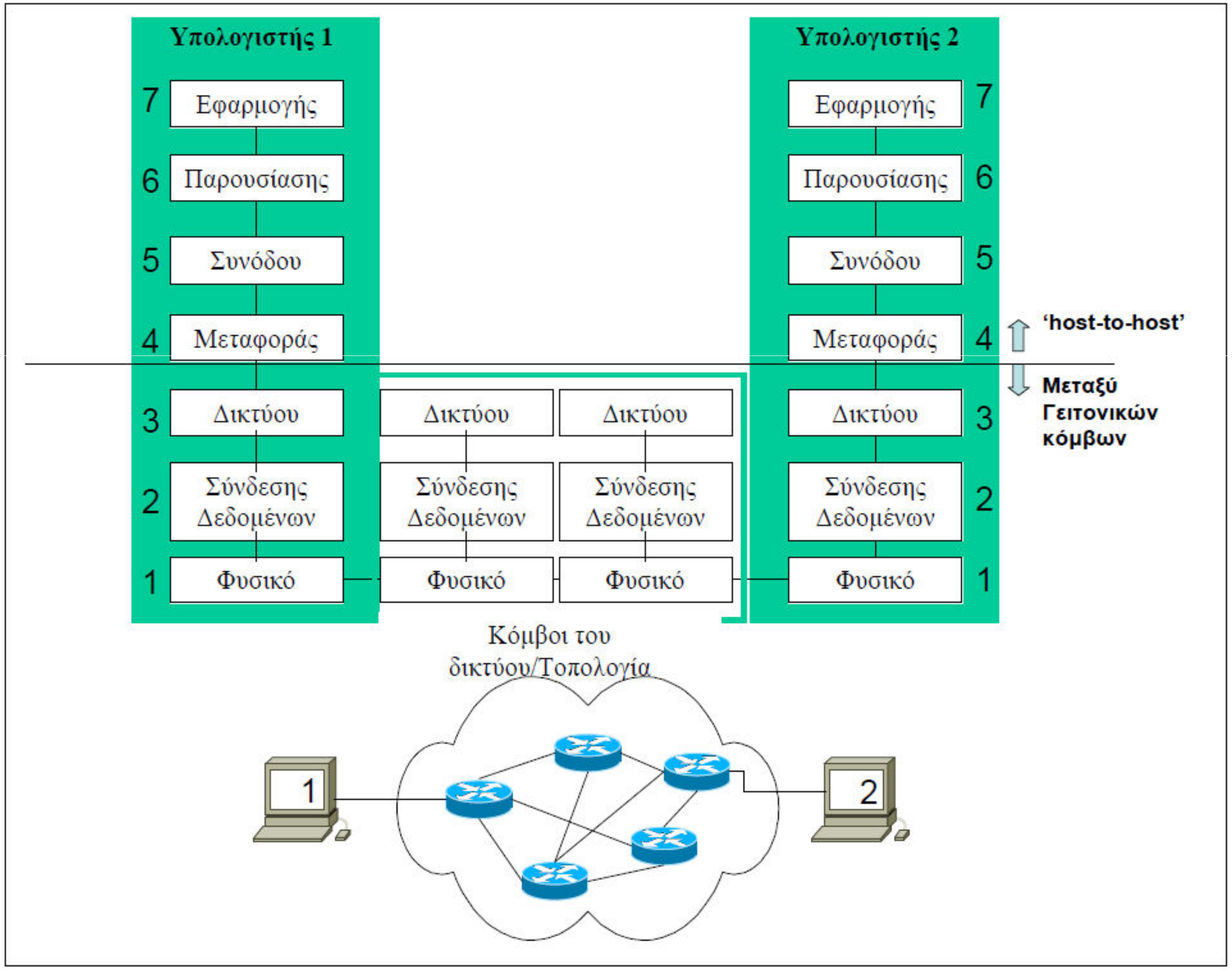
ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ-3
3η ΟΣΣ 03.02.2013

Ν.Δημητρίου

ΔΙΚΤΥΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Σκοπός: Επικοινωνία μεταξύ υπολογιστών / ανταλλαγή μηνυμάτων πληροφορίας και ελέγχου: Σύνθετη Υπηρεσία που οι διαδικασίες της ιεραρχούνται σε 7 στρώματα υπηρεσιών με βάση το Open Systems Interconnection Reference Model (OSI/RM) (σελ.50):



Επίπεδο Εφαρμογής: Προδιαγράφει τις Υπηρεσίες που εκτελούνται από τις τελικές εφαρμογές (e-mail, ftp κλπ)
Επίπεδο Παρουσίασης: Αναπαράσταση Δεδομένων, Συμπίεση, Κρυπτογράφηση. *(θα ασχοληθούμε με τέτοια θέματα στο βιβλίο «Θεωρία Πληροφορίας»)*
Επίπεδο Συνόδου: Εγκαθίδρυση-Επίβλεψη-τερματισμός sessions μεταξύ τερματικών υπολογιστών (επιλογή simplex/half duplex/duplex σύνδεσης κλπ)
Επίπεδο Μεταφοράς: Αφορά το κανάλι επικοινωνίας μεταξύ των τερματικών υπολογιστών. Διάσπαση Δεδομένων σε πακέτα, Ανασύνθεση, έλεγχος ορθής αποστολής, διόρθωση σφαλμάτων, πρωτόκολλα επανεκπομπής, σύνδεση με νοητά κυκλώματα/αυτοδύναμα πακέτα, πολυπλεξία μηνυμάτων κλπ. *(Θα ασχοληθούμε με τέτοια θέματα σε ασκήσεις του βιβλίου «Δίκτυα Υπολογιστών»)*
Επίπεδο Δικτύου: Δρομολογηση πακέτων μεταξύ γειτονικών κόμβων, έλεγχος συμφόρησης κόμβων, διευθυνσιοδότηση πακέτων

Επίπεδο Σύνδεσης Δεδομένων: Οργάνωση πακέτων σε πλαίσια, πρόσθεση πληροφοριών ελέγχου, έλεγχος σφαλμάτων, διόρθωση σφαλμάτων, πρωτόκολλα επανεκπομπής*(Θα ασχοληθούμε με τέτοια θέματα σε ασκήσεις του βιβλίου «Δίκτυα Υπολογιστών»)*
Φυσικό επίπεδο: Ηλεκτρικές/Μηχανικές/Λειτουργικές προδιαγραφές μετάδοσης σημάτων μεταξύ κόμβων (Χαρακτηριστικά Μετάδοσης, Διαμόρφωσης Σήματος, Κωδικοποίησης Καναλιού κλπ) *(Ασχοληθήκαμε με τέτοια θέματα σε ασκήσεις του βιβλίου «Ψηφιακές Επικοινωνίες»)*

Για το **Διαδίκτυο** (σελ.58-61)έχουμε την εξής διαστρωμάτωση:

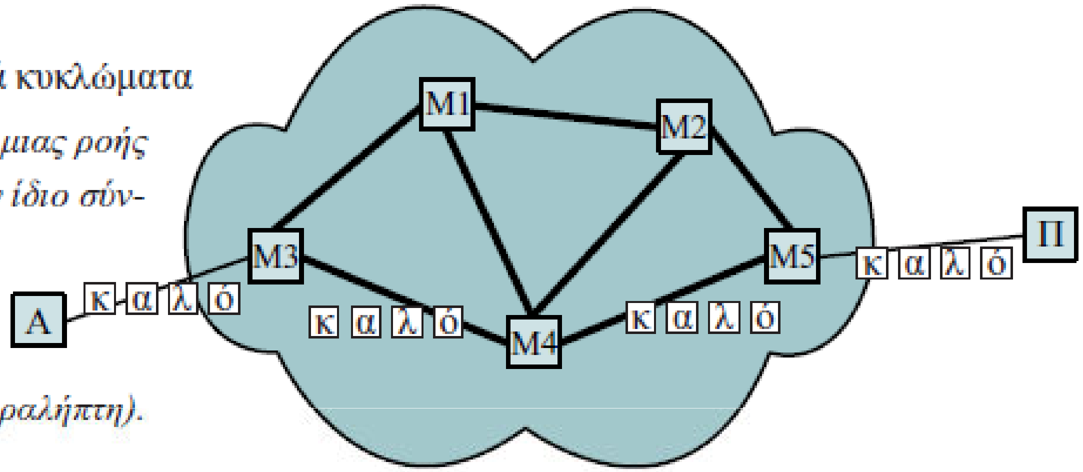
- Επίπεδο Εφαρμογής (περιλαμβάνει τα OSI επίπεδα 7,6,5)
- Επίπεδο Μεταφοράς (TCP/UDP) (περιλαμβάνει το OSI επίπεδο 4)
- Επίπεδο Δικτύου (IP) (περιλαμβάνει το OSI επίπεδο 3)
- Επίπεδο Πρόσβασης (περιλαμβάνει τα OSI επίπεδα 2,1)

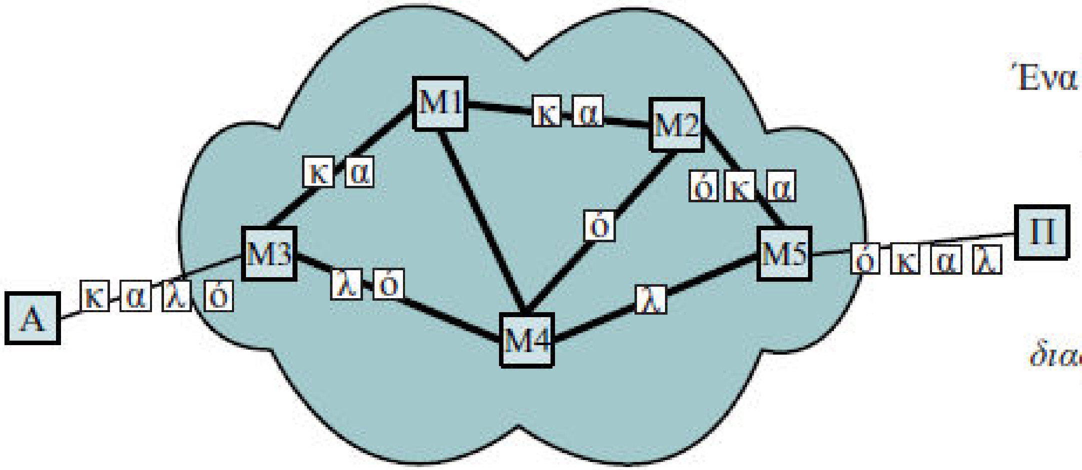
Τρόποι μεταγωγής πακέτων

Σχήμα 1.5

Ένα δίκτυο μεταγωγής πακέτων με ιδεατά κυκλώματα

Σε κάθε μεταγωγέα του δικτύου τα πακέτα μιας ροής δεδομένων δρομολογούνται πάντα από τον ίδιο σύνδεσμο. Έτσι, μπορούμε να σκιαγραφήσουμε στο δίκτυο ένα ιδεατό κύκλωμα που αφιερώνεται για την εξυπηρέτηση του συγκεκριμένου ζευγαριού (αποστολέα – παραλήπτη).





Σχήμα 1.6

Ένα δίκτυο μεταγωγής με αυτοδύναμα πακέτα

Σε κάθε μεταγωγέα του δικτύου τα πακέτα μιας ροής δεδομένων δρομολογούνται ανεξάρτητα το ένα από το άλλο. Έτσι, μπορούν να ακολουθήσουν διαφορετικές διαδρομές κατά τη διέλευσή τους από το δίκτυο.

Χρόνος Μετάδοσης Αρχείου

Α. Α. 1.2

Αρχείο S bits

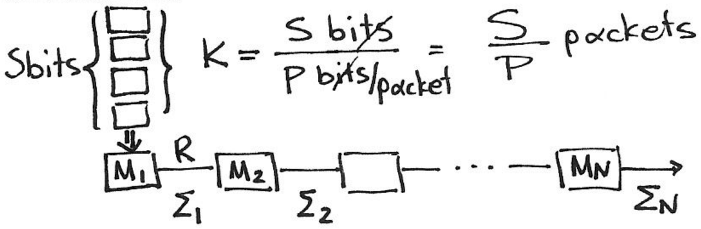
N σύνδεσμοι

R bits/s

P bits/packet

α. $T = ?$

b. $P' = ?$ $T' = T/2$



$$K = \frac{S\ \cancel{bits}}{P\ \cancel{bits}/packet} = \frac{S}{P}\ packets.$$

Καθυστέρηση 1 συνδέσμου

$$T_\Sigma = \frac{P\ \cancel{bits}}{R\ \cancel{bits}/sec} = \frac{P}{R}\ sec$$

1ο	πακέτο	στο δέκτη	μετά	$N \cdot T_\Sigma$
2ο	-"-	-"-	-"-	$N T_\Sigma + T_\Sigma$
3ο	-"-	-"-	-"-	$N T_\Sigma + 2T_\Sigma$
⋮				
K	-"-	-"-	-"-	$N T_\Sigma + (K-1) T_\Sigma$

Άρα $T = N T_\Sigma + (K-1) T_\Sigma$

$= T_\Sigma (N + K - 1)$

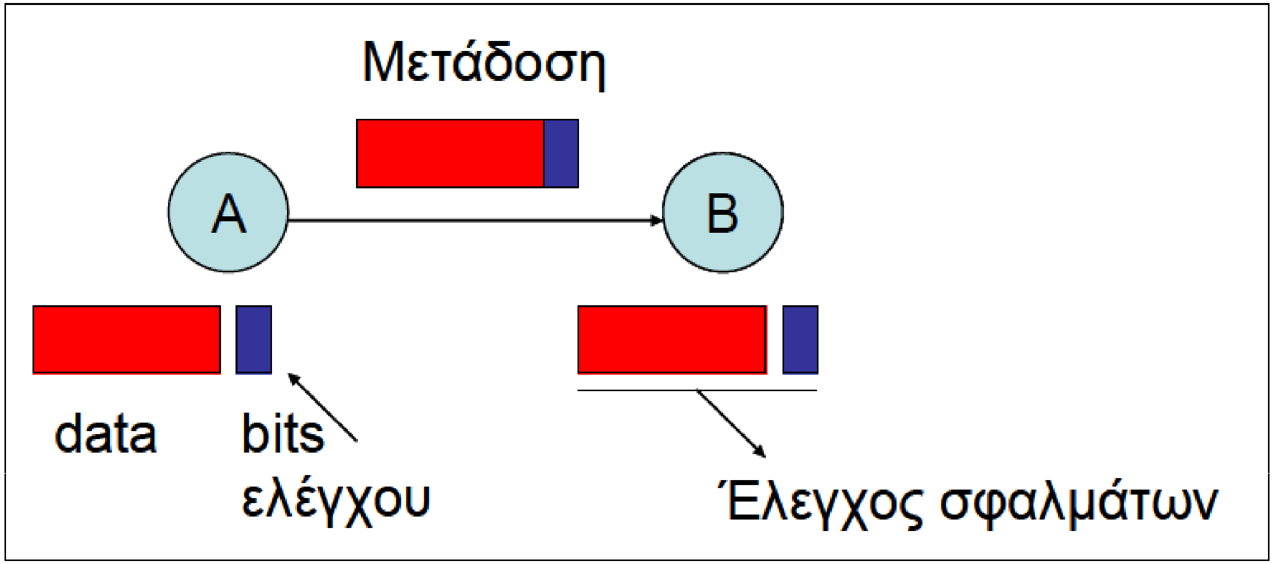
στην περίπτωση ιδανικών κυκλωμάτων

$$\boxed{T = \frac{P}{R}\left(N + \frac{S}{P} - 1\right)} + T_{SETUP}$$

$$T' = T/2 \Rightarrow \frac{P'}{R}\left(N + \frac{S}{P'} - 1\right) = \frac{1}{2}\frac{P}{R}\left(N + \frac{S}{P} - 1\right) \Rightarrow P' = \frac{1}{2}P - \frac{S}{2(N-1)}$$

Τεχνικές Εντοπισμού Σφαλμάτων

Cyclic Redundancy Check (CRC) .σελ. 78-82



Αν εντοπίζεται ότι υπάρχει σφάλμα -> αίτηση για επανεκπομπή.

Υπάρχει μια ακολουθία bits γνωστή σε πομπό και δέκτη –
Πολυώνυμο Γεννήτορας G(x)

Αντιστοίχιση σε ακολουθία μήκους n bits ενός πολυωνύμου n-1 βαθμού

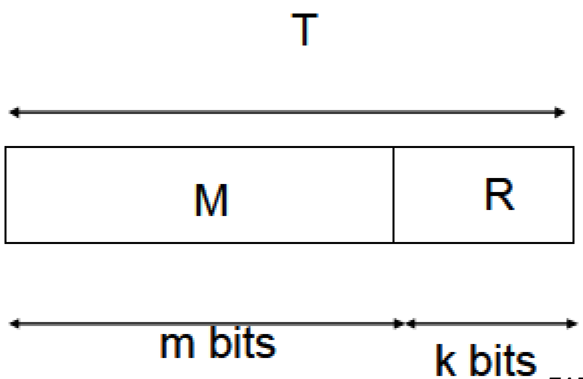
π.χ CRC-8 σελ.82 $$\overset{8\,7\,6\,5\,4\,3\,2\,1\,0}{100000111} \leftrightarrow 1x^8 + 0x^7 + 0x^6 + 0x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 1x^2 + 1x^1 + 1x^0 =$$
$$= x^8 + x^2 + x + 1$$

Αλγόριθμος CRC:

Το μήνυμα M(x) βαθμού m (δηλ.m+1 bits) κωδικοποιείται από το Πολυώνυμο Γεννήτορας G(x) βαθμού k (δηλ.k+1 bits) ως εξής:

Εκτελούμε τη διαίρεση $\dfrac{M(x)x^k}{G(x)}$ και υπολογίζουμε το ΥΠΟΛΟΙΠΟ R(x) (το οποίο θα έχει k bits)

Μεταδιδουμε το πλαίσιο $T(x) = M(x)x^k + R(x)$



Το πλαίσιο T(x) στη διαδρομή μπορεί να επηρεαστεί από θόρυβο και κάποια bits να αλλοιωθούν οπότε να ληφθεί το πλαίσιο T'(x)=T(x)+E(x) όπου το E(x) είναι ακολουθία bits ίσου μεγέθους με το T(x) και έχει bits ίσα με 1 στις αντίστοιχες θέσεις όπου έχουν αλλοιωθεί τα bits του T(x).

Γίνεται η διαίρεση $\frac{T'(x)}{G(x)}=\frac{T(x)+E(x)}{G(x)}=\frac{T(x)}{G(x)}+\frac{E(x)}{G(x)}$

Εάν δεν υπάρχει σφάλμα, (E(x)=000000…000) τότε το υπόλοιπο θα ισούται με μηδέν.

Εαν υπάρχει σφάλμα (το E(x) μη μηδενικό) αυτό θα ισούται με το υπόλοιπο της διαίρεσης $\frac{E(x)}{G(x)}$ μια και η διαίρεση $\frac{T(x)}{G(x)}$ έχει μηδενικό υπόλοιπο.

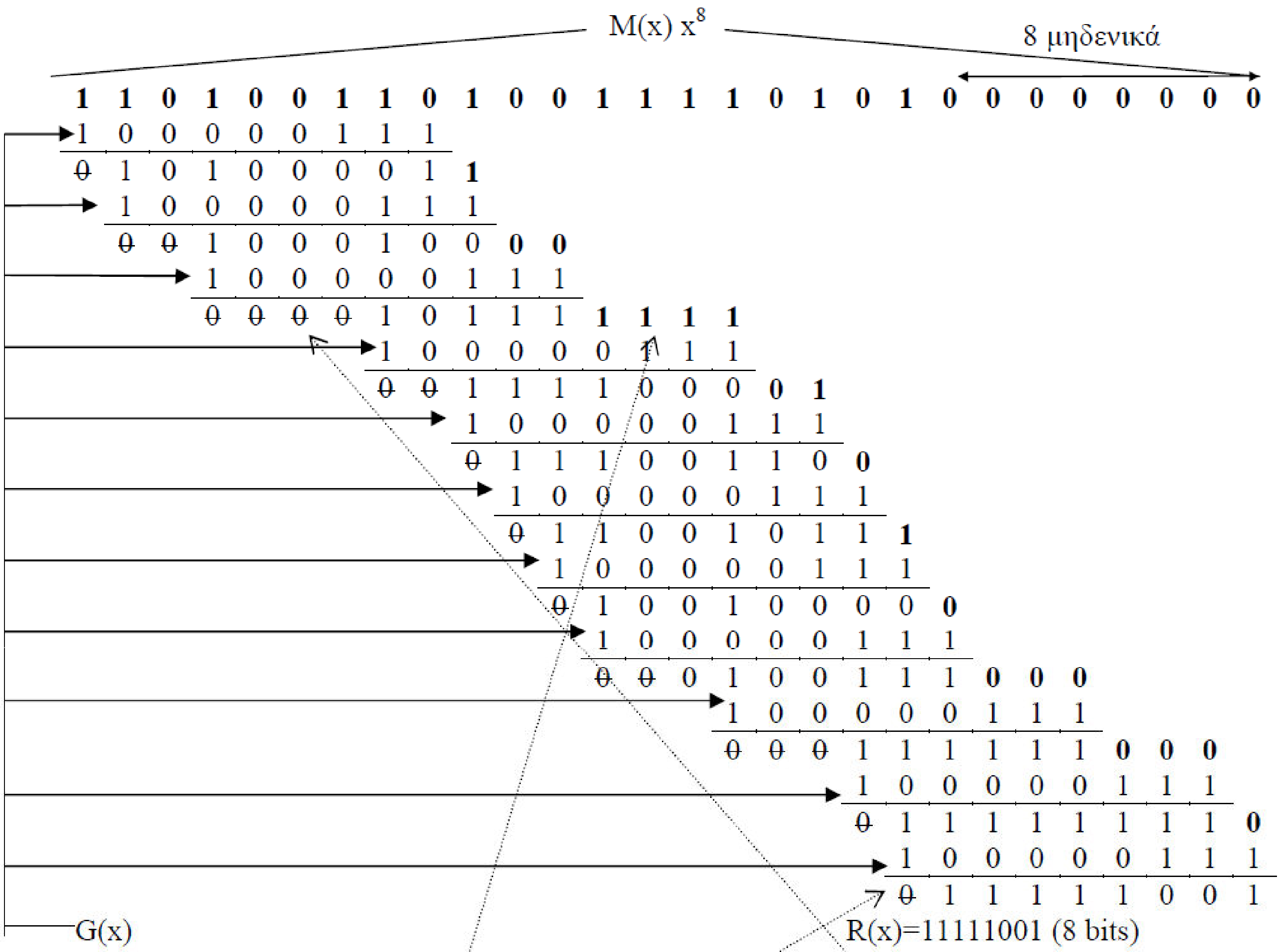
Α.Α. 3.5

M(x)=11010011010011110101 20bits

G(x)=100000111 (9 bits) k=8

Εκτελούμε τη διαίρεση ως εξής:

Προσθέτουμε στο τέλος του M(x) k μηδενικά και διαδοχικά προσθέτουμε από αριστερά προς τα δεξιά το G(x)



Κάθε φορά 'κατεβάζουμε' τόσα bits του $M(x)\,x^8$,όσα και τα μηδενικά αριστερά του 1ου '1'.

Οι προσθέσεις που γίνονται δεν έχουν κρατούμενο 1+1=0+0=0, 1+0=0+1=1.

Το υπόλοιπο προκύπτει όταν το αποτέλεσμα της πρόσθεσης οδηγεί σε αποτέλεσμα με k+1 bits και το 1ο τουλάχιστον (από αριστερά) bit ίσο με μηδέν.

Δυνατότητες Εντοπισμού σφαλμάτων:

- Όλα τα σφάλματα περιττού πλήθους bit (1,3,5,...) αρκεί το G(x) να περιέχει το (x+1) δηλ. να παραγοντίζεται ως G(x)=(x+1) H(x), όπου H(x) τυχαίο πολυώνυμο.
- Όλα τα σφάλματα 1 bit αρκεί οι όροι x^k και x^0 του G(x) να αντιστοιχούν σε '1'
- Όλα τα σφάλματα 2 bit αρκεί το G(x) να έχει περισσότερους από 3 μη μηδενικούς όρους

Άρα, το πακέτο προς μετάδοση T(x) θα ειναι

1	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**
						M(x)																		R(x)			

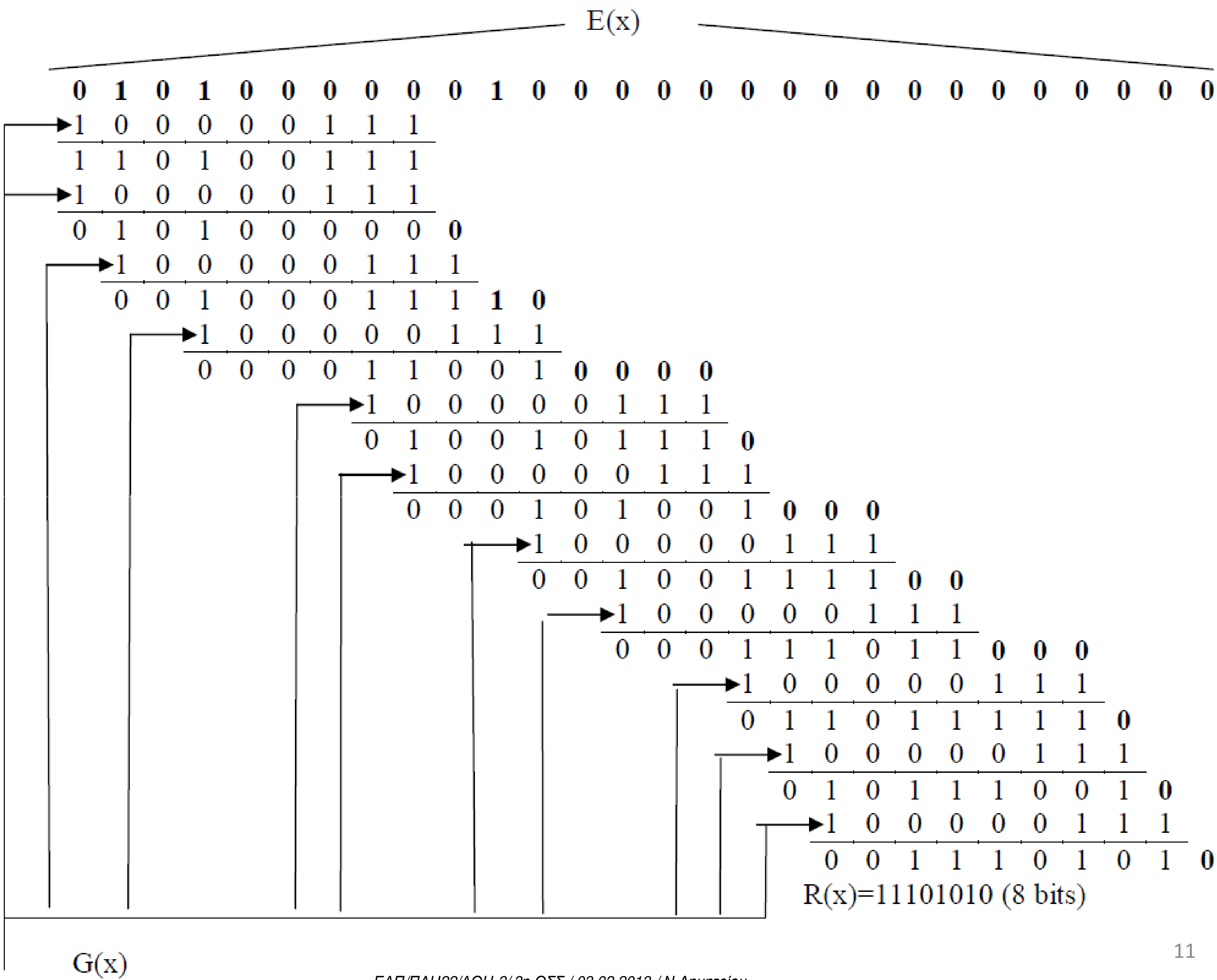
Στο κανάλι αλλοιώνονται το 2^o, 4^o, και 11^o bits
Άρα το E(x) θα είναι

0	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

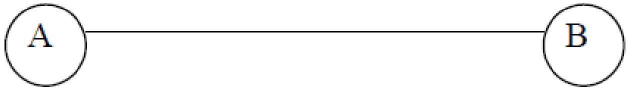
Και το T'(x)=T(x)+E(x) θα είναι:

1	$\underline{\mathbf{0}}$	**0**	$\underline{\mathbf{0}}$	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	$\underline{\mathbf{1}}$	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**

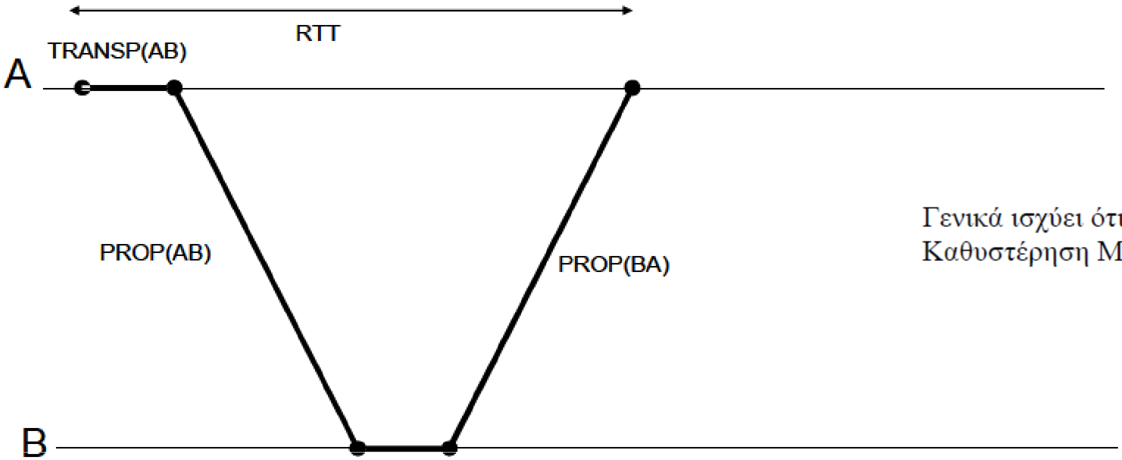
Στο δέκτη , η διαίρεση $\frac{T'(x)}{G(x)}$ θα δώσει μη μηδενικό υπόλοιπο (ίσο με το υπόλοιπο της διαίρεσης $\frac{E(x)}{G(x)}$ διότι $\frac{T'(x)}{G(x)} = \frac{T(x)+E(x)}{G(x)} = \frac{T(x)}{G(x)} + \frac{E(x)}{G(x)}$


E(x)
0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 1 1
1 1 0 1 0 0 1 1 1
1 0 0 0 0 0 1 1 1
0 1 0 1 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 1 1
0 0 1 0 0 0 1 1 1 1 0
1 0 0 0 0 0 1 1 1
0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 1 1
0 1 0 0 1 0 1 1 1 0
1 0 0 0 0 0 1 1 1
0 0 0 1 0 1 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 1 1
0 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0
1 0 0 0 0 0 1 1 1
0 0 0 1 1 1 0 1 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 1 1
0 1 1 0 1 1 1 1 1 0
1 0 0 0 0 0 1 1 1
0 1 0 1 1 1 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 1 1
0 0 1 1 1 0 1 0 1 0
R(x)=11101010 (8 bits)
G(x)

Πρωτόκολλα Επανεκπομπής



Πρωτόκολλο ABP ή "Stop'n'Wait" ή "εναλλασσόμενου bit" χωρίς σφάλματα μετάδοσης



Γενικά ισχύει ότι (σελ.34)
Καθυστέρηση Μεταφοράς=Χρόνος Διάδοσης (PROP)
+Χρόνος Μετάδοσης(TRANSP ή TRANSA)
+Χρόνος Αναμονής

Χρόνος αποστολής πακέτου δεδομένων και επιστροφής επιβεβαίωσης (Round Trip Time)

S=RTT=TRANSP(AB)+PROP(AB)+TRANSA(BA)+PROP(BA) (σχ.4.1 σελ.107)

Υποθέτουμε ότι ο χρόνος προθεσμίας ισούται με το χρόνο που περιλαμβάνει τη μετάβαση του πακέτου δεδομένων και την επιστροφή της επιβεβαίωσης.

Η απόδοση της ABP χωρίς σφάλματα [p(success)=100%] θα είναι ίση με

$n_{ABP} = \frac{TRANSP(AB)}{S}$ (duty cycle του κόμβου-αποστολέα A)

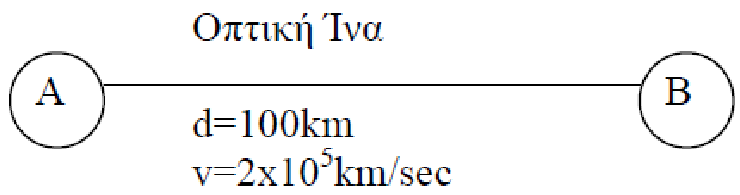
Ρυθμός ροής πακέτων: $\lambda = 1$ πακέτο κάθε RTT sec=$\frac{1}{\text{RTT}}\frac{\pi\alpha\kappa\acute{\varepsilon}\tau o}{\text{sec}}$

Ρυθμός ροής δεδομένων $r = \lambda \frac{\pi\alpha\kappa\acute{\varepsilon}\tau\alpha}{\text{sec}} \cdot D \frac{data\_bits}{\pi\alpha\kappa\acute{\varepsilon}\tau o} = \lambda D \frac{data\_bits}{\text{sec}}$

Παράδειγμα 4.4 σελ.107

Πρωτόκολλο ABP

Packet Size=1024 bits
Ack.Size=1024 bits
p(success)=100%
R=64kbps
n_{ABP}=?



$$TRANSP(AB) = \frac{Packet\_Size}{R}$$

$$PROP(AB) = PROP(BA) = \frac{d}{v}$$

$$TRANSA(BA) = \frac{Ack\_Size}{R}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ! Στο βιβλίο χρησιμοποιείται η σύμβαση 1kbps=1024 bps και 1Mbps=1024^2 bps

Και οι 2 συμβάσεις είναι σωστές (για τις ασκήσεις προτιμότερη είναι η σύμβαση 1kbps=10^3 bps και 1Mbps=10^6 bps)

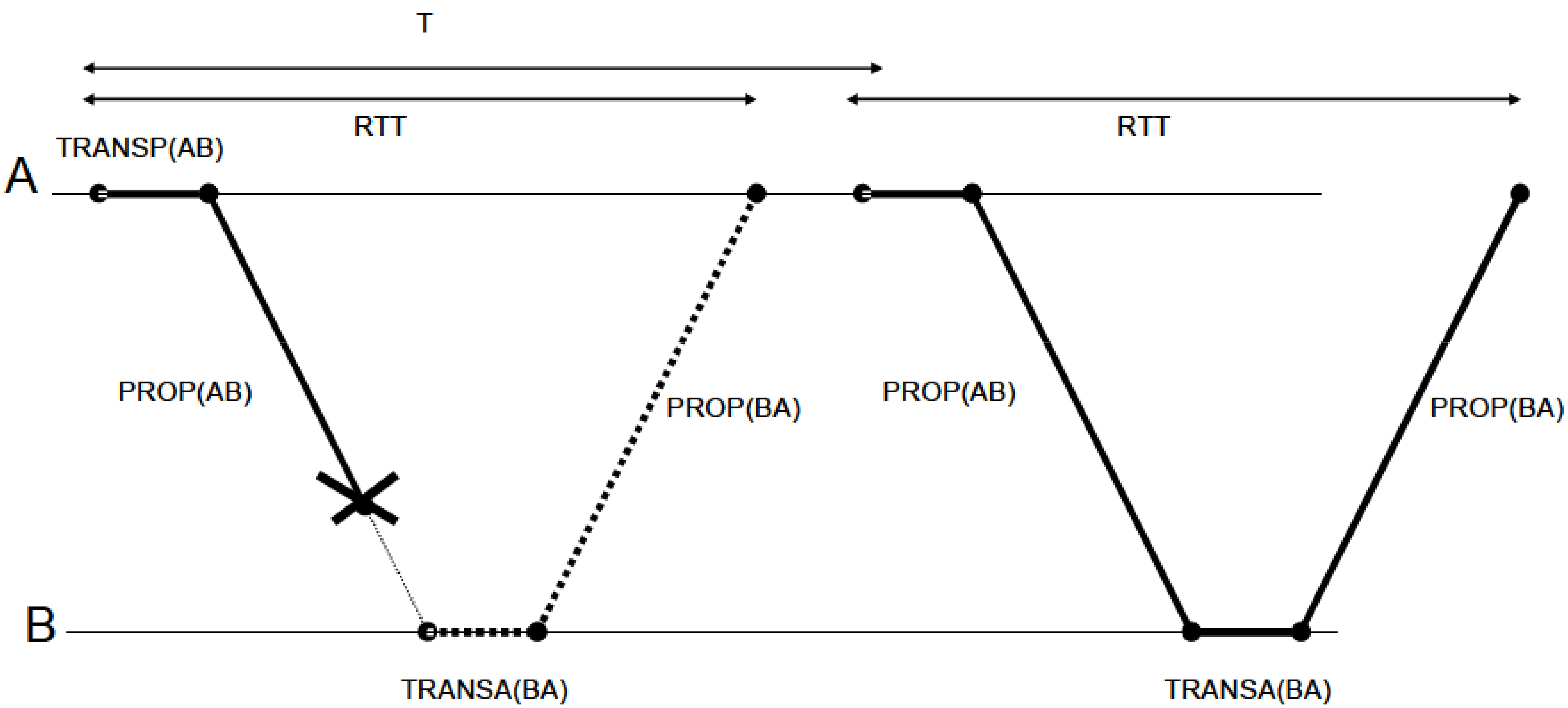
S=RTT=TRANSP(AB)+PROP(AB)+TRANSA(BA)+PROP(BA)

$$n_{ABP} = \frac{TRANSP(AB)}{S}$$

Δείτε και την Α.Α.4.2

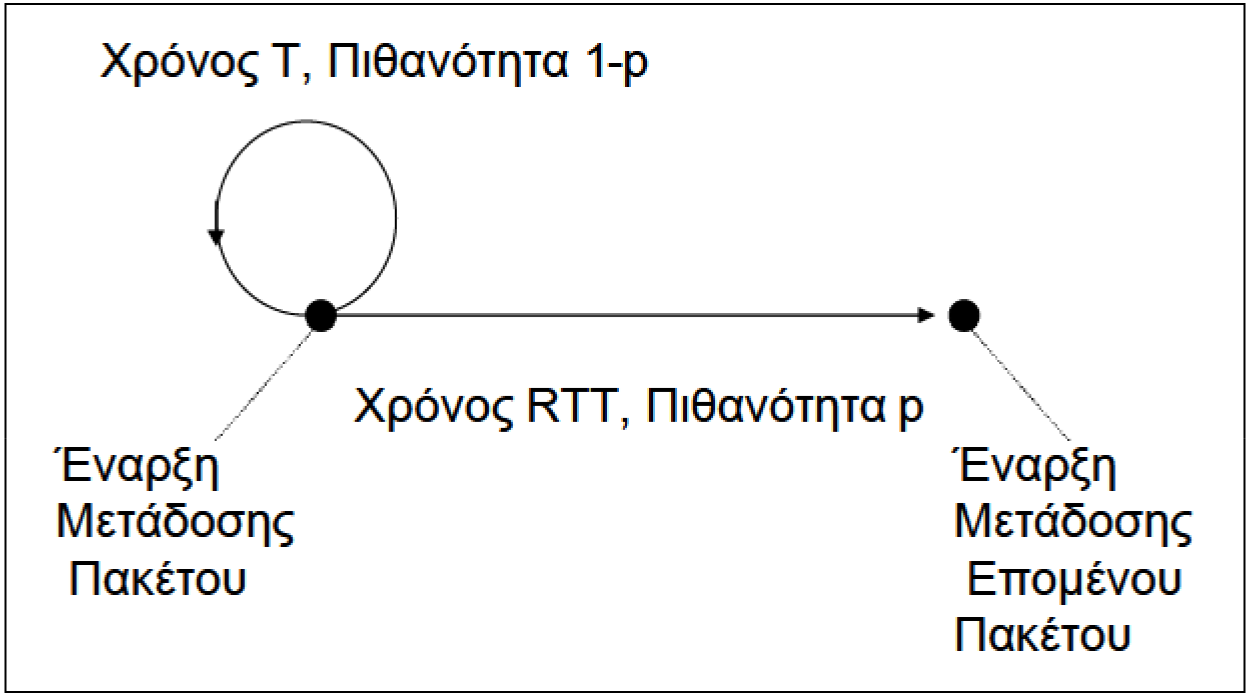
Πρωτόκολλο ABP ή "Stop'n'Wait" ή "εναλλασσόμενου bit" με σφάλματα μετάδοσης

Αν p(success)<100% (μετάδοση με σφάλματα) , γίνεται επανεκπομπή του πακέτου μετά από χρόνο αναμονής $T \geq RTT$



Σχήμα 4.5, σελ.109.

p(success)=p=πιθανότητα να μεταδοθεί σωστά ένα πακέτο και να ληφθεί εμπρόθεσμα η επιβεβαίωσή του.
p(failure)=1-p



Μέσος Χρόνος Αποστολής πακέτου

$$E(x) = p \cdot RTT + (1-p)\left[T + E(x)\right]$$

αν αποτύχει η μετάδοση (που το αντιλαμβάνεται ο αποστολέας μετά χρόνο Τ), ο μέσος χρόνος για την επιτυχή επανεκπομπή θα είναι πάλι E(x), διότι η διαδικασία επανεκπομπής δεν έχει μνήμη και η πιθανότητα επιτυχίας της δεν εξαρτάται από το τι συνέβη πριν.

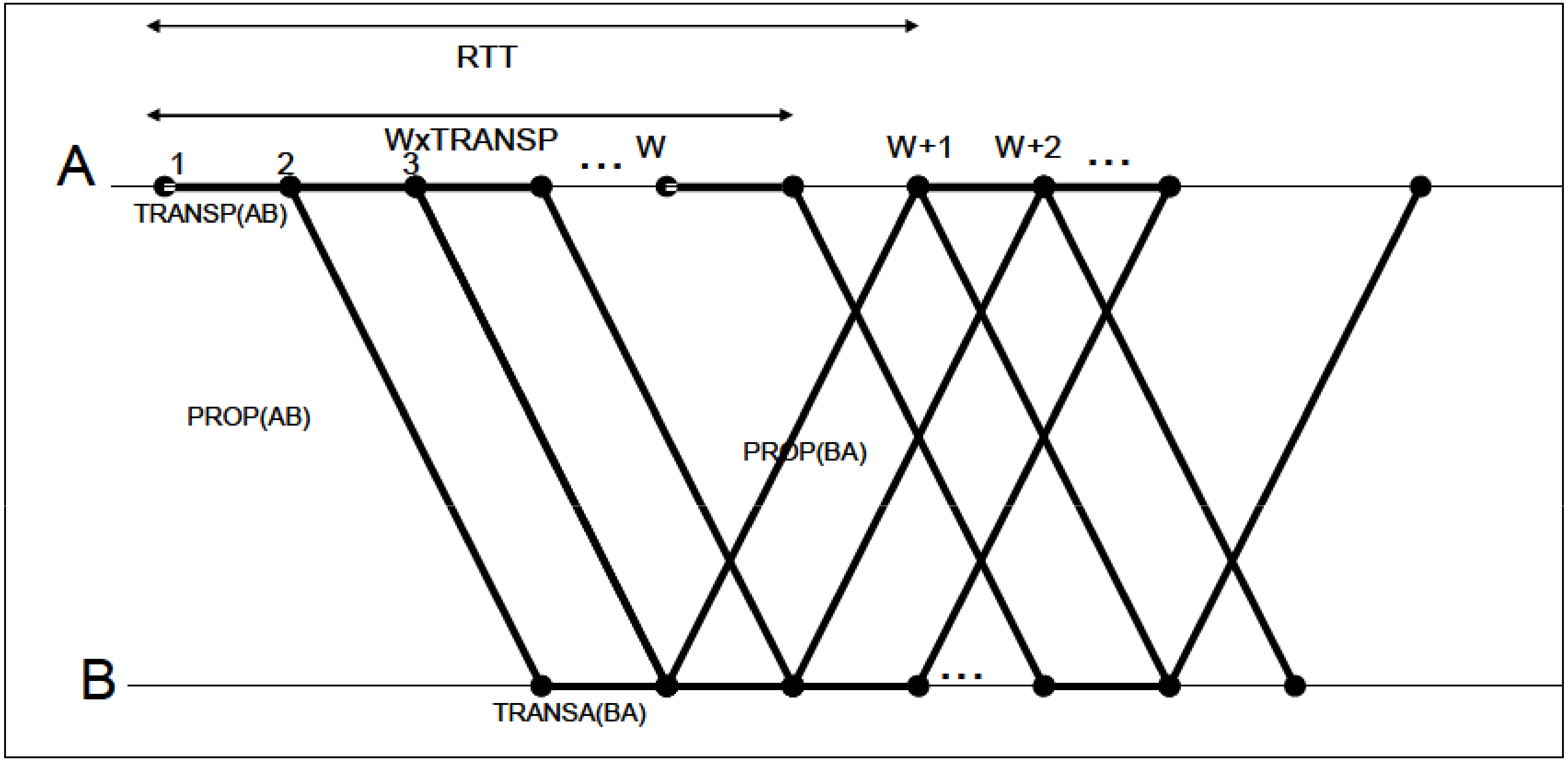
Άρα, $E(x) = RTT + \frac{(1-p)}{p}T$

Και η απόδοση θα είναι $n_{ABP} = \frac{TRANSP}{E(x)} = \frac{TRANSP}{RTT + T\frac{1-p}{p}}$, σχέση (4.4) σελ.109

Μέσος ρυθμός ροής πακέτων: $\lambda = 1$ πακέτο κάθε E(x) sec$= \frac{1}{\mathrm{E(x)}} \frac{\pi\alpha\kappa\acute{\varepsilon}\tau\alpha}{\sec}$

Μέσος ρυθμός ροής δεδομένων $r = \lambda \frac{\pi\alpha\kappa\acute{\varepsilon}\tau\alpha}{\sec} \cdot D \frac{data\_bits}{\pi\alpha\kappa\acute{\varepsilon}\tau o} = \lambda D \frac{data\_bits}{\sec}$

Πρωτόκολλο Go Back N ή “Sliding Window” χωρίς σφάλματα μετάδοσης



Αποστολή W διαδοχικών πακέτων.
Αν επιβεβαιωθεί εντός προθεσμίας $T \geq RTT$ το πακέτο 1, τότε αποστέλλονται διαδοχικά τα πακέτα W+1,W+2,…, 2W. Αν δεν ληφθεί η επιβεβαίωση του πακέτου k, τότε επανεκπέμπονται όλα τα πακέτα από το k και μετά (πάντα τα παράθυρα εκπομπής έχουν W πακέτα).

Απαιτούμενα bits για την αναπαράσταση του παραθύρου W στην επικεφαλίδα : $\lceil \log_2(W) \rceil$

Και στην GoBackN, ισχύει ότι
S=RTT=TRANSP(AB)+PROP(AB)+TRANSA(BA)+PROP(BA)
Απόδοση χωρίς σφάλματα:

$$n_{GBN} = \frac{W \cdot TRANSP(AB)}{S} = W \cdot n_{ABP}$$

Αν $W \cdot TRANSP \geq RTT$ τότε $n_{GBN} = 100\%$ οπότε έχουμε ότι,

$$n_{GBN} = \min(1, \frac{W \cdot TRANSP(AB)}{S})$$

Πρωτόκολλο Go Back N ή "Sliding Window" με σφάλματα μετάδοσης

Αν έχουμε σφάλματα μετάδοσης, όπως δείξαμε και στην ABP, θα έχουμε ανάλογα τις σχέσεις (σελ.117)
Μέσος Χρόνος Αποστολής πακέτου

$$E(x) = p \cdot TRANSP + (1-p)\left[T + E(x)\right] \Rightarrow E(x) = TRANSP + T\frac{1-p}{p}$$

$$n_{GBN} = \frac{TRANSP}{E(x)} = \frac{TRANSP}{TRANSP + T\frac{1-p}{p}}$$

Αν T=WxTRANSP,

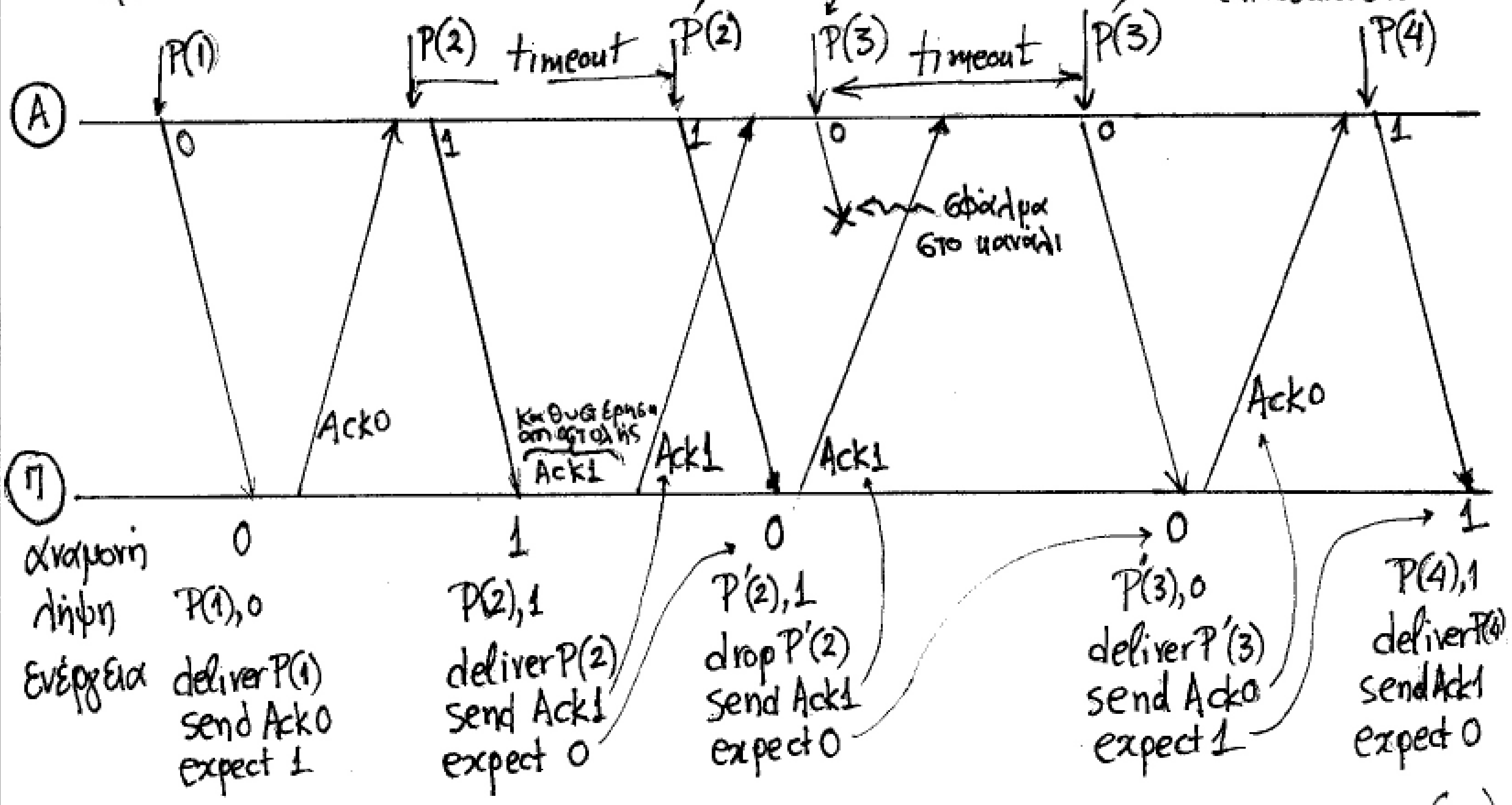
$$n_{GBN} = \frac{1}{1 + W\frac{1-p}{p}}$$

Μέσος ρυθμός ροής πακέτων: $\lambda = 1$ πακέτο κάθε E(x) sec$=\frac{1}{\mathrm{E(x)}} \frac{\pi\alpha\kappa\acute{\varepsilon}\tau\alpha}{\mathrm{sec}}$

Σχόλια για Παράδειγμα 4.3
ABP. σελ. 106.

Επανεκπομπή P(2) λόγω παρέλευσης χρόνου προθεσμίας

αποστολή P(3) μετά λήψη της αρχικής επιβεβαίωσης

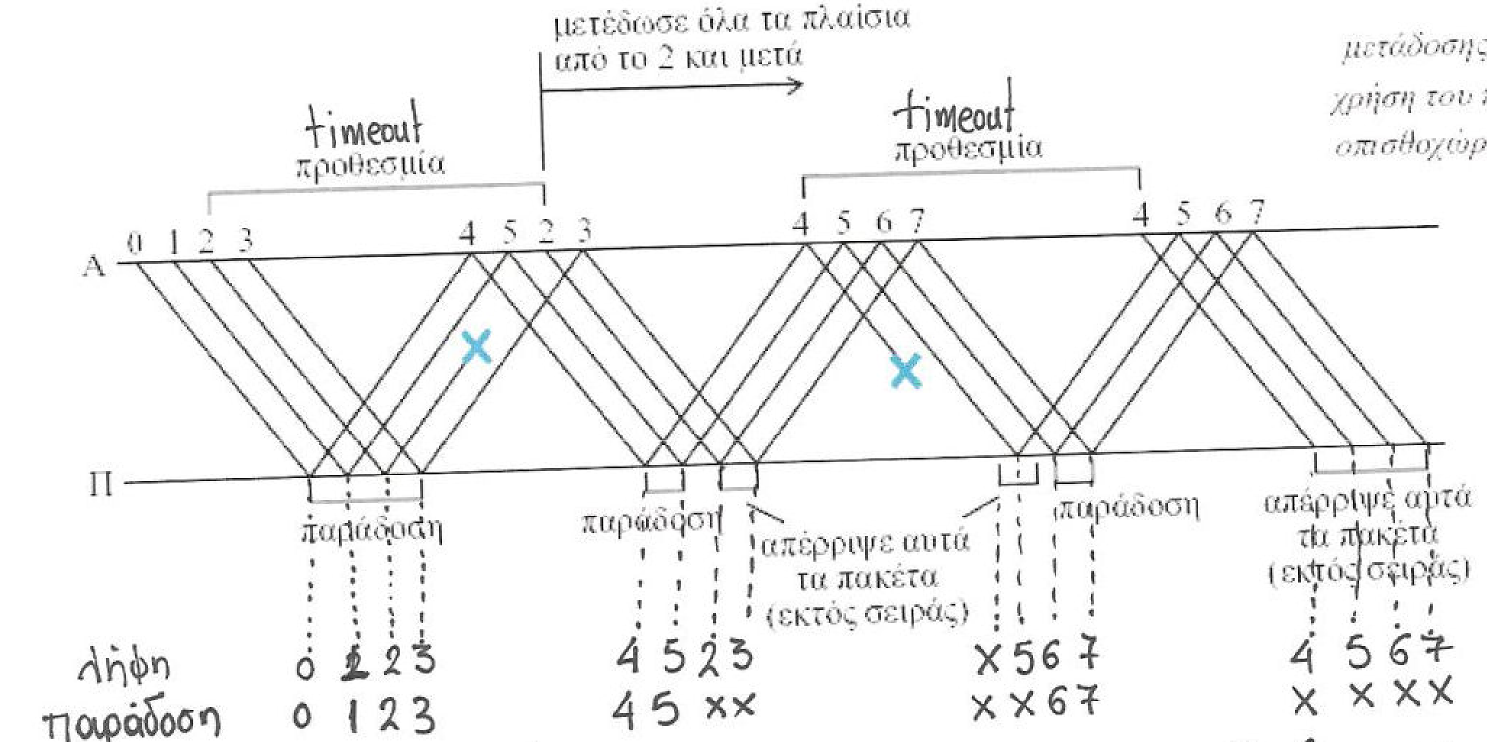


Αποστολέας (A) : Στέλνει πακέτα και 1 bit επικεφαλίδα (0/1)

Παραλήπτης (Π) : Αναμένει αντίστοιχη επικεφαλίδα (0/1) και στέλνει επιβεβαιώσεις.

Σχόλια για GoBack-N & SRP.

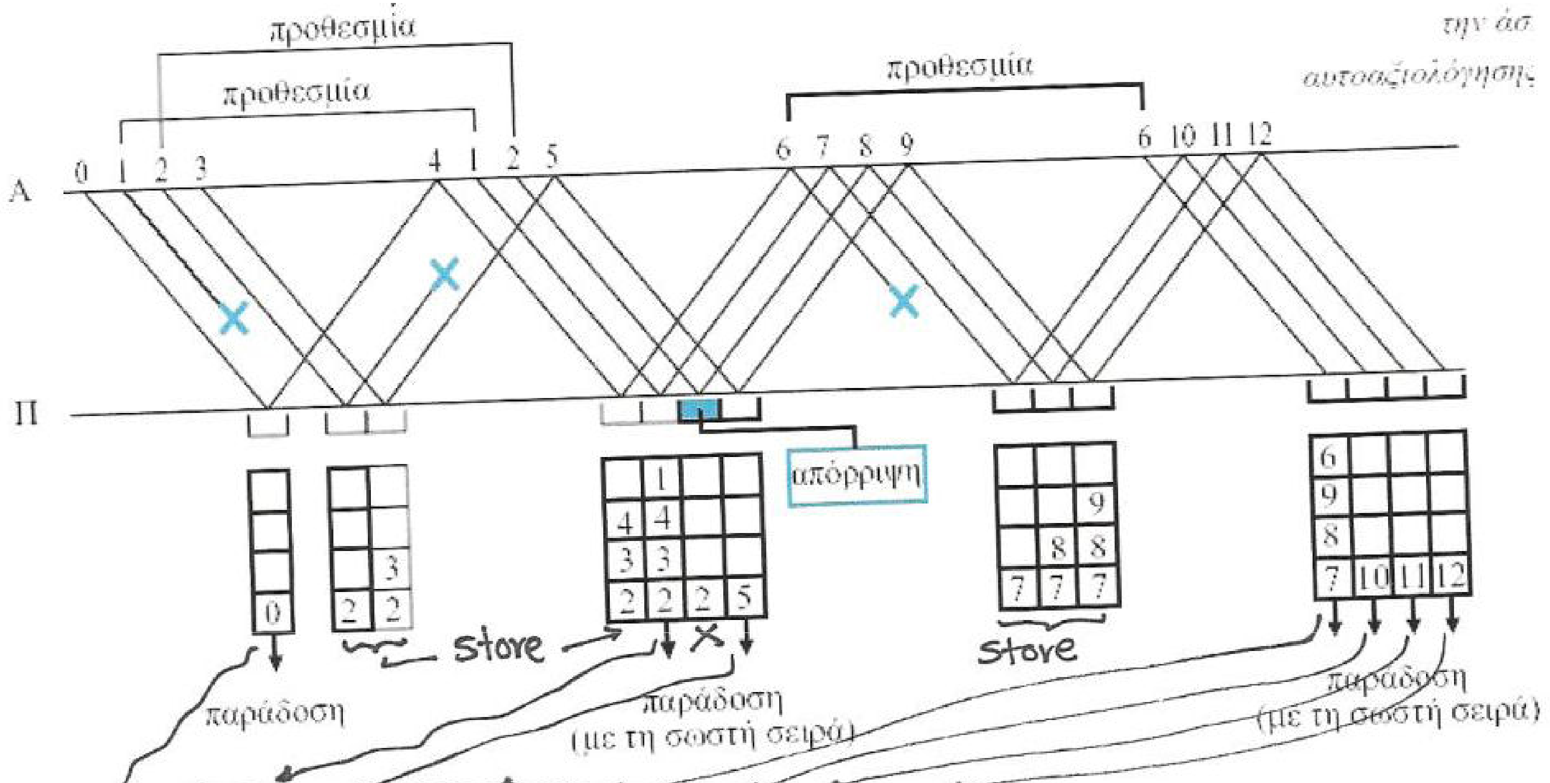
σελ. 113 Παράδειγμα 4.5 Go Back N



Ο παραλήπτης παραδίδει/προωθεί <u>μόνο</u> τα πακέτα που έλαβε με τη σωστή σειρά (απαιτεί επανεκπομπή <u>όλων</u> των πακέτων μετά το 'αποτυχημένο'

⇒ Πρόβλημα Go Back N: Άσκοπη χρήση καναλιού/συνδέσμου για αναμετάδοση <u>όλων</u> των πακέτων.

σελ. 123
σχ. 4.13
SRP.



Παράδοση: 0 1234 5 6789 10 11 12

ο παραλήπτης αποθηκεύει <u>Προσωρινά</u> τα ληφθέντα πακέτα (που είναι εκτός σειράς) και αναμένει αναμετάδοση <u>μόνο</u> των "αποτυχημένων". ώστε να προωθήσει τελικά τα πακέτα στη σωστή σειρά

Μειονέκτημα SRP: Απαιτήσεις μνήμης στον παραλήπτη για αποθήκευση πακέτων.

Πιθανότητες. Εισαγωγή

Τυχαίο Πείραμα (Το αποτέλεσμά του δεν είναι εκ των προτέρων βέβαιο)

Π.χ. ρίψη νομίσματος, ζάρια, ορθή αποστολή πακέτου από κόμβο Α στον κόμβο Β.

$$\text{Πείραμα} \rightarrow \left.\begin{array}{l} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \end{array}\right\}$$

Ατομικά Αδιαίρετα Αποτελέσματα ή Ενδεχόμενα, Δειγματικά Σημεία

Ο δειγματικός χώρος ορίζεται ως το σύνολο των ενδεχομένων $\{S_1, S_2, \ldots, S_n\}$

και αντιστοιχίζεται σε μια τυχαία μεταβλητή (τ.μ.)

$X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ με τη σχέση $\underbrace{P(S_i) = P(X = x_i)}_{} = P(x_i)$

"πιθανότητα ενδεχομένου S_i"

"η τ.μ. X να ισούται με x_i"

Ιδιότητες Πιθανοτήτων

- Το άθροισμα των πιθανοτήτων <u>όλων</u> των ενδεχομένων ισούται με 1 $\sum_{i=1}^{n} P(x_i) = 1$.

- Η πιθανότητα ενός ενδεχομένου <u>πάντα</u> ανήκει στο διάστημα $[0,1]$ $\quad 0 \le P(x_i) \le 1$

$\uparrow$ απίθανο $\qquad$ $\uparrow$ βέβαιη

Συνάρτηση Συνδυασμένης Πιθανότητας δύο ενδεχομένων x_i, y_j δύο τ.μ. X, Y

$P(x_i, y_j)$: πιθανότητα $X = x_i$ και $Y = y_j$ **ταυτόχρονα**

$$P(x_i, y_j) = P(y_j, x_i)$$

Υπο συνθήκη πιθανότητα : πιθανότητα $X = x_i$ **με δεδομένο** ότι $Y = y_j$

$$\underbrace{P(x_i}_{\text{ενδεχόμενο εμφάνισης}} / \underbrace{y_j}_{\text{δεδομένο}}) = \frac{P(x_i, y_j)}{P(y_j)}$$

ισχύει επίσης ότι:

$$P(y_j / x_i) = \frac{P(y_j, x_i)}{P(x_i)} = \frac{P(x_i, y_j)}{P(x_i)}$$

Παράδειγμα συνδυασμένης Πιθανότητας:

Ρίχνουμε ταυτόχρονα 2 ζάρια, Ποιά η πιθανότητα να φέρουμε 3 στο 1 **και** 5 στο άλλο?

$$P(X=3, Y=5)$$

Παράδειγμα υπο συνθήκη Πιθανότητας

Με δεδομένο ότι το πρώτο ζάρι έφερε 2 Ποιά η πιθανότητα το 2ο ζάρι να φέρει αποτέλεσμα μεγαλύτερο?

$$P(X>Y / Y=2)$$

· Άρα, $P(x_i, y_j) = P(x_i/y_j)P(y_j) = P(y_j/x_i)P(x_i)$

· Όταν τα x_i, y_j είναι μεταξύ τους <u>ανεξάρτητα</u>

(δηλ το αποτέλεσμα του ενός δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα του άλλου)

έχουμε :

$$P(x_i/y_j) = P(x_i)$$

$$P(y_j/x_i) = P(y_j)$$

· Άρα, $P(x_i, y_j) = P(x_i) \cdot P(y_j)$

Μέση τιμή τυχαίας μεταβλητής X

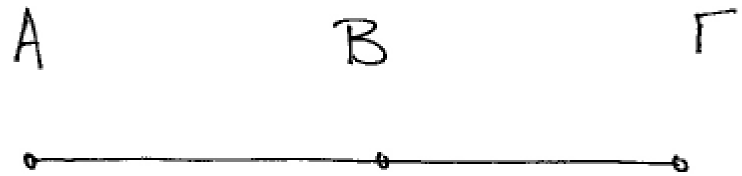
Αν $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ με $\{P(x_1), P(x_2), \ldots, P(x_n)\}$

ισχύει ότι

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(x_i).$$

Παράδειγμα:

Έχουμε τη διασύνδεση 3 κόμβων, Α, Β, Γ



Η πιθανότητα επιτυχίας μετάδοσης πακέτου σε καθένα από τους 2 συνδέσμους είναι p_s

Ποιά η πιθανότητα να μεταφερθεί ένα πακέτο <u>σωστά</u> από τον Α στο Γ και να επιστρέψει η επιβεβαίωσή του <u>σωστά</u> από το Γ στο Α?

Α! Τρόπος

$$P_s(AB\Gamma BA) = P(AB\ success, B\Gamma\ success, \Gamma B\ success, BA\ success)$$

Η πιθανότητα ορθής μετάδοσης ενός πακέτου μεταξύ δύο κόμβων (π.χ. $B \rightarrow A$) δεν εξαρτάται από τις αντίστοιχες πιθανότητες ορθής μετάδοσης μεταξύ των άλλων ζευγών κόμβων ($AB, B\Gamma, \Gamma B$). Εφόσον λοιπόν τα ενδεχόμενα είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους θα έχουμε ότι

$$P_s(AB\Gamma BA) = P_s(AB) \cdot P_s(B\Gamma) \cdot P_s(\Gamma B) \cdot P_s(BA) = p_s p_s p_s p_s = p_s^4$$

B! Τρόπος:

$$P_S(AB\Gamma BA) = 1 - \underbrace{P_F(AB\Gamma BA)}_{\text{πιθανότητα αποτυχίας}}$$

Ενδεχόμενα αποτυχίας (F)

$S_1 = AB_F \quad P(S_1) = 1 - p_s$

$S_2 = \underbrace{AB_S \; B\Gamma_F} \quad P(S_2) = P(AB_S, B\Gamma_F) = p_s(1-p_s)$

$S_3 = \underbrace{AB_S \; B\Gamma_S} \; \Gamma B_F \quad P(S_3) = p_s \cdot p_s (1-p_s)$

$S_4 = \underbrace{AB_S \; B\Gamma_S} \; \underbrace{\Gamma B_S \; BA_F} \quad P(S_4) = p_s \cdot p_s \cdot p_s (1-p_s)$

$$P_F(AB\Gamma BA) = P(S_1) + P(S_2) + P(S_3) + P(S_4) =$$

$$= 1 - p_s + p_s - p_s^2 + p_s^2 - p_s^3 + p_s^3 - p_s^4 = 1 - p_s^4$$

Άρα, Πιθανότητα Επιτυχίας

$$P_S(AB\Gamma BA) = 1 - (1 - p_s^4) = p_s^4$$

Προσοχή!

Η πιθανότητα αποτυχίας μετάδοσης ενός πακέτου ταυτίζεται με το ρυθμό εσφαλμένων πακέτων, Packet Error Rate (PER)

$$PER = P_F = 1 - P_S$$