Σφάλμα ομοιόμορφης κβάντισης: $\dfrac{\Delta}{2}$

Αριθμός σταθμών κβάντισης:

$$\frac{V_{\max} - V_{\min}}{\Delta} = \frac{V_{p-p}}{\Delta}$$

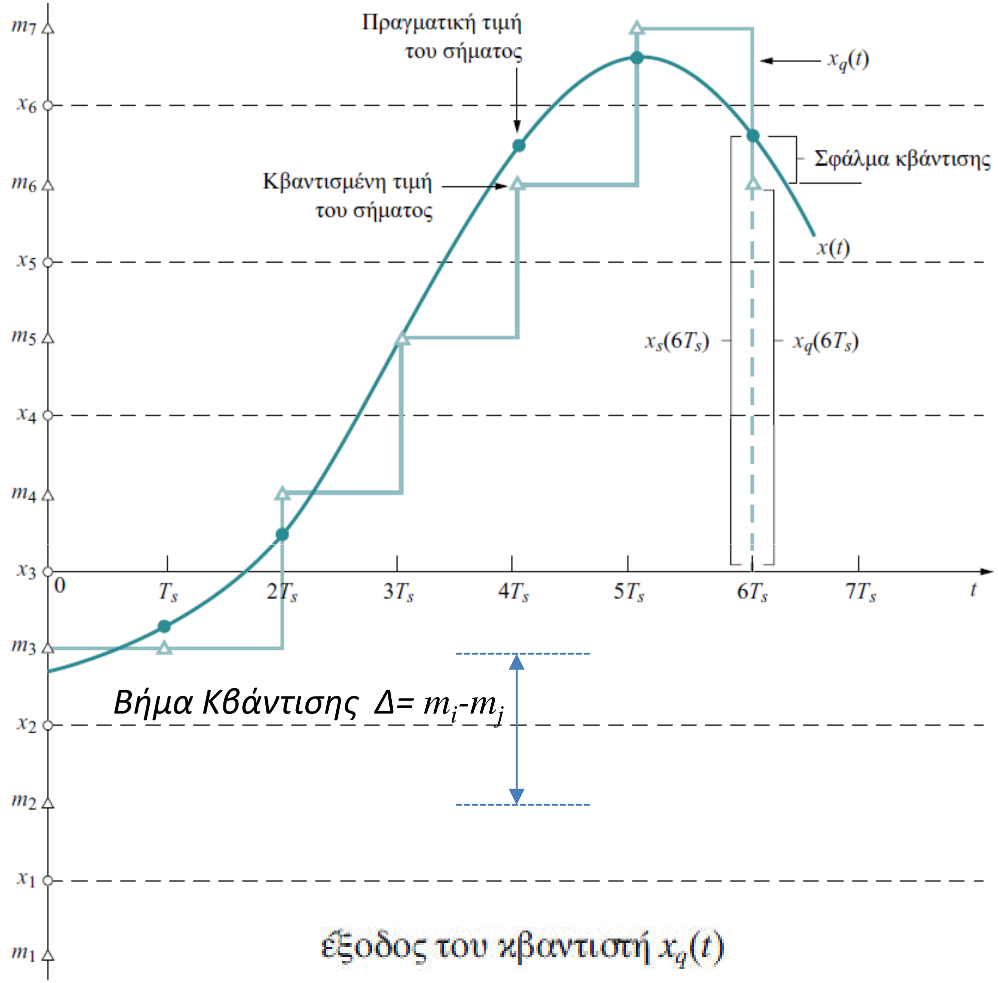
Σηματοθορυβικός λόγος κβάντισης:

$$SNR_q = 10\log_{10}\left(L^2\right)$$

Αριθμός απαιτούμενων δυαδικών bits ανά στάθμη κβάντισης:

$$n = \left\lceil \log_2\left(L\right) \right\rceil$$

L στάθμες κβάντισης $m_1, m_2, \ldots, m_L$



έξοδος του κβαντιστή $x_q(t)$

$$x_q(\mathrm{t}) = m_i \quad \text{αν} \quad x_{i-1} < x(t) \le x_i$$

εάν f_s είναι η συχνότητα δειγματοληψίας,

τότε ο ρυθμός μετάδοσης πληροφορίας θα είναι ίσος με $f_s \log_2 L$ bits/sec.

στα δυαδικά συστήματα τα κανάλια βασικής ζώνης μπορούν να μεταφέρουν μέχρι

2 bits/sec/Hz,

το απαιτούμενο εύρος ζώνης, B_{PCM}, του σήματος PCM εκφράζεται

από τον τύπο

$$B_{\text{PCM}} \geq \frac{1}{2} f_s \log_2 L$$

Ισχύς

Στιγμιαία ισχύς σήματος $P(t) = \left|x(t)\right|^2$

Μέση ισχύς $\overline{P(t)} = P_x = \lim_{(t_2-t_1)\to\infty}\left\{\frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2}\left|x(t)\right|^2 \cdot dt\right\} \overset{\substack{t_1\to -T\\ t_2\to T}}{=} \lim_{T\to\infty}\left\{\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\left|x(t)\right|^2 \cdot dt\right\}$

Ταυτότητα Parseval – Μέση ισχύς περιοδικών σημάτων

Έστω σήμα $x(t)$ περιοδικό με περίοδο T_0 τέτοια ώστε να ισχύει $\forall t \in \mathbb{R}$:

$$x(t+nT_0) = x(t),\ \forall\ n\ \in\ \mathbb{Z}$$

ΜΣ Fourier: $X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_n \cdot \delta(f - nf_0)\ ,\ f_0 = \frac{1}{T_0}$

$$P_x = \frac{1}{T_0}\int_{t_1}^{t_1+T_0}\left|x(t)\right|^2 \cdot dt = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left|V_n\right|^2$$