# Βασικά Ζητήματα Δικτύων Η/Υ

ΕΑΠ/ΠΛΗ22 / ΑΘΗ 3

05.10.12

Νίκος Δημητρίου

# Περιεχόμενα

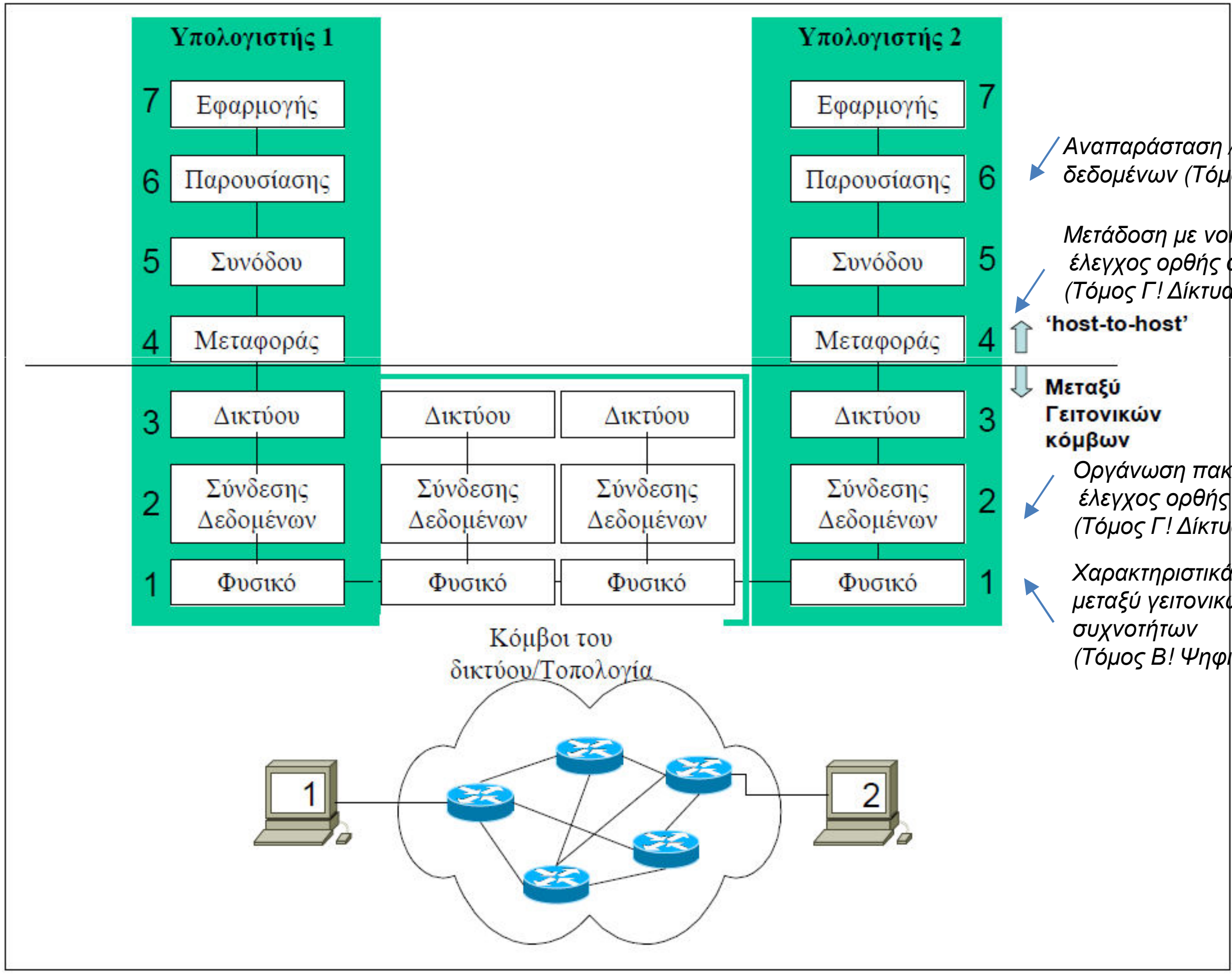
- Περιγραφή Γνωστικού αντικειμένου ΠΛΗ-22
- Υλικό Μελέτης
- Μαθηματική Εισαγωγή

# Γνωστικό Αντικείμενο ΠΛΗ-22

- **Ψηφιακές Επικοινωνίες**
  - Σήματα & Συστήματα
  - Περιγραφή στα πεδία χρόνου & συχνοτήτων
  - Μετασχηματισμός Fourier
  - Αναλογικές – Ψηφιακές Διαμορφώσεις
  - Δειγματοληψία Σήματος
- **Δίκτυα Η/Υ**
  - Αρχιτεκτονική Δικτύου
  - Μοντέλο Αναφοράς OSI
  - Πρωτόκολλα Επανεκπομπής
  - Τοπικά Δίκτυα
  - Ασύρματα Δίκτυα
- **Θεωρία Πληροφορίας & Κωδικοποίησης**
  - Ποσότητα Πληροφορίας
  - Πηγές Συμβόλων
  - Κωδικοποίηση πηγής
  - Κανάλια Επικοινωνίας
  - Κωδικοποίηση ελέγχου σφάλματος

# ΔΙΚΤΥΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Σκοπός: Επικοινωνία μεταξύ υπολογιστών / ανταλλαγή μηνυμάτων πληροφορίας και ελέγχου: Σύνθετη Υπηρεσία που οι διαδικασίες της ιεραρχούνται σε 7 στρώματα υπηρεσιών με βάση το Open Systems Interconnection Reference Model (OSI/RM) (σελ.50):




*Αναπαράσταση / συμπίεση / κρυπτογράφηση δεδομένων (Τόμος Α! Θεωρία Πληροφορίας)*

*Μετάδοση με νοητά κυκλώματα / αυτοδύναμα πακέτα δεδομένων / έλεγχος ορθής αποστολής / πρωτόκολλα επανεκπομπής (Τόμος Γ! Δίκτυα Η/Υ)*

**'host-to-host'**

**Μεταξύ Γειτονικών κόμβων**

*Οργάνωση πακέτων σε πλαίσια / πρόσθεση πληροφοριών ελέγχου/ έλεγχος ορθής αποστολής / πρωτόκολλα επανεκπομπής (Τόμος Γ! Δίκτυα Η/Υ)*

*Χαρακτηριστικά μετάδοσης / διαμόρφωσης σήματος στο φυσικό μέσο μεταξύ γειτονικών κόμβων / Εκφράσεις Σήματος στα πεδία χρόνου και συχνοτήτων (Τόμος Β! Ψηφιακές Επικοινωνίες, μέρη Α' και Β')*

# Υλικό Μελέτης Ψηφιακών Επικοινωνιών

- Τόμος Β Ψηφιακές Επικοινωνίες
  - Μέρος Α' (Γ.Φούσκας)
  - Μέρος Β' (Ν.Δημητρίου)
- ΕΔΥ (CD)
- Site ΠΛΗ-22
- http://p-comp.di.uoa.gr/eap/index.html
- Σημειώσεις ΟΣΣ

# Μαθηματική Εισαγωγή

- (βασισμένη σε τμήματα του κεφ.2 του τόμου Β'/μέρους Β' ***Ψηφιακές Επικοινωνίες*** - *Ν.Δημητρίου*)

- Φυσικοί Αριθμοί $\mathbb{N}=\{0,1,2,\ldots\}$

- Ακέραιοι Αριθμοί $\mathbb{Z}=\{\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots\}$

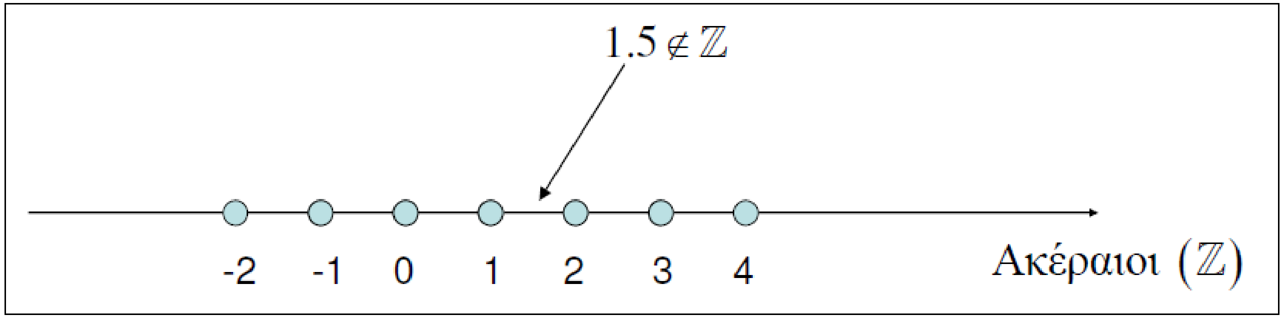
- Ρητοί Αριθμοί, που ορίζονται ως το πηλίκο ακεραίων:

$$z\in\mathbb{Q},\ \exists\, x,y\ \in\ \mathbb{Z}\ (y\neq 0)\ \text{ώστε}\ z=\frac{x}{y}$$

- Οι Άρρητοι Αριθμοί δεν μπορούν να γραφούν με τη μορφή πηλίκου ακεραίων, είναι οι δεκαδικοί με άπειρα μη περιοδικά δεκαδικά ψηφία.

Παραδείγματα άρρητων: π=3.1415927..., οι ρίζες μη τελείων τετραγώνων $\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{5},\ldots$ κλπ

Τα παραπάνω σύνολα είναι διακριτά, δηλαδή αποτελούνται από διακριτές τιμές και είναι δυνατό μεταξύ 2 διαδοχικών τιμών τους να υπάρχει αριθμός που να μην ανήκει στο σύνολο.

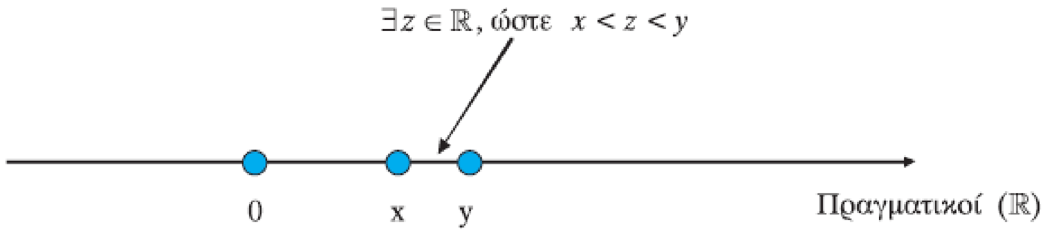



**Σχήμα 2-1 Παράδειγμα Διακριτού Συνόλου**

- Οι Πραγματικοί Αριθμοί συμπεριλαμβάνουν ρητούς και άρρητους.

Αποτελούν ένα συνεχές σύνολο αριθμών, δηλ. για κάθε ζεύγος πραγματικών, υπάρχει πραγματικός που να βρίσκεται ανάμεσά τους:

$\forall\ x, y \in R$, με x<y, $\exists\ z \in R$, ώστε x<z<y




**Σχήμα 2.2**

*Παράδειγμα συνεχούς συνόλου*

- Μιγαδικοί αριθμοί:

Το σύνολο των μιγαδικών αριθμών $\mathbb{C}$ περιλαμβάνει τους αριθμούς $z \in \mathbb{C}$ που ορίζονται ως εξής:

$$z = x + jy,\ x, y \in \mathbb{R}$$

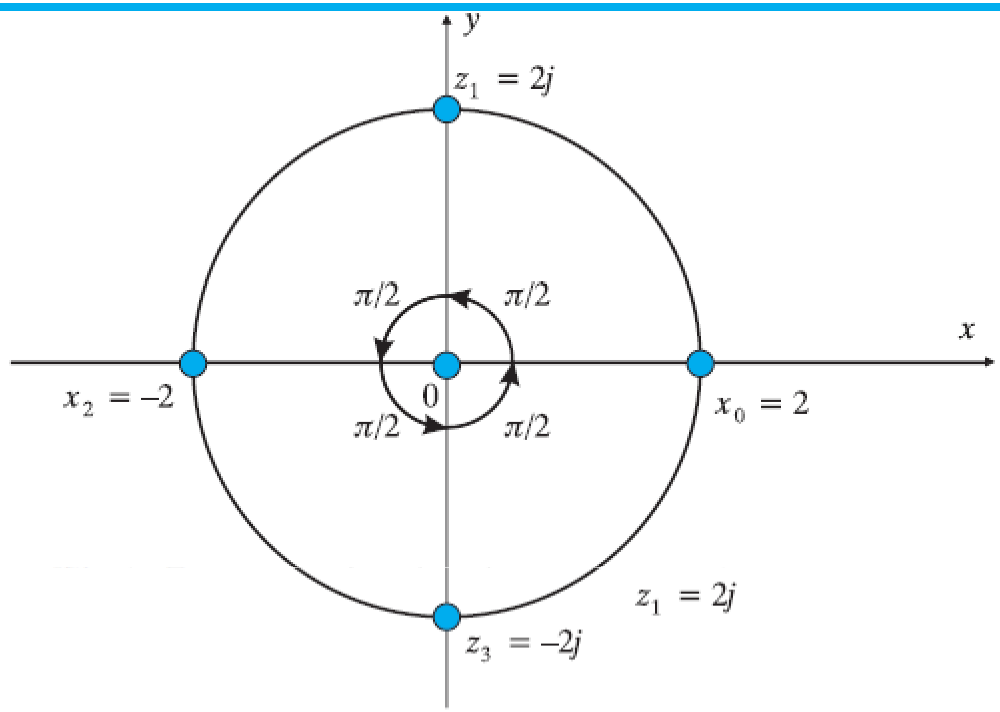
Ο μιγαδικός αριθμός «*j*» ισούται με $j = \sqrt{-1}$ και ισχύει $j^2 = -1$.

Το μέτρο ενός μιγαδικού αριθμού $z = x + jy$ ισούται με $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Ο συζυγής μιγαδικός ενός μιγαδικού αριθμού $z = x + jy$ είναι ο $z^* = x - jy$.

Ισχύει ότι $z \cdot z^* = (x + jy) \cdot (x - jy) = x^2 - (jy)^2 = x^2 + y^2 = |z|^2$.

Ο πολλαπλασιασμός του «*j*» επί έναν πραγματικό αριθμό ισοδυναμεί με αριστερόστροφη στροφή φάσης κατά *π*/2.




**Σχήμα 2.3**

*Πολλαπλασιασμός μιγαδικού αριθμού επί «j»*

Ο άξονας των $x$ ονομάζεται άξονας των πραγματικών αριθμών και ο άξονας των $y$ ονομάζεται άξονας των φανταστικών αριθμών.

$$z = x + jy, x, y \in \mathbb{R}$$

$$j = \sqrt{-1}, j^2 = -1$$

$$x_0 = 2$$

$$z_1 = x_0 j = 2j$$

$$x_2 = z_1 j = 2j^2 = -2$$

$$z_3 = x_2 j = -2j$$

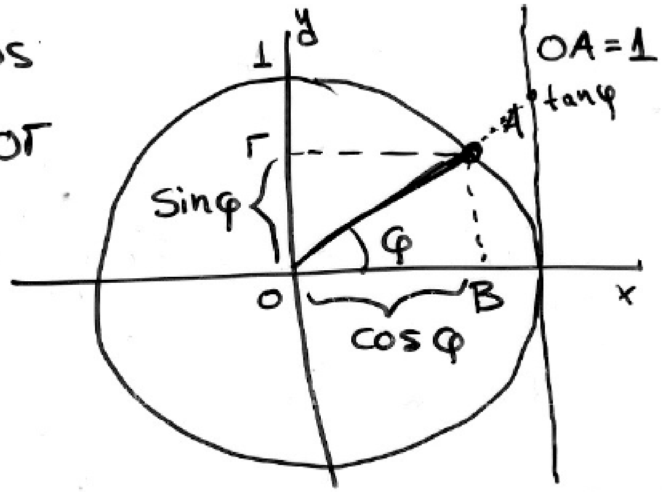
$$x_0 = z_3 j = -2j^2 = 2$$

# Τριγωνομετρικός Κύκλος

Γωνία $\varphi$: Ημίτονο $\eta\mu(\varphi) = \sin\varphi = \dfrac{AB}{OA} = O\Gamma$

Συνημίτονο $\sigma\upsilon\nu\varphi = \cos\varphi = \dfrac{OB}{OA} = OB$

Εφαπτομένη $\tan\varphi = \dfrac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$




Ιδιότητες

$$\sin(\pi - \varphi) = \sin\varphi$$

$$\cos(-\varphi) = \cos\varphi$$

$$\tan(\pi + \varphi) = \tan\varphi$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \cos(\varphi)$$

$$\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \sin B \cos A$$

# Βασικές Σχέσεις (I)

## Τριγωνομετρία.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1.$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \sin B \cos A.$$

$$\cos(2A) = \cos^2 A - \sin^2 A = 2\cos^2 A - 1 = 1 - 2\sin^2 A$$

$$\sin(2A) = 2\sin A \cos A.$$

$$\cos^2 A = \frac{1+\cos 2A}{2} \qquad \sin^2 A = \frac{1-\cos 2A}{2}$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}\left[\cos(A+B) + \cos(A-B)\right]$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}\left[-\cos(A+B) + \cos(A-B)\right]$$

$$\sin(-x) = -\sin x \qquad \sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x \qquad \cos(\pi - x) = -\cos x$$

$$\tan(-x) = -\tan x \qquad \tan(\pi - x) = -\tan x.$$

$$\sin(\pi + x) = -\sin x \qquad \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos x \qquad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\tan(\pi + x) = \tan x. \qquad \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot(x)$$

# Βασικές Σχέσεις (ΙΙ.)

## Παράγωγοι.

$$\frac{d}{dx}c = 0 \qquad \frac{d}{dx}cx = c$$

$$\frac{d}{dx}x^n = n x^{n-1} \qquad \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}.$$

$$\frac{d(f \cdot g)}{dx} = \frac{df}{dx}g + f\frac{dg}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{\frac{df}{dx} \cdot g - f \cdot \frac{dg}{dx}}{g^2}$$

$$\frac{d}{dx}\sin x = \cos x \qquad \frac{d}{dx}\tan x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\frac{d}{dx}\cos x = -\sin x \qquad \frac{d}{dx}\cot x = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\frac{d}{dx}e^x = e^x \qquad \frac{d}{dx}\log_c(x) = \frac{\log_c e}{x}$$

$$\frac{d}{dx}c^x = c^x \ln c \qquad \frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$$

# Βασικές Σχέσεις III

Ολοκληρώματα.

$$\int a\,dx = ax$$

$$\int x^{n}\,dx = \begin{cases} \dfrac{x^{n+1}}{n+1} & n \neq -1 \\ \ln x & n = 1 \end{cases}$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x \qquad \int \tan x\,dx = -\ln(\cos x)$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x \qquad \int \cot x\,dx = \ln(\sin x)$$

$$\int e^{x}\,dx = e^{x} \qquad \int \alpha^{x}\,dx = \frac{\alpha^{x}}{\ln\alpha} \quad \alpha > 0,\ \neq 1$$

### 2.1.2 Πίνακες ολοκληρωμάτων

Θεωρούμε τις συναρτήσεις $f(x), F(x)$ που είναι ορισμένες σε διάστημα $[a,b]$ και για τις οποίες ισχύει ότι $f(x) = F'(x) = \frac{d}{dx}F(x)$ δηλαδή η $F(x)$ είναι παράγουσα της $f(x)$.

Το ολοκλήρωμα της $f(x)$ στο διάστημα $[a,b]$ θα ισούται με:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b F'(x)dx = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a)$$

Εάν κάποιο από τα όρια ολοκλήρωσης είναι το άπειρο ($\pm\infty$) τότε υπολογίζεται το όριο της παράγουσας όταν το $x$ τείνει στο ($\pm\infty$) (π.χ. αν $b = +\infty$ τότε $F(b) = \lim_{y\to+\infty}\left[F(y)\right]$)

- $\int_a^b 0\cdot dx = \int_a^b (c)'\cdot dx = [c]_a^b = 0,\ \ a,b,c\in\mathbb{R}$
- $\int_a^b c\cdot dx = \int_a^b (cx)'\cdot dx = [cx]_a^b = c(b-a),\ \ a,b,c\in\mathbb{R}$
- $\int_a^b x^k\cdot dx = \int_a^b \left(\frac{x^{k+1}}{k+1}\right)'\cdot dx = \left[\frac{x^{k+1}}{k+1}\right]_a^b = \frac{b^{k+1}}{k+1}-\frac{a^{k+1}}{k+1},\ \ a,b\in\mathbb{R},\ \ k\in\mathbb{Z}^*$
- $\int_a^b x^{-1}\cdot dx = \int_a^b \left(\ln(|x|)\right)'\cdot dx = \left[\ln(|x|)\right]_a^b = \ln(|b|)-\ln(|a|),\ \ a,b\in\mathbb{R}^*$
- $\int_a^b c^x\cdot dx = \int_a^b \left(\frac{c^x}{\ln(c)}\right)'\cdot dx = \left[\frac{c^x}{\ln(c)}\right]_a^b = \frac{c^b}{\ln(c)}-\frac{c^a}{\ln(c)}, c\neq 1$
- $\int_a^b e^x\cdot dx = \int_a^b (e^x)'\cdot dx = \left[e^x\right]_a^b = e^b - e^a$
- $\int_a^b \sin(x)\cdot dx = \int_a^b (-\cos(x))'\cdot dx = \left[-\cos(x)\right]_a^b = -\cos(b)+\cos(a)$
- $\int_a^b \cos(x)\cdot dx = \int_a^b (\sin(x))'\cdot dx = \left[\sin(x)\right]_a^b = \sin(b)-\sin(a)$
- $\int_a^b \frac{1}{\cos^2(x)}\cdot dx = \int_a^b (\tan(x))'\cdot dx = \left[\tan(x)\right]_a^b = \tan(b)-\tan(a)$
- $\int_a^b \frac{1}{\sin^2(x)}\cdot dx = \int_a^b \left(-\frac{1}{\tan(x)}\right)'\cdot dx = \left[-\frac{1}{\tan(x)}\right]_a^b = -\frac{1}{\tan(b)}+\frac{1}{\tan(a)}$
- $\int_a^b \frac{1}{\sqrt{x}}\cdot dx = \int_a^b \left(2\sqrt{x}\right)'\cdot dx = \left[2\sqrt{x}\right]_a^b = 2\sqrt{b}-2\sqrt{a}$

Επίσης, ισχύουν και οι παρακάτω ιδιότητες:

- $$\int_a^b \left( f(x) + g(x) \right) \cdot dx = \int_a^b f(x) \cdot dx + \int_a^b g(x) \cdot dx$$
- Αν $f(x) = \begin{cases} f_1(x), & x \in [a,c] \\ f_2(x), & x \in [c,b] \end{cases}$

τότε, $\int_a^b f(x) \cdot dx = \int_a^c f_1(x) \cdot dx + \int_c^b f_2(x) \cdot dx$

- Παραγοντική ολοκλήρωση

$$\int_a^b f'(x) \cdot g(x) \cdot dx = \left[ f(x) \cdot g(x) \right]_a^b - \int_a^b f(x) \cdot g'(x) \cdot dx$$

## Ορισμός — Σχέσεις Euler

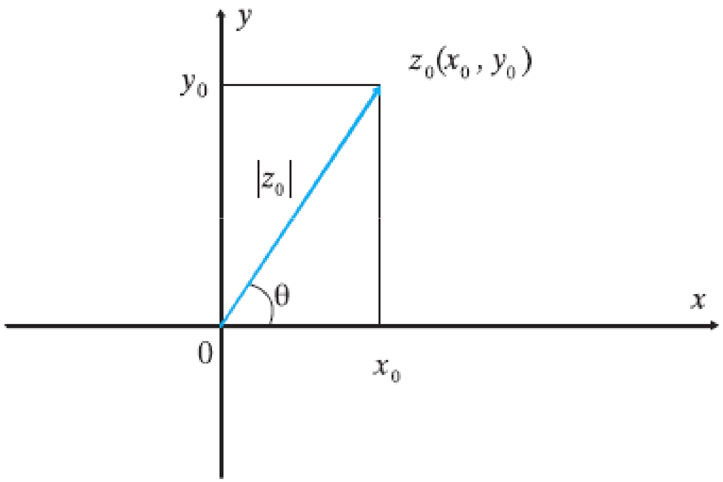
Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 2.1.1, ένας μιγαδικός αριθμός μπορεί να αναπαρασταθεί σε καρτεσιανές συντεταγμένες (στο δισδιάστατο πεδίο που ορίζεται από τους άξονες των πραγματικών και φανταστικών αριθμών) ως ένα διάνυσμα μέτρου $|z_0|$ και φάσης $\theta$.

$$z_0 = x_0 + jy_0$$

$$\cos(\theta) = \frac{x_0}{|z_0|} \Leftrightarrow x_0 = |z_0|\cos(\theta)$$

$$\sin(\theta) = \frac{y_0}{|z_0|} \Leftrightarrow y_0 = |z_0|\sin(\theta)$$

$$\tan(\theta) = \frac{y_0}{x_0}$$




**Σχήμα 2.7**

*Δισδιάστατη απεικόνιση μιγαδικού αριθμού*

Οπότε ο μιγαδικός $z_0$ μπορεί και να γραφεί ως:

$$z_0 = |z_0|\left[\cos(\theta) + j\sin(\theta)\right]$$

Θέτοντας $e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\sin(\theta)$

θα είναι,

$$z_0 = |z_0|e^{j\theta}$$

Ο μιγαδικός αριθμός $e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\sin(\theta)$ έχει μοναδιαίο μέτρο διότι $\left|e^{j\theta}\right| = \sqrt{\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)} = \sqrt{1} = 1$

Ισχύει επίσης ότι

$$e^{-j\theta} = \cos(-\theta) + j\sin(-\theta) = \cos(\theta) - j\sin(\theta)$$

Άρα,

$$e^{j\theta} + e^{-j\theta} = \cos(\theta) + j\sin(\theta) + \cos(\theta) - j\sin(\theta) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow e^{j\theta} + e^{-j\theta} = 2\cos(\theta)$$

και

$$e^{j\theta} - e^{-j\theta} = \cos(\theta) + j\sin(\theta) - \cos(\theta) + j\sin(\theta) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow e^{j\theta} - e^{-j\theta} = 2j\sin(\theta)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτουν οι σχέσεις **Euler**:

$$e^{j\theta} + e^{-j\theta} = 2\cos(\theta) \Leftrightarrow \cos(\theta) = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

και

$$e^{j\theta} - e^{-j\theta} = 2j\sin(\theta) \Leftrightarrow \sin(\theta) = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

Εάν υποτεθεί ένας μιγαδικός αριθμός μοναδιαίου πλάτους με φάση που δεν είναι σταθερή αλλά μεταβάλλεται με το χρόνο με γωνιακή ταχύτητα ίση με

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}\left(\frac{rad}{\sec}\right)$$

τότε, υποθέτοντας ότι σε χρόνο $t$ έχει γίνει στροφή του διανύσματος κατά γωνία $\theta=\omega t$, προκύπτει η απεικόνιση του στρεφόμενου διανύσματος (**Σχήμα 2-8**).

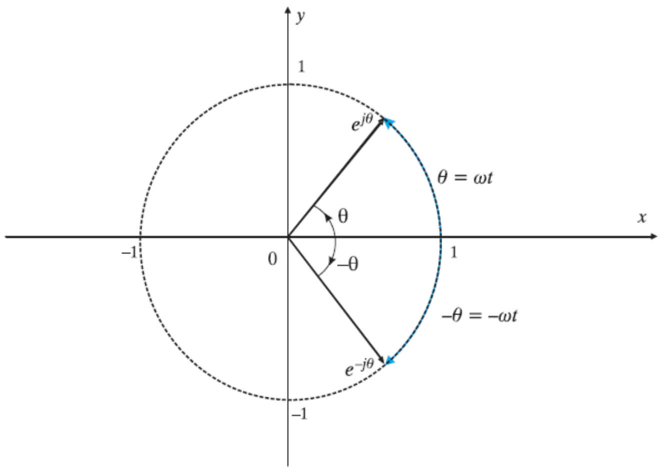
Εάν το διάνυσμα στρέφεται με φορά περιστροφής αριστερόστροφη, η γωνιακή ταχύτητα θεωρείται θετική και η διαγραφόμενη γωνία περιστροφής επίσης θετική. Εάν το διάνυσμα στρέφεται με φορά περιστροφής δεξιόστροφη, η γωνιακή ταχύτητα θεωρείται αρνητική και η αντίστοιχη διαγραφόμενη γωνία περιστροφής επίσης αρνητική.

Η συχνότητα περιστροφής σχετίζεται με τη γωνιακή ταχύτητα με τη σχέση $f = \frac{\omega}{2\pi}$. Συνεπώς, αν η γωνιακή ταχύτητα $\omega$ είναι αρνητική, και η αντίστοιχη συχνότητα περιστροφής $f$ είναι αρνητική (υπονοώντας ότι η συχνότητα περιστροφής αντιστοιχεί σε περιστροφή δεξιόστροφη).

Με βάση τις σχέσεις Euler, θα ισχύει ότι

$$\cos(2\pi ft) = \frac{1}{2}e^{j2\pi ft} + \frac{1}{2}e^{-j2\pi ft}$$

Δηλαδή το συνημιτονικό σήμα προκύπτει από το ημιάθροισμα δύο συμφασικών μοναδιαίου μέτρου μιγαδικών σημάτων, ενός με συχνότητα $f$ και ενός με συχνότητα $-f$




**Σχήμα 2.8**

*Απεικόνιση στρεφόμενου διανύσματος*

Δείτε το παρακάτω link:
[http://www.ptolemy.eecs.berkeley.edu/eecs20/week10/negativefreqs.html](http://www.ptolemy.eecs.berkeley.edu/eecs20/week10/negativefreqs.html)