

ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ.4

Έκτακτη ΟΣΣ

31/05/2015

Νίκος Δημητρίου

nikodim@phys.uoa.gr

Περιεχόμενα

- Λύσεις 5^{ης} Εργασίας
- Επαναληπτικές Ασκήσεις

Σημείωση: Η έκτακτη ΟΣΣ έχει ως σκοπούς: να αναλυθεί η φετινή ΓΕ5, να απαντηθούν απορίες σχετικά με την ύλη, να δοθεί ένα κίνητρο για μια πρώτη επανάληψη και να αναπτυχθεί το σχετικό σκεπτικό στην επίλυση των θεμάτων παλαιότερων εργασιών και εξετάσεων **χωρίς σε καμία περίπτωση** να περιορίζεται με τον τρόπο αυτό η εξεταστέα ύλη.

Ψηφιακές Επικοινωνίες

ΘΕΜΑ 1

Δίνεται το σήμα $x(t)$, με φάσμα $X(f) = \cos^2(2\pi af)$ όπου $a=1/400$.

(α) Να διερευνηθεί αν το $x(t)$ είναι περιοδικό και να υπολογιστεί η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας Nyquist (αν υπάρχει).

(β) Το σήμα $x(t)$ διέρχεται από κατάλληλο ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο και προκύπτει σήμα $y(t)$ με ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας (Nyquist) ίση με $f_{s,\min} = 100\text{Hz}$. Να υπολογιστεί η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου, η συνάρτηση μεταφοράς του και η κρουστική του απόκριση.

(γ) Να υπολογιστεί το φάσμα πλάτους του σήματος $Y(f)$ και η έκφραση του σήματος $y(t)$ στο πεδίο του χρόνου.

(δ) Να δοθούν οι εκφράσεις του δειγματοποιημένου σήματος $y_\delta(n)$, όπου n ακέραιος, και του αντίστοιχου φάσματος $Y_\delta(f)$ υποθέτοντας συχνότητα δειγματοληψίας $f_{s,\min} = 100\text{Hz}$.

(α) Το φάσμα γράφεται $X(f) = \cos^2(2\pi af) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\pi 2af)$

Το φάσμα είναι συνεχές άρα το σήμα δεν είναι περιοδικό.

Το σήμα δεν είναι περιορισμένου εύρους ζώνης άρα δεν μπορεί να εφαρμοστεί το κριτήριο Nyquist.

(β) Εφόσον $f_{s,\min} = 100\text{Hz}$, η μέγιστη συχνότητα του σήματος (άρα και η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου) είναι 50Hz.

Συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου

$$H(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{100}\right)$$

Κρουστική Απόκριση:

$$h(t) = 100 \cdot \text{sinc}(100t)$$

(γ) Το φάσμα του $Y(f)$ είναι το εξής:

$$Y(f) = X(f)H(f) = \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\pi 2af) \right] \text{rect}\left(\frac{f}{100}\right)$$

Η έκφραση του σήματος στο πεδίο του χρόνου είναι:

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathfrak{S}^{-1} \left\{ \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\pi 2af) \right] \text{rect}\left(\frac{f}{100}\right) \right\} = \\ &= \mathfrak{S}^{-1} \left\{ \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\pi 2af) \right] \right\} * \mathfrak{S}^{-1} \left\{ \text{rect}\left(\frac{f}{100}\right) \right\} = \\ &= \left[\frac{1}{2} \delta(t) + \frac{1}{4} [\delta(t-2a) + \delta(t+2a)] \right] * 100 \text{sinc}(100t) = \\ &= \frac{1}{2} 100 \text{sinc}(100t) + \\ &+ \frac{1}{4} [100 \text{sinc}(100(t-2a)) + 100 \text{sinc}(100(t+2a))] = \\ &= \frac{1}{2} 100 \text{sinc}(100t) + \\ &+ \frac{1}{4} \left[100 \text{sinc}\left(100\left(t - \frac{1}{200}\right)\right) + 200 \text{sinc}\left(100\left(t + \frac{1}{200}\right)\right) \right] \end{aligned}$$

(δ) Για το δειγματοσιμμένο σήμα με $f_s = 100\text{Hz}$ (και $T_s = 1/100\text{ sec}$) έχουμε:
Έκφραση στο πεδίο του χρόνου:

$$\begin{aligned}
 y_s(n) &= y_s(t)_{t=nT_s} \\
 &= \frac{1}{2}100\text{sinc}(100nT_s) + \\
 &+ \frac{1}{4} \left[100\text{sinc}\left(100\left(nT_s - \frac{1}{200}\right)\right) + 100\text{sinc}\left(100\left(nT_s + \frac{1}{200}\right)\right) \right], n \text{ ακέραιος} \\
 &= \frac{1}{2}100\text{sinc}\left(100n\frac{1}{100}\right) + \\
 &+ \frac{1}{4} \left[100\text{sinc}\left(100\left(n\frac{1}{100} - \frac{1}{200}\right)\right) + 100\text{sinc}\left(100\left(n\frac{1}{100} + \frac{1}{200}\right)\right) \right], n \text{ ακέραιος}
 \end{aligned}$$

Έκφραση στο πεδίο των συχνοτήτων:

$$\begin{aligned}
 Y_s(f) &= f_s \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y(f - mf_s) = \\
 &= f_s \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\pi 2a(f - mf_s)) \right] \text{rect}\left(\frac{(f - mf_s)}{100}\right) \\
 &= 100 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(2\pi 2\frac{1}{400}(f - m100)\right) \right] \text{rect}\left(\frac{(f - m100)}{100}\right)
 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το σήμα $x(t) = 8 \sin^2(4t) \cos(4\pi t)$.

(α) Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε το φάσμα πλάτους του $x(t)$

(β) Το $x(t)$ περνά από φίλτρο με κρουστική απόκριση $h(t) = 4 \sin c(4t)$. Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε το φάσμα πλάτους του σήματος εξόδου ($Y(f)$).

(γ) Αν επιλέξετε συχνότητα δειγματοληψίας 3Hz να υπολογίσετε την αναλυτική έκφραση του δειγματοσιμένου σήματος στο πεδίο συχνοτήτων ($Y_s(f)$) και να το σχεδιάσετε στο διάστημα $[-5\text{Hz}, 5\text{Hz}]$. Τι παρατηρείτε?

(α)

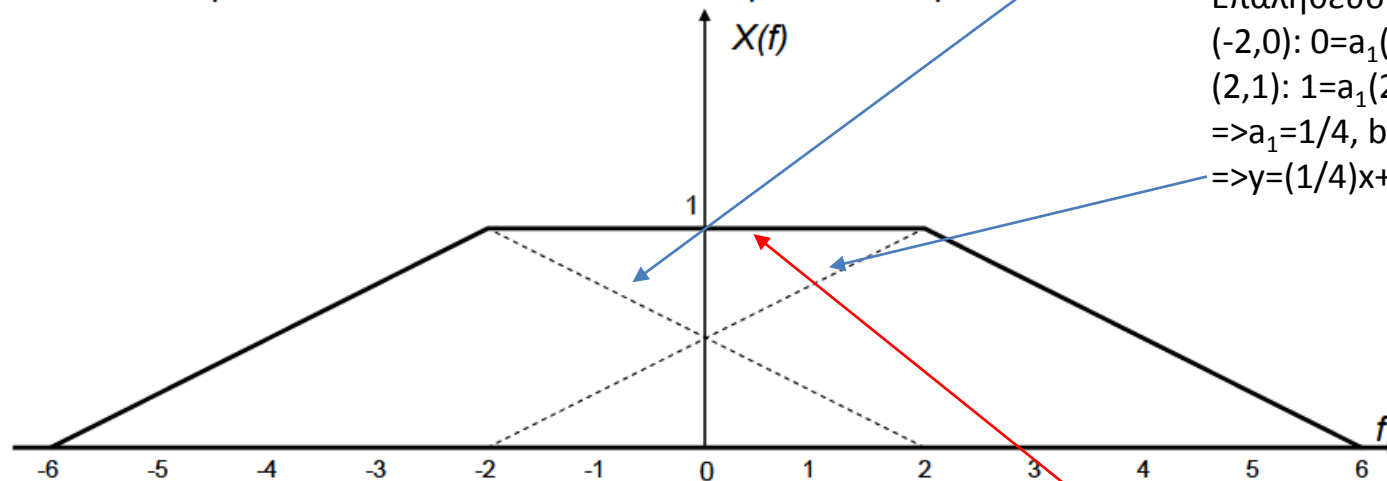
$$\sin^2(t) \leftrightarrow \text{tri}(f)$$

$$4 \sin^2(4t) \leftrightarrow \text{tri}\left(\frac{f}{4}\right)$$

$$2 \cos(2\pi 2t) \leftrightarrow \delta(f-2) + \delta(f+2)$$

Άρα

$$X(f) = \text{tri}\left(\frac{f}{4}\right) * [\delta(f-2) + \delta(f+2)] = \text{tri}\left(\frac{f-2}{4}\right) + \text{tri}\left(\frac{f+2}{4}\right)$$



Εύρεση εξίσωσης ευθείας

$$y = a_2 x + b_2$$

Επαλήθευση για 2 σημεία

$$(-2, 1): 1 = a_2(-2) + b_2 \Rightarrow b_2 = 1 + 2a_2$$

$$(2, 0): 0 = a_2(2) + b_2 = 2a_2 + 1 + 2a_2 = 1 + 4a_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_2 = -1/4, b_2 = 1 + 2(-1/4) = 1/2$$

$$\Rightarrow y = (-1/4)x + 1/2$$

Εύρεση εξίσωσης ευθείας

$$y = a_1 x + b_1$$

Επαλήθευση για 2 σημεία

$$(-2, 0): 0 = a_1(-2) + b_1 \Rightarrow b_1 = 2a_1$$

$$(2, 1): 1 = a_1(2) + b_1 = 2a_1 + 2a_1 = 4a_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 = 1/4, b_1 = 2(1/4) = 1/2$$

$$\Rightarrow y = (1/4)x + 1/2$$

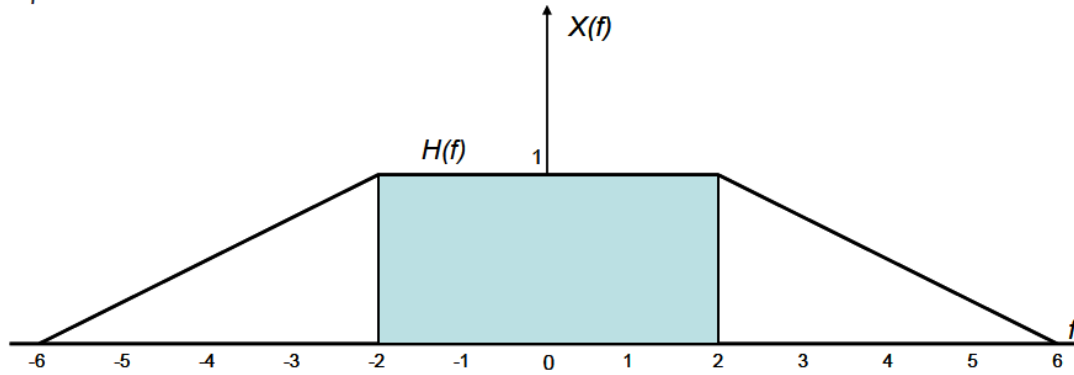
Αθροίζοντας τις 2 ευθείες για το διάστημα (-2, 2) έχουμε:

$$y = a_1 x + b_1 + a_2 x + b_2 = (1/4)x + 1/2 + (-1/4)x + 1/2 = 1$$

(β)

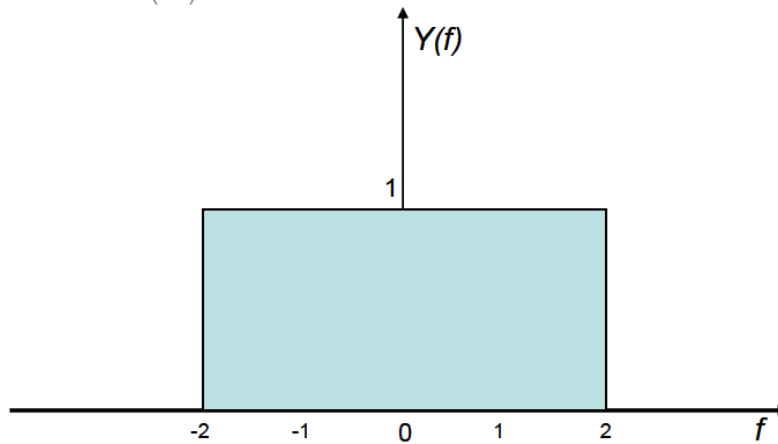
$$h(t) = 4 \sin c(4t) \Leftrightarrow \text{rect}\left(\frac{f}{4}\right) = H(f)$$

Άρα



Και επομένως το σήμα εξόδου είναι ουσιαστικά ένας τετραγωνικός παλμός ίδιας μορφής με τη συνάρτηση μεταφοράς, δηλαδή

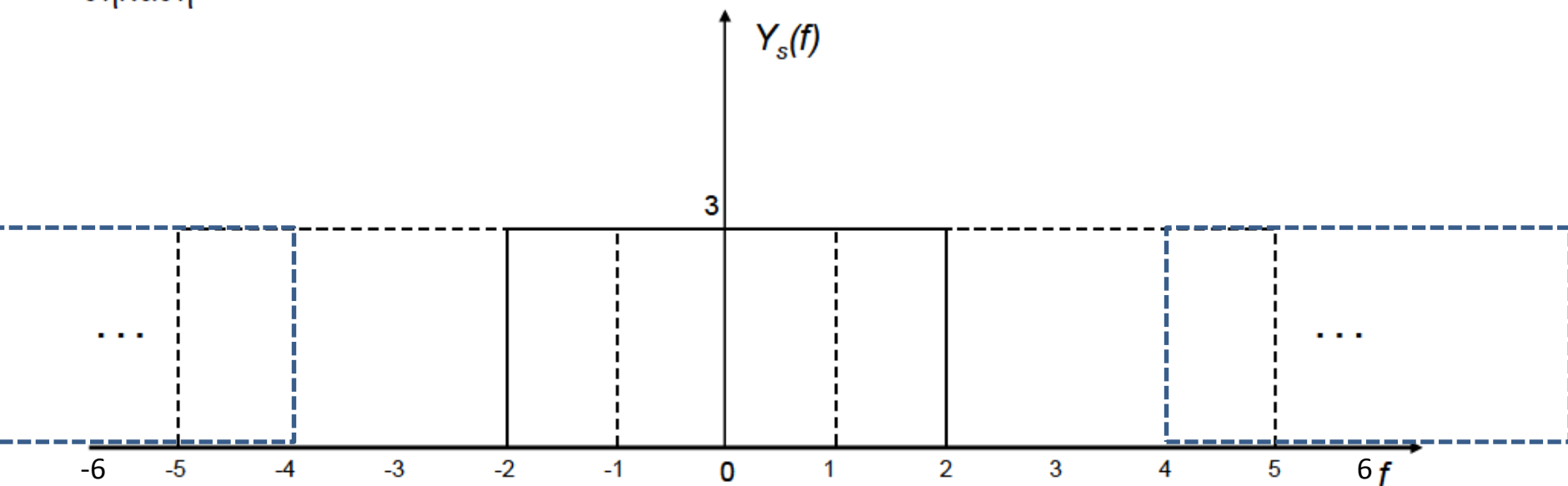
$$Y(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{4}\right)$$



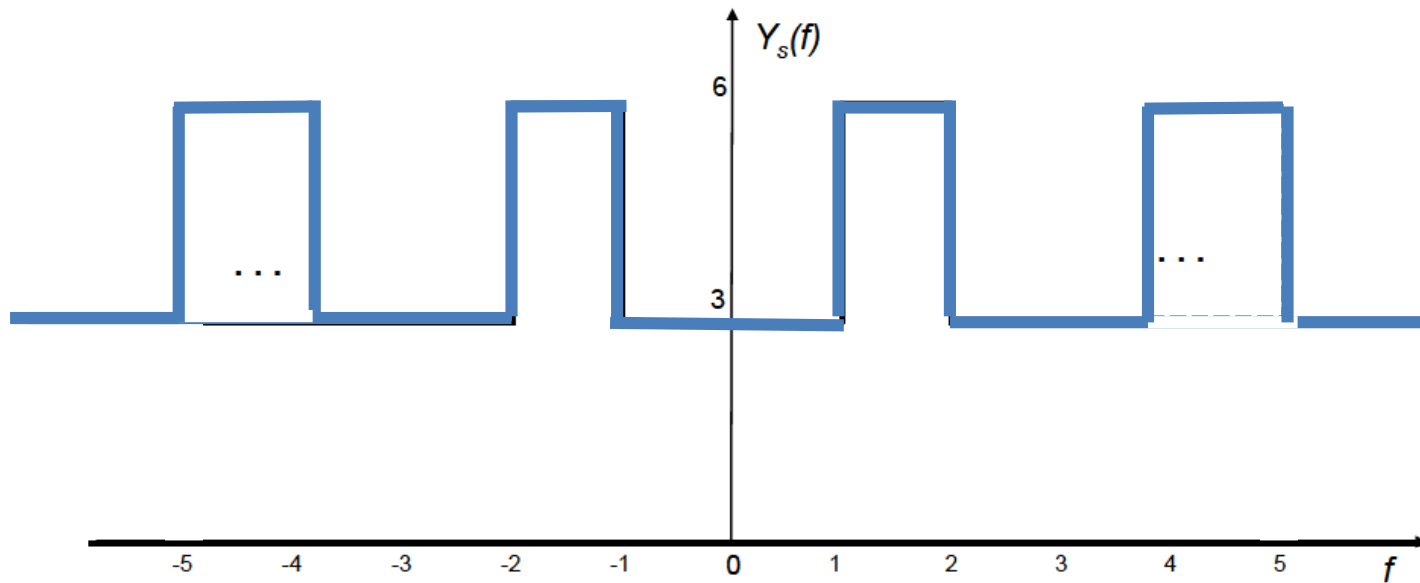
(γ)

$$Y_s(f) = fs \sum_{m=-\infty}^{+\infty} Y(f - mf_s) = 3 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \text{rect}\left(\frac{f - 3m}{4}\right) = 3 \left[\text{rect}\left(\frac{f}{4}\right) + \text{rect}\left(\frac{f - 3}{4}\right) + \text{rect}\left(\frac{f + 3}{4}\right) + \text{L} \right]$$

δηλαδή



και τελικά



Παρατηρούμε ότι έχει δημιουργηθεί αλλοίωση του σήματος (aliasing), που ήταν αναμενόμενη λόγω του ότι η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας του $Y(f)$ είναι

$$f_s = 2f_{\max} = 4\text{Hz}$$

ενώ εμείς κάναμε δειγματοληψία με 3Hz.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το σήμα $x(t) = \cos(2\pi f_1 t) + 0.001\{\delta(t-t_2) + \delta(t+t_2)\}$, όπου $f_1 = 3000\text{Hz}$, $t_2 = 1/8000\text{ sec}$.

(α) Να υπολογιστεί το φάσμα πλάτους του $x(t)$, $X(f)$.

(β) Να διερευνηθεί αν το $x(t)$ είναι περιοδικό και να υπολογιστεί η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας Nyquist (αν υπάρχει).

(γ) Το σήμα $x(t)$ διέρχεται από κατάλληλο ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο και προκύπτει σήμα $y(t)$ με ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας (Nyquist) ίση με $f_{s,\min} = 4000\text{Hz}$. Να υπολογιστεί η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου, η συνάρτηση μεταφοράς του και η κρουστική του απόκριση.

(δ) Να υπολογιστεί το φάσμα πλάτους του σήματος $Y(f)$ καθώς και η έκφραση του στο πεδίο του χρόνου $y(t)$.

(ε) Το σήμα $y(t)$ διαμορφώνει κατά συχνότητα (FM) με σταθερά απόκλισης συχνότητας $k_f = 100\pi$ συνημιτονικό φέρον σήμα πλάτους 10 Volt και συχνότητας 5MHz. Να προσδιορίσετε την έκφραση του διαμορφωμένου σήματος στο πεδίο του χρόνου και να υπολογίσετε το εύρος ζώνης του διαμορφωμένου σήματος. Να θεωρήσετε ότι η μέγιστη τιμή του $y(t)$ περιορίζεται στα 5 Volt.

(α)

Το φάσμα γράφεται

$$\begin{aligned} X(f) &= \frac{1}{2} [\delta(f - f_1) + \delta(f + f_1)] + 0.001 \cdot 2 \cos(2\pi t_2 f) = \\ &= \frac{1}{2} [\delta(f - 3000) + \delta(f + 3000)] + 0.001 \cdot 2 \cos\left(2\pi \frac{1}{8000} f\right) \end{aligned}$$

(β)

Το φάσμα είναι συνεχές άρα το σήμα δεν είναι περιοδικό.

Το σήμα δεν είναι περιορισμένου εύρους ζώνης άρα δεν μπορεί να εφαρμοστεί το κριτήριο Nyquist.

(γ)

Εφόσον $f_{s,min} = 4000\text{Hz}$, η μέγιστη συχνότητα του σήματος (άρα και η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου) είναι 2000Hz .

Συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου

$$H(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{4000}\right)$$

Κρουστική Απόκριση:

$$h(t) = 4000 \cdot \text{sinc}(4000t)$$

(δ)

Το φάσμα ισούται με:

$$Y(f) = H(f)X(f) =$$

$$= \text{rect}\left(\frac{f}{4000}\right) \left\{ \frac{1}{2} [\delta(f - 3000) + \delta(f + 3000)] + 0.001 \cdot 2 \cos\left(2\pi \frac{1}{8000} f\right) \right\} =$$

$$= \text{rect}\left(\frac{f}{4000}\right) 0.001 \cdot 2 \cos\left(2\pi \frac{1}{8000} f\right)$$

Η χρονική κυματομορφή ισούται με:

$$y(t) = \mathfrak{F}^{-1} \left\{ \text{rect}\left(\frac{f}{4000}\right) 0.001 \cdot 2 \cos\left(2\pi \frac{1}{8000} f\right) \right\} =$$

$$= 0.002 \cdot \mathfrak{F}^{-1} \left\{ \text{rect}\left(\frac{f}{4000}\right) \right\} * \mathfrak{F}^{-1} \left\{ \cos\left(2\pi \frac{1}{8000} f\right) \right\} =$$

$$= 0.002 \cdot 4000 \text{sinc}(4000t) * \left[\frac{1}{2} \left(\delta\left(t - \frac{1}{8000}\right) + \delta\left(t + \frac{1}{8000}\right) \right) \right] =$$

$$= 4 \left[\text{sinc}\left(4000\left(t - \frac{1}{8000}\right)\right) + \text{sinc}\left(4000\left(t + \frac{1}{8000}\right)\right) \right]$$

(ε)

Η έκφραση του διαμορφωμένου σήματος στο πεδίο του χρόνου είναι η:

$$y_{FM}(t) = A_0 \cos \left[2\pi f_c t + k_f \int_{-\infty}^t y(\lambda) d\lambda \right] = 10 \cos \left[2\pi 5 \cdot 10^6 t + 100\pi \int_{-\infty}^t y(\lambda) d\lambda \right]$$

Εύρος ζώνης σήματος πληροφορίας : 2000Hz.

Η μέγιστη τιμή του στο πεδίο του χρόνου είναι 5 Volt.

Η μέγιστη απόκλιση συχνότητας είναι $\Delta f_{\max} = \frac{k_f}{2\pi} \max [|y(t)|] = \frac{100\pi}{2\pi} 5 = 250\text{Hz}$

Ο λόγος απόκλισης είναι

$$D = \frac{\Delta f_{\max}}{f_y} = \frac{250}{2000} = 0.125$$

Οπότε το εύρος ζώνης είναι

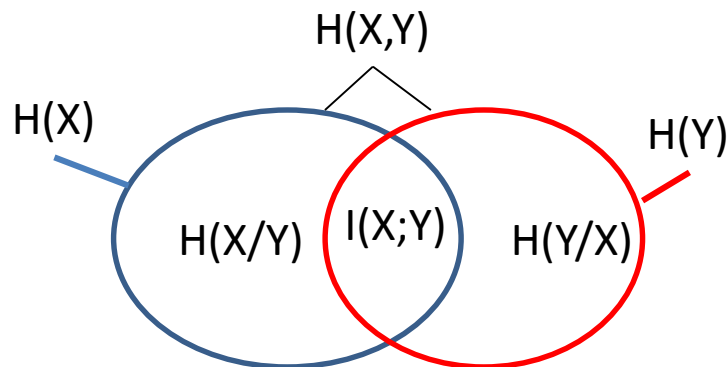
$$W = 2(D+1)f_y = 2(0.125+1)2000 = 4500\text{Hz}$$

Θεωρία Πληροφορίας

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε την τυχαία μεταβλητή $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, η οποία αναπαριστά το αλφάβητο πηγής χωρίς μνήμη και αποτελεί την είσοδο καναλιού επικοινωνίας και την τυχαία μεταβλητή $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ που αναπαριστά την έξοδο του ίδιου καναλιού επικοινωνίας. Να αιτιολογήσετε αν μπορεί να είναι σωστές ή αν είναι εσφαλμένες οι ακόλουθες προτάσεις:

1. $H(X) = H(Y) = 2$ bits,
2. $H(X) = H(Y) = a < 2$ bits,
3. $C = H(Y)$, όπου C η χωρητικότητα του καναλιού επικοινωνίας,
4. $C + H(X/Y) \geq H(X)$,
5. $H(X) > H(Y) > L$, όπου L το μέσο μήκος των κωδικών λέξεων κώδικα Huffman της πηγής X .
6. $H(X, Y) = -4$ bits,
7. $I(X; Y) > L$ bits, όπου L το μέσο μήκος των κωδικών λέξεων του κώδικα της πηγής.
8. $I(X; Y) = 1$ bit,
9. $I(X; Y) = 0$ bits,
10. $C < I(X; Y)$.



Θεωρούμε την τυχαία μεταβλητή $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, η οποία αναπαριστά το αλφάβητο πηγής χωρίς μνήμη και αποτελεί την είσοδο καναλιού επικοινωνίας και την τυχαία μεταβλητή $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ που αναπαριστά την έξοδο του ίδιου καναλιού επικοινωνίας. Να αιτιολογήσετε αν μπορεί να είναι σωστές ή αν είναι εσφαλμένες οι ακόλουθες προτάσεις:

1. $H(X) = H(Y) = 2$ bits,

1. $H(X) = H(Y) = 2$ bits, είναι σωστό για ισοπίθανες εισόδους και αθόρυβο κανάλι,

2. $H(X) = H(Y) = a < 2$ bits,

2. $H(X) = H(Y) = a < 2$ bits, είναι σωστό για μη ισοπίθανες εισόδους και αθόρυβο κανάλι ή μη ισοπίθανες εισόδους και ενθόρυβο κανάλι με τέτοιο πίνακα μετάβασης όμως που οδηγεί σε ίδιες, αλλά με άλλη διάταξη, πιθανότητες των συμβόλων εξόδου του καναλιού,

3. $C = H(Y)$, όπου C η χωρητικότητα του καναλιού επικοινωνίας,

3. $C = H(Y)$, σωστό για αθόρυβο κανάλι και ισοπίθανες εισόδους,

$$4. \quad C + H(X/Y) \geq H(X),$$

4. $C + H(X/Y) \geq H(X)$, σωστό, αφού η δεδομένη ανισωτική σχέση γράφεται $C \geq H(X) - H(X/Y) = I(X;Y)$ που ισχύει (ορισμός της χωρητικότητας),

5. $H(X) > H(Y) > L$, όπου L το μέσο μήκος των κωδικών λέξεων κώδικα Huffman της πηγής X .

5. $H(X) > H(Y) > L$, λάθος, αφού αν και η εντροπία της εισόδου μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την εντροπία της εξόδου ενθόρυβου καναλιού, δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη του μέσου μήκους των κωδικών λέξεων κώδικα πηγής του αλφάβητου εισόδου (η εντροπία αποτελεί το όριο της συμπίεσης που μπορεί να επιτευχθεί).

6. $H(X, Y) = -4$ bits,

6. $H(X, Y) = -4$, λάθος, αφού η εντροπία είναι μη αρνητική ποσότητα,

7. $I(X;Y) > L$ bits, όπου L το μέσο μήκος των κωδικών λέξεων του κώδικα της πηγής.

7. $I(X;Y) > L$, λάθος, αφού η αμοιβαία πληροφορία είναι μικρότερη ή ίση της εντροπίας της εισόδου, ενώ το $L \geq H(X)$,

8. $I(X;Y) = 1 \text{ bit}$,

8. $I(X;Y) = 1$, σωστό για κατάλληλες ακραίες και υπό συνθήκη πιθανότητες των συμβόλων εισόδου και εξόδου του καναλιού,

9. $I(X; Y) = 0$ bits,

9. $I(X; Y) = 0$, είναι σωστό για εξόδους ανεξάρτητες από τις εισόδους,

10. $C < I(X;Y)$.

10. $C < I(X;Y)$, λάθος, αφού η χωρητικότητα είναι ίση με τη μέγιστη αμοιβαία πληροφορία μεταξύ εισόδου και εξόδου του καναλιού.

ΘΕΜΑ 5

ΕΞ 2013B

Δίνεται η βάση του γεννήτορα πίνακα του δυϊκού κώδικα C^\perp

$$\{111000111011000, 100110110110100, 010101101110010, 001011011110001\}$$

Ζητούνται :

α) Ο πίνακας ισοτιμίας H , ο γεννήτορας πίνακας G του κώδικα C καθώς και τα χαρακτηριστικά (n, k, d) ,

β) Να βρεθεί αν ο κώδικας αυτός αντιστοιχεί σε κώδικα Hamming

γ) Αν ένας ΠΑΜΠ αποκωδικοποιητής παρέλαβε δύο συνεχόμενες λέξεις

$$x = \{0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1\} \text{ και}$$

$$y = \{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0\}$$

να βρεθούν οι λέξεις αυτές είναι κωδικές λέξεις και αν όχι να διορθωθούν.

Υπόδειξη : Για την επίλυση του (γ) ερωτήματος, δεν απαιτείται η ανάλυση της ΠΑΜΠ αποκωδικοποίησης και η δημιουργία του ολόκληρου του πίνακα συνδρόμων με τους αντίστοιχους οδηγούς συνομάδων

α). Γνωρίζουμε από το βιβλίο ότι η βάση του δυϊκού κώδικας C^\perp αποτελείται από τις στήλες του πίνακα H (τόμος «Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης» σελ. 137) όπου όπως θα πρέπει να αναδιαταχθεί έτσι ώστε να σχηματισθεί ο πίνακας H στη μορφή

$$H = \begin{bmatrix} M \\ I \end{bmatrix}$$

Επομένως, αφού η βάση του δυϊκού κώδικας C^\perp αποτελείται από τέσσερα διανύσματα ο I θα είναι διάστασης $[4 \times 4]$. Οπότε η αναδιάταξη θα πρέπει να γίνει έτσι να σχηματίζεται ο πίνακας I από τέσσερα τελευταία ψηφία της κάθε στήλης της βάσης του δυϊκού κώδικα.

1° διάνυσμα \rightarrow 1^η στήλη

2° διάνυσμα \rightarrow 2^η στήλη

3° διάνυσμα \rightarrow 3^η στήλη

4° διάνυσμα \rightarrow 4^η στήλη

Έτσι

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Από τον παραπάνω πίνακα συνάγουμε τον πίνακα M ως

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Οπότε ο πίνακας γεννήτορας G είναι της μορφής $G = [I \quad M]$ οπότε

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Και επομένως τα χαρακτηριστικά του είναι 11 γραμμές και 15 στήλες, αυτό σημαίνει ότι ο κώδικας C θα είναι

$$C(15,11,d)$$

Για την εύρεση της απόστασης d θα βρώ πρώτα τον πίνακα ισοτιμίας H που σχηματίζεται ως εξής:
 Η απόσταση του κώδικα C μπορεί να βρεθεί με τον κανόνα υπολογισμού με τη χρήση του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας, δηλαδή τον ελάχιστο αριθμό γραμμών του πίνακα των οποίων το άθροισμα είναι 0.

Ωστε θεωρώντας τη γραμμή $1^n, 2^n, 4^n$ του πίνακα H θα έχουμε

$$[1 \ 1 \ 0 \ 0] + [1 \ 0 \ 1 \ 0] + [0 \ 1 \ 1 \ 0] = 0$$

Οπότε $d=3$

Τα χαρακτηριστικά του κώδικα C είναι $C(15,11,3)$.

β). Ο κώδικας αυτός είναι Hamming επειδή

1. Στο μήκος του κώδικα ισχύει ο μαθηματικός τύπος (τόμος «Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης» σελ. 151)

$$n = 2^r - 1 \text{ για } r \geq 2$$

με $n=15$ και $r=4$ και

2. Ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας H , οποίος απαρτίζεται από όλες τις δυνατές μη μηδενικές λέξεις μήκους r

γ). Δεδομένου ότι ο κώδικας είναι *Hamming* θα ελέγξουμε αν η λέξη είναι κωδική λέξη οπότε έχουμε:

$$x = \{0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1\}$$

$$s = x \cdot H \Leftrightarrow$$

$$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \ 0 \ 1 \ 1]$$

Επομένως το σύνδρομο είναι $[0 \ 0 \ 1 \ 1]$ που δεν είναι μηδενικό και άρα η ληφθείσα λέξη δεν ανήκει στον κώδικα. Σύμφωνα με το κριτήριο της σελ. 145 – Τόμος Α' Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης η κωδική λέξη έχει υποστεί αλλοίωση.

Ο πίνακας Hamming διορθώνει έως ένα σφάλμα. Το σύνδρομο αντιστοιχεί στην 6η γραμμή του πίνακα H και επομένως το σφάλμα έχει υπεισέλθει στο 6ο bit της ληφθείσας λέξης από αριστερά.

Ο οδηγός της συνομάδας που είναι και το πρότυπο σφάλμα ϵ και αντιστοιχεί στο προηγούμενο σύνδρομο είναι της μορφής

$$\epsilon = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

δεδομένου ότι ο κώδικας είναι Hamming.

Οπότε η ληφθείσα λέξη διορθώνεται στην κωδική λέξη (σελ. 143, Τόμος Α' Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης) που φαίνεται παρακάτω

$$[001001000001001] + [000001000000000] = 001000000001001$$

Για την ληφθείσα κωδική λέξη y , $y = \{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0\}$

Παρατηρούμε ότι το σύνδρομο είναι το $[0 \ 1 \ 1 \ 1]$, οπότε ο οδηγός συνομάδας που είναι και το πρότυπο σφάλμα θα είναι το $\epsilon = [000000000100000]$

Οπότε η διορθωμένη λέξη θα είναι

$$[000001000000100] + [000000000100000] = [000001000100100]$$

Θέμα 3

Δίνονται οι ακόλουθοι κώδικες

	Κώδικας 1		Κώδικας 2		Κώδικας 3		Κώδικας 4		Κώδικας 5	
		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα
S1	00	0.6	1	0.55	11	0.3	10	0.45	0	0.5
S2	10	0.2	01	0.25	10	0.25	00	0.30	01	0.25
S3	00	0.1	001	0.15	00	0.2	11	0.15	011	0.15
S4	11	0.1	000	0.05	010	0.1	110	0.10	0111	0.10
S5					0111	0.1				
S6					0110	0.05				

α) Ζητείται να εξεταστεί, οι ακόλουθοι κώδικες σε ποια(-ες) κατηγορία(-ες) ανήκουν: I). Μη ιδιάζοντες II). Μοναδικά αποκωδικοποιήσιμοι III). Αμεσοί.

Ποιοι από αυτούς τους κώδικες θα μπορούσε να είναι κώδικες Huffman.

β). Για τους κώδικες Huffman που βρέθηκαν στο προηγούμενο ερώτημα, να προτείνετε κατάλληλες κατανομές πιθανοτήτων των συμβόλων της πηγής που τους κωδικοποιούν.

γ). Για τους κώδικες Huffman, που τυχόν βρέθηκαν, να υπολογίσετε την επίδοση του καθενός κώδικα Huffman.

	Κώδικας 1		Κώδικας 2		Κώδικας 3		Κώδικας 4		Κώδικας 5	
		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα
S1	00	0.6	1	0.55	11	0.3	10	0.45	0	0.5
S2	10	0.2	01	0.25	10	0.25	00	0.30	01	0.25
S3	00	0.1	001	0.15	00	0.2	11	0.15	011	0.15
S4	11	0.1	000	0.05	010	0.1	110	0.10	0111	0.10
S5					0111	0.1				
S6					0110	0.05				

- Ο Κώδικας 1 ΔΕΝ είναι «Μη Ιδιάζων» καθώς υπάρχουν δύο Κωδικές λέξεις όμοιες («00») μεταξύ τους και επομένως ο Κώδικας ΔΕΝ είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» αφού όμοιες Κωδικές Λέξεις οδηγούν σε όμοιες δυνατές ακολουθίες. Τέλος ο Κώδικας 1 ΔΕΝ είναι «Άμεσος» αφού δεν είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος».

	Κώδικας 1		Κώδικας 2		Κώδικας 3		Κώδικας 4		Κώδικας 5	
		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα
S1	00	0.6	1	0.55	11	0.3	10	0.45	0	0.5
S2	10	0.2	01	0.25	10	0.25	00	0.30	01	0.25
S3	00	0.1	001	0.15	00	0.2	11	0.15	011	0.15
S4	11	0.1	000	0.05	010	0.1	110	0.10	0111	0.10
S5					0111	0.1				
S6					0110	0.05				

- Ο Κώδικας 2 είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» και «Μη Ιδιάζων» αφού όλες οι κωδικές λέξεις είναι διαφορετικές μεταξύ τους αλλά και οι ακολουθίες κωδικών λέξεων που μπορούν να σχηματισθούν επίσης είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Ο κώδικας αυτός είναι «Άμεσος» αφού οι κωδικές του λέξεις μπορούν να αποκωδικοποιηθούν χωρίς να απαιτείται η γνώση της επόμενης κωδικής λέξης.

	Κώδικας 1		Κώδικας 2		Κώδικας 3		Κώδικας 4		Κώδικας 5	
		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα
S1	00	0.6	1	0.55	11	0.3	10	0.45	0	0.5
S2	10	0.2	01	0.25	10	0.25	00	0.30	01	0.25
S3	00	0.1	001	0.15	00	0.2	11	0.15	011	0.15
S4	11	0.1	000	0.05	010	0.1	110	0.10	0111	0.10
S5					0111	0.1				
S6					0110	0.05				

- Ο Κώδικας 3 είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» και «Μη Ιδιάζων» αφού όλες οι κωδικές λέξεις είναι διαφορετικές μεταξύ τους αλλά και οι ακολουθίες κωδικών λέξεων που μπορούν να σχηματισθούν επίσης είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Ο κώδικας αυτός είναι «Αμεσος» αφού οι κωδικές του λέξεις μπορούν να αποκωδικοποιηθούν χωρίς να απαιτείται η γνώση της επόμενης κωδικής λέξης.

	Κώδικας 1		Κώδικας 2		Κώδικας 3		Κώδικας 4		Κώδικας 5	
		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα
S1	00	0.6	1	0.55	11	0.3	10	0.45	0	0.5
S2	10	0.2	01	0.25	10	0.25	00	0.30	01	0.25
S3	00	0.1	001	0.15	00	0.2	11	0.15	011	0.15
S4	11	0.1	000	0.05	010	0.1	110	0.10	0111	0.10
S5					0111	0.1				
S6					0110	0.05				

- Ο Κώδικας 4 είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» και «Μη Ιδιάζων» αφού όλες οι κωδικές λέξεις είναι διαφορετικές μεταξύ τους αλλά και οι ακολουθίες κωδικών λέξεων που μπορούν να σχηματισθούν επίσης είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Ο κώδικας αυτός ΔΕΝ είναι «Άμεσος» αφού οι κωδικές του λέξεις δεν μπορούν να αποκωδικοποιηθούν χωρίς να απαιτείται η γνώση της επόμενης κωδικής λέξης π.χ. το «11» αποτελεί πρόθεμα της Κωδικής λέξης «110».

	Κώδικας 1		Κώδικας 2		Κώδικας 3		Κώδικας 4		Κώδικας 5	
		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα
S1	00	0.6	1	0.55	11	0.3	10	0.45	0	0.5
S2	10	0.2	01	0.25	10	0.25	00	0.30	01	0.25
S3	00	0.1	001	0.15	00	0.2	11	0.15	011	0.15
S4	11	0.1	000	0.05	010	0.1	110	0.10	0111	0.10
S5					0111	0.1				
S6					0110	0.05				

- Ο Κώδικας 5 είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» και «Μη Ιδιάζων» αφού όλες οι κωδικές λέξεις είναι διαφορετικές μεταξύ τους αλλά και οι ακολουθίες κωδικών λέξεων που μπορούν να σχηματισθούν επίσης είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Ο κώδικας αυτός ΔΕΝ είναι «Άμεσος» αφού οι κωδικές του λέξεις μπορούν να αποκωδικοποιηθούν χωρίς να απαιτείται η γνώση της επόμενης κωδικής λέξης.

Οι κώδικες που μπορεί να είναι Huffman είναι οι Κώδικες 2 και 3.

β). Χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο Huffman θα έχουμε

- Για τον Κώδικα 2, έχω τα σύμβολα {S1, S2, S3, S4}. Όπως γνωρίζω από τον πίνακα οι πιθανότητες είναι {0.55, 0.25, 0.15, 0.05}

Σύμβολο	Βήμα 1	Βήμα 2	Βήμα 3	Κωδική Λέξη	Μήκος
S1	0.55	0.55	0.55 (1)	1	1
S2	0.25	0.25 (1)	0.45 (S2, S3, S4) (0)	01	2
S3	0.15 (1)	0.2 (0) (S4, S3)		001	3
S4	0.05 (0)			000	3

- Για τον Κώδικα 3, έχω τα σύμβολα {S1, S2, S3, S4, S5, S6} με πιθανότητες {0.3, 0.25, 0.2, 0.1, 0.1, 0.05}

Οπότε

Σύμβολο	Βήμα 1	Βήμα 2	Βήμα 3	Βήμα 4	Βήμα 5	Κωδική Λέξη	Μήκος
S1	0.3	0.3	0.3	0.45 (S3, S4, S5, S6)	0.55 (1) (S1, S2)	11	2
S2	0.25	0.25	0.25	0.3 (1) (S1)	0.45 (0) (S3, S4, S5, S6)	10	2
S3	0.2	0.2	0.25 (1) (S4, S5, S6)	0.25 (0) (S2)		00	2
S4	0.1	0.15 (1) (S5, S6)	0.2 (0) (S3)			010	3
S5	0.1 (1)	0.1 (0) (S4)				0111	4
S6	0.05 (0)					0110	4

γ). Υπολογίζουμε, στον Κώδικα 2, την επίδοση του κώδικα.

- **Κώδικας 2**

Η επίδοση του κώδικα δίνεται από

$$\alpha = \frac{H(S)}{\sum_{i=1}^4 l_i p_i \log_2 2}$$

Όπου

$$H(S) = - \sum_{i=1}^4 p(S_i) \log_2(p(S_i)) =$$

$$-(0.55 \cdot \log_2(0.55) + 0.25 \cdot \log_2(0.25) + 0.15 \cdot \log_2(0.15) + 0.05 \cdot \log_2(0.05)) = 1.601$$

Για το μέσο μήκος θα έχουμε

$$\sum_{i=1}^4 l_i p_i = 1.65$$

Επομένως

$$\alpha = \frac{H(S)}{\sum_{i=1}^4 l_i p_i \log_2 2} = \frac{1.601}{1.65} = 97.03\%$$

- **Κώδικας 3**

Η επίδοση του κώδικα δίνεται από

$$\alpha = \frac{H(S)}{\sum_{i=1}^6 l_i p_i \log_2 2}$$

Όπου

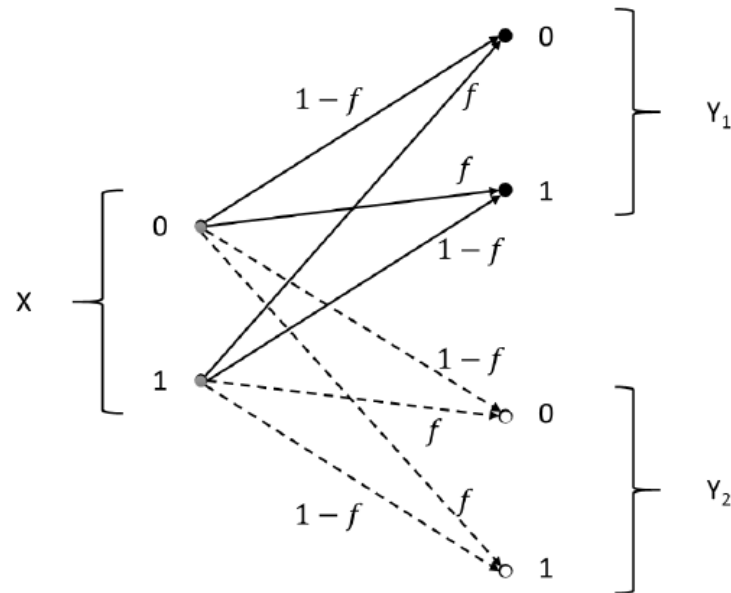
$$\begin{aligned} H(S) &= - \sum_{i=1}^6 p(S_i) \log_2(p(S_i)) = \\ &= -(0.30 \cdot \log_2(0.30) + 0.25 \cdot \log_2(0.25) + 0.20 \cdot \log_2(0.20) + 0.1 \cdot \log_2(0.1) + 0.1 \cdot \log_2(0.1) + 0.05 \\ &\quad \cdot \log_2(0.05)) = 2.365 \end{aligned}$$

Για το μέσο μήκος θα έχουμε

$$\sum_{i=1}^6 l_i p_i = 2 \cdot 0.30 + 0.25 \cdot 2 + 0.20 \cdot 2 + 3 \cdot 0.1 + 4 \cdot 0.1 + 0.05 \cdot 4 = 2.4$$

$$\alpha = \frac{H(S)}{\sum_{i=1}^6 l_i p_i \log_2 2} = \frac{2.365}{2.4} = 98.54\%$$

Θεωρούμε ένα διακριτό κανάλι χωρίς μνήμη με μία είσοδο και δύο εξόδους οι οποίες αντιστοιχούν σε δύο διαφορετικούς δέκτες. Ο πομπός έχει στη διάθεσή του δύο σύμβολα, έστω $X=0$ και $X=1$ και συνδέεται με κάθε έναν από τους δέκτες μέσω δυαδικού συμμετρικού καναλιού (BSC) με παράμετρο $f \leq \frac{1}{2}$, όπως φαίνεται στο Σχήμα, όπου θεωρούμε επίσης ότι κάθε μία από τις τ.μ. Y_1 και Y_2 παίρνουν τιμές από το σύνολο $\{0,1\}$. Δηλαδή όταν υπάρχει ένα σύμβολο εισόδου προς μετάδοση αυτό στέλνεται και στα 2 κανάλια ταυτόχρονα.



Σχήμα : Δύο ανεξάρτητα BSC με κοινή είσοδο

Τα δύο δυαδικά συμμετρικά κανάλια είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα, δηλαδή $p(y_1, y_2 / x) = p(y_1 / x) \cdot p(y_2 / x)$.

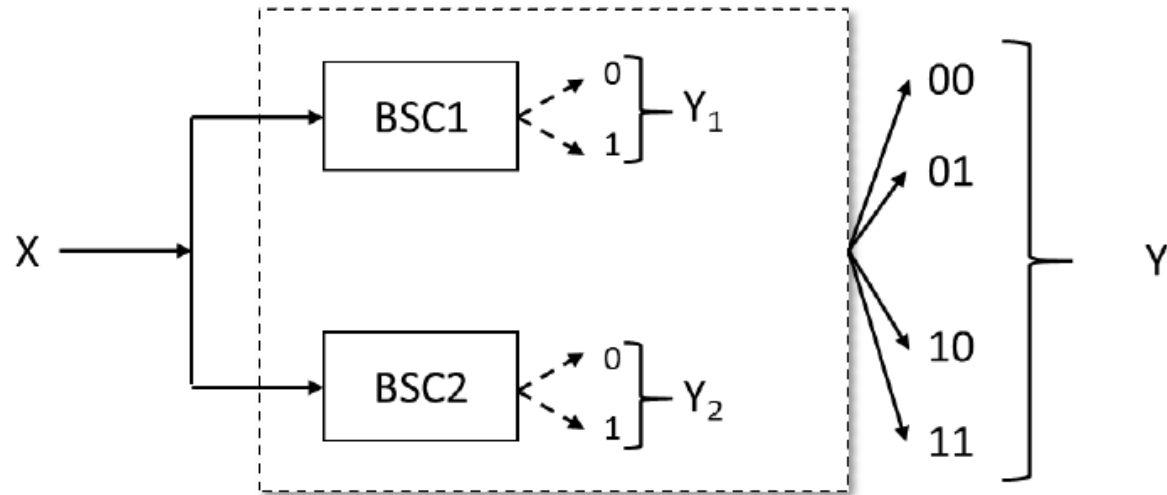
α) Ποιος είναι ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης (η χωρητικότητα του καναλιού), που μπορούμε να επιτύχουμε για κάθε ένα από τα κανάλια BSC ξεχωριστά και ποια η κατανομή εισόδου που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε

Απάντηση

α) Επειδή κάθε ένα από τα δύο κανάλια συμπεριφέρεται σαν δυαδικό συμμετρικό κανάλι τότε ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης ανά κανάλι είναι ίσος με τη χωρητικότητα του καναλιού. Επομένως μπορούμε να μεταδώσουμε με χωρητικότητα $C=1-H(f)$

Η κατανομή που πρέπει να χρησιμοποιηθεί είναι η ομοιόμορφη.

β) Έστω τώρα ότι μπορούμε να παρατηρήσουμε και τις δύο εξόδους, Y_1 και Y_2 σαν μία ενιαία έξοδο Y όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



(i) Να αποδείξετε ότι ο πίνακας μετάβασης του συνδυασμένου καναλιού με είσοδο την X και έξοδο την Y είναι ο παρακάτω

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 Y_1 Y_2 & Y_1 Y_2 & Y_1 Y_2 & Y_1 Y_2 \\
 00 & 01 & 10 & 11
 \end{array} \\
 P = \begin{array}{c} X \\ X \end{array} \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \begin{bmatrix} (1-f)^2 & f(1-f) & f(1-f) & f^2 \\ f^2 & f(1-f) & f(1-f) & (1-f)^2 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

(Υπόδειξη: Θεωρείστε ότι ο συνδυασμός των δύο εξόδων Y_1 και Y_2 δημιουργεί μία έξοδο Y η οποία έχει ως σύμβολα εξόδου τα $\{00, 01, 10, 11\}$. Στη συνέχεια κάντε χρήση της ανεξαρτησίας των δύο καναλιών όπως αναφέρεται στην εκφώνηση παραπάνω. Προσοχή! Η σχέση ανεξαρτησίας $p(y_1, y_2 / x) = p(y_1 / x) \cdot p(y_2 / x)$ που δόθηκε παραπάνω δεν σημαίνει ότι η αμοιβαία πληροφορία $I(X; Y)$ είναι το άθροισμα των επιμέρους καναλιών.)

β)

(i)

Για να βρούμε τον πίνακα μετάβασης P πρέπει να βρούμε τις πιθανότητες μετάβασης P(Y/X) δηλαδή τις $p(Y=00/X=0)$, $p(Y=01/X=0)$, $p(Y=10/X=0)$, $p(Y=11/X=0)$ και $p(Y=00/X=1)$, $p(Y=01/X=1)$, $p(Y=10/X=1)$, $p(Y=11/X=1)$

Από την ανεξαρτησία των καναλιών όπου ισχύει ότι $p(y_1, y_2 / x) = p(y_1 / x) \cdot p(y_2 / x)$ οπότε έχουμε

$$p(Y=00/X=0) = p(Y_1=0, Y_2=0/X=0) = p(Y_1=0/X=0) \cdot p(Y_2=0/X=0) = (1-f)(1-f) = (1-f)^2.$$

Ομοίως υπολογίζουμε και τις υπόλοιπες πιθανότητες μετάβασης

$$p(Y=01/X=0) = f(1-f).$$

$$p(Y=10/X=0) = f(1-f).$$

$$p(Y=11/X=0) = f^2.$$

$$p(Y=00/X=1) = f^2.$$

$$p(Y=01/X=1) = f(1-f).$$

$$p(Y=10/X=1) = f(1-f).$$

$$p(Y=11/X=1) = (1-f)^2.$$

Άρα ο πίνακας μετάβασης P είναι

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 00 & 01 & 10 & 11 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 00 \\ 01 \\ 10 \\ 11 \end{matrix} & \begin{bmatrix} (1-f)^2 & f(1-f) & f(1-f) & f^2 \\ f^2 & f(1-f) & f(1-f) & (1-f)^2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

(ii) Ποιος είναι ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης (χωρητικότητα του καναλιού), που μπορούμε να επιτύχουμε για το συνδυασμένο κανάλι με $f=0.2$ αν γνωρίζουμε ότι η αμοιβαία πληροφορία μεγιστοποιείται για ισοπίθανα σύμβολα εισόδου

(Δίδονται οι τιμές των λογαρίθμων $\log 0.64 = -0.644$, $\log 0.16 = -2.644$, $\log 0.04 = -4.644$, $\log 0.34 = -1.556$)

(ii)

Ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης που μπορεί να επιτευχθεί ισούται με την χωρητικότητα του καναλιού που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι η αμοιβαία πληροφορία για ισοπίθανα σύμβολα εισόδου. Αρκεί λοιπόν να βρούμε

$$I(X;Y)=H(Y)-H(Y/X) \text{ όπου } P(X=0)=P(X=1)=1/2.$$

Επειδή $f=0.2$ ο παραπάνω πίνακας μετάβασης παίρνει την μορφή

$$P = \begin{bmatrix} 0.64 & 0.16 & 0.16 & 0.04 \\ 0.04 & 0.16 & 0.16 & 0.64 \end{bmatrix}$$

Με βάση τα παραπάνω θα πρέπει να υπολογίσουμε τα $H(Y/X)$ και $H(Y)$

$$H(Y/X) = H(Y/X=0) \cdot P(X=0) + H(Y/X=1) \cdot P(X=1) = \frac{1}{2} [H(Y/X=0) + H(Y/X=1)]$$

Αλλά τα $H(Y/X=0) = H(Y/X=1)$ λόγω του ότι οι δύο σειρές του πίνακα είναι ίδιες και άρα $H(Y/X)=H(Y/X=0)$ ή ισοδύναμα $H(Y/X)=H(Y/X=1)$. Άρα αρκεί να υπολογίσουμε μόνο τη μία, π.χ. $H(Y/X=0)$

$$H(Y/X=0) = - \sum_{i \in \{00,01,10,11\}} P(Y=i/X=0) \log(P(Y=i/X=0))$$
$$H(Y/X=0) = -(0.64 \log 0.64 + 0.16 \log 0.16 + 0.16 \log 0.16 + 0.04 \log 0.04)$$
$$H(Y/X=0) = 1.444$$

Άρα

$$H(Y/X) = H(Y/X=0) = 1.444 \text{ bits}$$

Τέλος αρκεί αν υπολογίσουμε την $H(Y)$ η οποία προκύπτει από τη σχέση

$$P_Y(y_j) = \sum_{i=0}^1 P(X=i) [P_{ij}], j \in \{00,01,10,11\}$$

Δηλαδή

$$P(00) = \frac{1}{2} * 0.64 + \frac{1}{2} * 0.04 = 0.34$$

$$P(01) = \frac{1}{2} * 0.16 + \frac{1}{2} * 0.16 = 0.16$$

$$P(10) = \frac{1}{2} * 0.16 + \frac{1}{2} * 0.16 = 0.16$$

$$P(11) = \frac{1}{2} * 0.04 + \frac{1}{2} * 0.64 = 0.34$$

Άρα

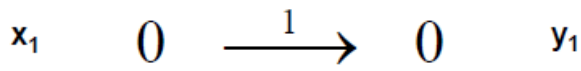
$$H(Y) = -(0.34 \log 0.34 + 0.16 \log 0.16 + 0.16 \log 0.16 + 0.34 \log 0.34)$$

$$H(Y) = 1.904 \text{ bits}$$

Συνεπώς η χωρητικότητα του καναλιού είναι $C = 1.904 - 1.444 = 0.46 \text{ bits}$.

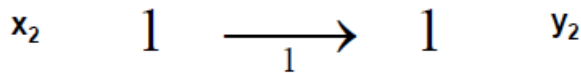
Τυπολόγιο με διάφορες κατηγορίες καναλιών (από τις διαφάνειες της 4^{ης} ΟΣΣ)

Διαδικό κανάλι χωρίς θόρυβο



X, $p_X(x_i)$

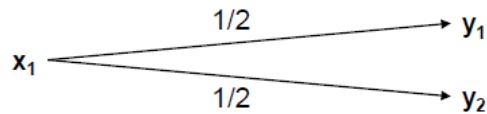
Y, $p_Y(y_j)$



$C(Q) = \max_{P_X} I(X;Y) = 1 \text{ bit}$, Προσοχή: $I(X,Y) = H(X)$

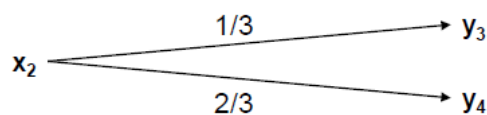
$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)] = [p_X(0) \quad p_X(1)] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ενθόρυβο κανάλι με μη επικαλυπτόμενες εξόδους



X, $p_X(x_i)$

Y, $p_Y(y_j)$

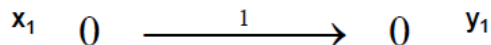


$C(Q) = \max_{P_X} I(X;Y) = 1 \text{ bit}$

$$[p_Y(y_1) \quad p_Y(y_2) \quad p_Y(y_3) \quad p_Y(y_4)] = [p_X(x_1) \quad p_X(x_2)] \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$$

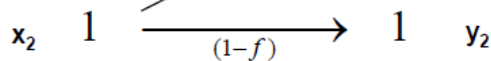
ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ.4/Ε-ΟΣΣ/Ν.Δημητρίου/
31.05.2015

Το κανάλι Z



X, $p_X(x_i)$

Y, $p_Y(y_j)$



Αν θέσουμε $p_X(x_1=0) = 1-\pi$, και $p_X(x_2=1) = \pi$, τότε από τα $p_Y(y_i)$, $i=1,2$ δίνονται από τους τύπους (βλ. διαφάνεια 11) ΤΟΤΕ

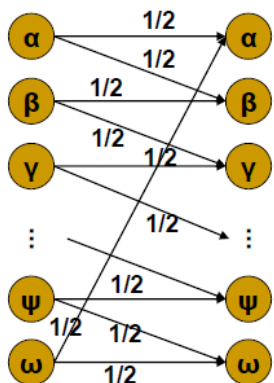
- $H(Y) = H((1-f)\pi)$
- $H(Y/X) = \pi * H(Y/X=1) = \pi * H(f)$

Οπότε $\max I(X;Y) = \max(H(Y) - H(Y/X)) = \max(H((1-f)\pi) - \pi * H(f))$

$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)] = [p_X(0) \quad p_X(1)] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ f & 1-f \end{bmatrix}$$

□ Ενθόρυβη Γραφομηχανή

- {α,β,γ,δ,...,χ,ψ,ω}

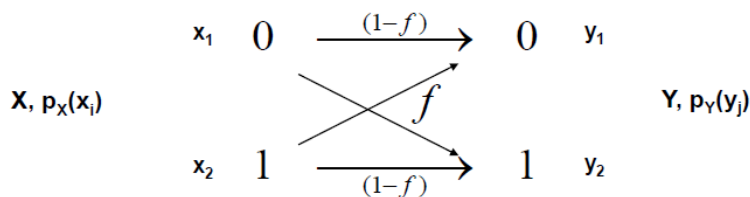


	α	β	γ	δ	ε	...	χ	ψ	ω
α	1/2	1/2	0	0	0	...	0	0	0
β	0	1/2	1/2	0	0	...	0	0	0
γ	0	0	1/2	1/2	0	...	0	0	0
δ	0	0	0	1/2	1/2	...	0	0	0
ε	0	0	0	0	1/2	...	0	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮
χ	0	0	0	0	0	...	1/2	1/2	0
ψ	0	0	0	0	0	...	0	1/2	1/2
ω	1/2	0	0	0	0	...	0	0	1/2

Παρατηρούμε ότι κάθε ένα γράμμα είτε λαμβάνεται σωστά είτε λαμβάνεται το επόμενο του με πιθανότητα 1/2. Με δεδομένο ότι έχουμε 24 διαφορετικά σύμβολα εάν μεταδίδουμε μόνο κάθε δεύτερο σύμβολο δηλ. β,δ,ζ,θ,...,χ,ω, τότε μόνο αυτά τα 12 σύμβολα από τα 24 θα μπορούσαν να μεταδοθούν και στη συνέχεια να αποκωδικοποιηθούν χωρίς σφάλματα. Με άλλα λόγια η χωρητικότητα του καναλιού είναι log₂12 bits. Στο ίδιο συμπέρασμα θα καταλήναμε εάν χρησιμοποιούσαμε τον ορισμό

$$\max_{P_X} I(X;Y) = \max_{P_X} [H(Y) - H(Y/X)] = \max_{P_X} H(Y) - 1 = \log_2 12 - 1 = \log_2 6$$

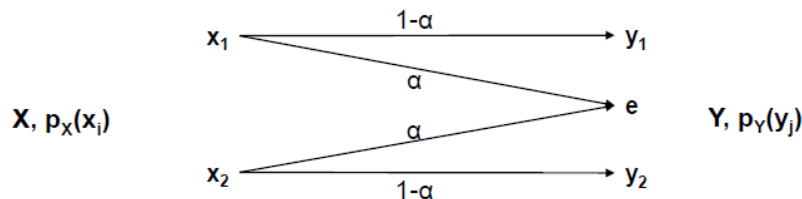
□ Διαδικό συμμετρικό κανάλι



$$\begin{aligned} I(X;Y) &= H(Y) - H(Y/X) \\ &= H(Y) - \sum p(x) H(Y/X=x) \\ &= H(Y) - \sum p(x) H(f) \\ &= H(Y) - H(f) \\ &\leq 1 - H(f) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} p_Y(0) & p_Y(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_X(0) & p_X(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-f & f \\ f & 1-f \end{bmatrix}$$

Διαδικό κανάλι με αποσβέσεις



$$\begin{bmatrix} p_Y(y_1) & p_Y(e) & p_Y(y_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_X(x_1) & p_X(x_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-a & a & 0 \\ 0 & a & 1-a \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \max I(X;Y) &= \max(H(Y) - H(Y/X)) \\ &= \max(H(Y) - H(a)) \\ &= \max H(Y) - H(a) \end{aligned}$$

ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ.4/Ε-ΟΣΣ/Ν.Δημητρίου/
31.05.2015

Θα μπορούσε να είναι max H(Y) = log₃ αλλά αυτή η τιμή δεν είναι εφικτή για καμία τιμή της p_X(x_i), i=1,2. Αν θέσουμε p_X(x₁) = 1-π, και p_X(x₂) = π, τότε από τα p_Y(y_i), i=1,e,2 δίνονται από τους τύπους (βλ. διαφάνεια 10) τότε

$$\max H(Y) = \max H((1-a)\pi, a, (1-a)(1-\pi)) = \max[(1-a)*H(\pi) + H(a)] = (1-a)*\max H(\pi) + H(a)$$

Οπότε προκύπτει ότι

$$\max I(X;Y) = \max H(Y) - H(a) = (1-a)*\max H(\pi) + H(a) - H(a) = 1-a$$

ΘΕΜΑ 5 · ΕΞ 2012B

Δίνονται οι συστηματικοί γραμμικοί κώδικες $C1=\{00000, 10010, 01101, 11111\}$ και $C2=\{000000, 100101, 011010, 111111\}$ και $C3=\{0000000, 1001011, 0110110, 1111101\}$. Ζητούνται τα ακόλουθα:

1. → Ο ρυθμός πληροφορίας του κάθε κώδικα, ¶
2. → Μια βάση σε μορφή ΠΚΔΓ, ¶
3. → Τη διάσταση και την απόσταση καθενός από τους κώδικες $C1$, $C2$ και $C3$. ¶
4. → Ο αριθμός των σφαλμάτων που ανιχνεύει και διορθώνει καθένας από τους κώδικες $C1$, $C2$ και $C3$. ¶
5. → Δείξτε από ένα πρότυπο σφάλματος ελάχιστου βάρους που δεν ανιχνεύει και από ένα πρότυπο σφάλματος ελάχιστου βάρους που δεν διορθώνει σωστά καθένας από τους κώδικες $C1$, $C2$ και $C3$. ¶

Απάντηση¶

1. → Αφού όλοι οι κώδικες έχουν 4 κωδικές λέξεις, δηλαδή τα διαφορετικά μηνύματα είναι 4, αρκούν 2 bits για την παράστασή τους. Επομένως, ο ρυθμός πληροφορίας για τον κώδικα C1 είναι $2/5$, για τον κώδικα C2 είναι $2/6$ και για τον κώδικα C3 είναι $2/7$.¶
2. → Εύκολα μπορούμε να εξάγουμε τις βάσεις των δεδομένων κωδίκων: για τον C1 η βάση είναι $\{10010, 01101\}$, για τον C2 $\{100101, 011010\}$ και για τον C3 $\{1001011, 0110110\}$ ¶
3. → Η διάσταση όλων των κωδίκων είναι 2 και οι αποστάσεις τους 2, 3 και 4, αντίστοιχα διότι είναι οι λέξεις με το ελάχιστο βάρος.¶
4. → Ο κώδικας C1 ανιχνεύει 1 και δεν διορθώνει κανένα σφάλμα, ο κώδικας C2 ανιχνεύει 2 και διορθώνει 1 και C3 ανιχνεύει 3 και διορθώνει 1 σφάλματα.¶
5. → Ο κώδικας C1 δεν ανιχνεύει το πρότυπο σφάλματος '10010' γιατί το βάρος του συμπίπτει με την απόσταση και δεν διορθώνει το πρότυπο σφάλματος '10000' γιατί το βάρος του είναι μικρότερο της απόστασης $d-1/2$. Ομοίως, ο κώδικας C2 δεν ανιχνεύει το πρότυπο σφάλματος '100101' και δεν διορθώνει το πρότυπο σφάλματος '100001', και ο C3 δεν ανιχνεύει το πρότυπο σφάλματος '1001011' και δεν διορθώνει το πρότυπο σφάλματος '1000001'.¶

ΘΕΜΑ 5

Δίδεται ο ακόλουθος Πίνακας Ελέγχου Ισοτιμίας γραμμικού κώδικα C

¶

$$H = \begin{bmatrix} 1 & a_2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ a_1 & 1 & a_3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ¶$$

¶

(α) Να προσδιοριστούν τα a_1, a_2, a_3 δεδομένου ότι μεταδόθηκε και ελήφθη χωρίς σφάλματα στο δέκτη η κωδική λέξη $r = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]$ του C.

¶

(β) Να βρεθεί ο γεννήτορας πίνακας του C.

¶

(γ) Αν παραληφθούν από τον αποκωδικοποιητή οι λέξεις

$$r1 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \text{ και } r2 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1];$$

αποκωδικοποιείστε τις λέξεις βάσει ΑΑΜΠ και προσδιορίστε αν θα ζητηθεί επανεκπομπή.

(Υπόδειξη: Για την απάντηση του ερωτήματος γ) δεν είναι απαραίτητη η δημιουργία όλου του TDA)

(α)·Αν δεν υπεισέλθουν σφάλματα κατά τη μετάδοση, τότε γνωρίζω ότι ισχύει $r \cdot H = 0$ (σελίδα 145). Επομένως θα έχω¶

$$r \cdot H = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & a_2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ a_1 & 1 & a_3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \ 0 \ 0] \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1+a_1+1 & a_2+1+1 & 1+a_3+1 \end{bmatrix} = [0 \ 0 \ 0]$$

$$a_1 = 0$$

Οπότε $a_2 = 0$ ¶

$$a_3 = 0$$

¶
 Οπότε ο τελικός Πίνακας Ισοτιμίας Η είναι¶

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{¶}$$

¶
(β) Ο γεννήτορας πίνακας του C δίνεται από ¶

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} ¶$$

..¶

¶

(γ)· Για να· μπορέσουμε να· απαντήσουμε σε αυτό· το· ερώτημα· αρκεί να· κάνουμε· κάποιες διαπιστώσεις· αναλύοντας· τις τιμές· του· H · Έτσι· θα· αποφύγουμε να· κατασκευάσουμε· όλο· την· TDA · αφού· μας· ενδιαφέρουν· μόνο· εκείνα· τα· σύνδρομα· τα· οποία· αντιστοιχούν· στις· παραληφθείσες· λέξεις· r_1 · και· r_2 · ¶

¶
Έχουμε λοιπόν· ότι· το· σύνδρομο· που· αντιστοιχεί· στη· λέξη· r_1 · είναι· ¶

¶
 $r_1 \cdot H = [0 \cdot 1 \cdot 0]$ · ¶

¶
Άρα· για να· αποφανθούμε· τι· θα· κάνει· ο· ΑΑΜΠ· αποκωδικοποιητής· αρκεί να· βρούμε· πιο· είναι· το· πρότυπο· σφάλματος· ε_1 · και· αν· αυτό· είναι· μοναδικό· Το· γεγονός· ότι· επίσης· ¶

¶
 $\varepsilon_1 \cdot H = [0 \cdot 1 \cdot 0]$ · σημαίνει· ότι· ένα· από· τα· ελαχίστου· βάρους· πρότυπα· σφάλματος· θα· είναι· η· λέξη· που· έχει· μονάδα· στην· αντίστοιχη· θέση· με· αυτή· της· γραμμής· του· H · που· δίνει· το· σύνδρομο· δηλαδή· που· στη· συγκεκριμένη· περίπτωση· συμπίπτει· με· τη· λέξη· r_1 ·,· δηλαδή· έχουμε· ¶

¶
 $r_1 = \varepsilon_1 = [0 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0]$ · ¶

¶
Άρα· πρέπει να· διαπιστώσουμε· αν· αυτό· το· πρότυπο· σφάλματος· είναι· και· το· μοναδικό· Παρατηρούμε· όμως· ότι· η· 3^η· γραμμή· του· H · υπάρχει· και· στη· θέση· 6· που· σημαίνει· ότι· και· η· λέξη· $\varepsilon' = [0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 0]$ · αντιστοιχεί· και· αυτή· στο· ίδιο· σύνδρομο· το· $[0 \cdot 1 \cdot 0]$ · ¶

¶
Από· αυτό· συμπεραίνουμε· ότι· και· οι· δύο· λέξεις· ε_1 · και· ε' ·,· αποτελούν· πρότυπα· σφάλματα· ίδιου· βάρους· για· το· σύνδρομο· $[0 \cdot 1 \cdot 0]$ · και· άρα· στην· περίπτωση· της· r_1 · ο· αποκωδικοποιητής· θα· ζητήσει· επανεκπομπή· ¶

¶

¶

Για την περίπτωση της λέξης $r2 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$ σκεφτόμαστε όπως και στην περίπτωση της $r1$.

Δηλαδή το σύνδρομο της $r2$ είναι ¶

¶

$$r2 \cdot H = [1 \cdot 1 \cdot 1] \cdot ¶$$

¶

Άρα για να αποφανθούμε τι θα κάνει ο ΑΑΜΠ αποκωδικοποιητής αρκεί να βρούμε ποιο είναι το πρότυπο σφάλματος $e2$ και αν αυτό είναι μοναδικό. Το γεγονός ότι το σύνδρομο $[1 \cdot 1 \cdot 1]$ μπορεί να προκύψει από πρόσθεση δύο συνδυασμών γραμμών του H , π.χ. $1^{\text{η}}$ γραμμή και $2^{\text{η}}$ γραμμή, ή $3^{\text{η}}$ και $4^{\text{η}}$, ή $2^{\text{η}}$ και $5^{\text{η}}$, ενώ δεν υπάρχει ως γραμμή στον H αυτό σημαίνει ότι το πρότυπο σφάλματος θα έχει βάρος 2 και οι μονάδες θα βρίσκονται στις αντίστοιχες θέσεις της λέξης με αυτές των γραμμών που το άθροισμά τους δημιουργεί το σύνδρομο. Έτσι τα παρακάτω είναι πρότυπα σφάλματος ίδιου βάρους που έχουν το ίδιο σύνδρομο $[1 \cdot 1 \cdot 1]$. ¶

¶

$$[1 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0], [0 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0] \text{ και } [0 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 0] ¶$$

¶

Άρα και στην περίπτωση $r2$ ο ΑΑΜΠ αποκωδικοποιητής θα ζητήσει επανεκπομπή. ¶

¶

ΘΕΜΑ 3 / ΓΕ5 0809

Δίδεται ο γραμμικός κώδικας ελέγχου ισοτιμίας, C_1 , όπου με $u_1u_2u_3$ συμβολίζεται το προς κωδικοποίηση μήνυμα και με $c_1c_2c_3c_4c_5c_6$ η κάθε κωδική λέξη του γραμμικού κώδικα. Ο κώδικας C_1 ορίζεται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\text{I.1) } c_1 = u_1, \text{ I.4) } c_4 = u_1 \oplus u_2$$

$$\text{I.2) } c_2 = u_2, \text{ I.5) } c_5 = u_1 \oplus u_3$$

$$\text{I.3) } c_3 = u_3, \text{ I.6) } c_6 = u_1 \oplus u_2 \oplus u_3$$

(α) Πόσες είναι οι κωδικές λέξεις του κώδικα; Με τι ισούται ο πλεονασμός r του κώδικα; Με τι ισούται ο ρυθμός πληροφορίας R ;

(β) Είναι ο κώδικας συστηματικός; Είναι γραμμικός; Πόσα σφάλματα μπορεί να ανιχνεύσει; Πόσα σφάλματα μπορεί να διορθώσει;

(γ) Έστω ότι τώρα χρησιμοποιούμε τον κώδικα C_2 , ο οποίος δίνεται από τις εξισώσεις

$$1. \text{ II.1) } c_1 = u_1, \quad \text{II.4) } c_4 = u_1 \oplus u_2 \oplus 1$$

$$2. \text{ II.2) } c_2 = u_2, \quad \text{II.5) } c_5 = u_1 \oplus u_3$$

$$3. \text{ II.3) } c_3 = u_3, \quad \text{II.6) } c_6 = u_1 \oplus u_2 \oplus u_3 \oplus 1$$

ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ.4/Ε-ΟΣΣ/Ν.Δημητρίου/
31.05.2015

Είναι ο κώδικας γραμμικός; Είναι συστηματικός; Πόσα σφάλματα μπορεί να ανιχνεύσει; Πόσα σφάλματα μπορεί να διορθώσει;

(δ) Δείξτε ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε σύνδρομο για να κάνουμε διόρθωση σφαλμάτων στο δέκτη όταν χρησιμοποιείται ο κώδικας C_2 , πιθανώς με κάποιες τροποποιήσεις/προσθήκες στον αλγόριθμο αποκωδικοποίησης. Δώστε τις αντιστοιχίες συνδρόμων-προτύπων σφάλματος που διορθώνει ο κώδικας και περιγράψτε πώς πρέπει να γίνει η αποκωδικοποίηση (δώστε δηλαδή τα βήματα του αλγορίθμου αποκωδικοποίησης).

Θετα 3 / ΓΕΣ / 0809

$$\left. \begin{array}{l} C_1 = u_1 \\ C_2 = u_2 \\ C_3 = u_3 \end{array} \right\} \text{data bits}$$

$$\left. \begin{array}{l} C_4 = u_1 \oplus u_2 \\ C_5 = u_1 \oplus u_3 \\ C_6 = u_1 \oplus u_2 \oplus u_3 \end{array} \right\} \text{parity bits}$$

$$r = 3$$

6 bits / κωδικοποίηση

α) παράγονται με δυαδικά αναπτόχρα του u_1, u_2, u_3 (3 bits)
 $\Rightarrow 2^3$ δυνατοί συνδυασμοί $\Rightarrow 2^3$ κωδικοποιήσεις

$$\text{Ρυθμός πληροφορίας} = \frac{\text{data bits}}{\text{codeword bits}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

β) Κώδικας συστηατικός

$$\underbrace{C_1 C_2 C_3}_{\text{data bits}} C_4 C_5 C_6$$

* Δεν χρειάζεται να

βρεθεί ο γεννητικός πίνακας

σε τυπική μορφή

(με παρατήρηση σε ΠΚΔΓ μορφή του πίνακα των κωδικοποιήσεων)

$$G = [I \mid M]$$

* Κώδικας γραμμικός διότι περιέχει τη μηδενική λέξη
(για $u_1 = u_2 = u_3 = 0$) *

* Δεν χρειάζεται υπολογισμός των κωδικοτήσεων και
έλεγχος της συνθήκης $\forall x, y \in \mathbb{C}, x+y \in \mathbb{C}$

Αριθμός σφαιρών που διαρθώνεται ο κώδικας.

Χρειάζεται υπολογισμός απόστασης d .

α' τρόπος: Υπολογισμός όλων των κωδικοτήσεων και εύρεση
αυτής με το ελάχιστο βάρος (χρονοβόρος)

β' τρόπος: Κατασκευή γεννήτορα πίνακα.

* Σημείωση: Στην περίπτωση της άσκησης αρκεί να δείξετε ότι
ο κώδικας περιέχει το μηδενικό στοιχείο. Επειδή τα ψηφία ισοτιμίας δίνονται
με δέσμες και των ψηφίων δεφορέων, σε κάθε περίπτωση ισχύει ότι $\forall x, y \in \mathbb{C}, x+y \in \mathbb{C}$

Κώδικας $(n, k, d) = (6, 3, d)$ $G = [I_3 | M]$

$G = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & & & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Κωδικοποιήσεις
 βάσης
 κώδικα

$c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5 \quad c_6$

\rightarrow βάρος = 4
 \rightarrow βάρος = 3
 \rightarrow βάρος = 3

Δεί υπάρχουν δύο μέλη της βάσης με κοινό τμήμα πλεονασμού ώστε από την πρόσθεσή τους να προκύψει λέξη βάρος 2, άρα $d = 3$.

Ικανότητα ανίχνευσης $d - 1 = 2$ σφαλμάτων ανά λέξη
 - " - διόρθωσης $\frac{d-1}{2} = 1$ σφάλματος - " -

γ) C_2 .

$$\text{data} \left\{ \begin{array}{l} C_1 = u_1 \\ C_2 = u_2 \\ C_3 = u_3 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} C_4 = u_1 \oplus u_2 \oplus 1 \\ C_5 = u_1 \oplus u_3 \\ C_6 = u_1 \oplus u_2 \oplus u_3 \oplus 1 \end{array} \right\} \text{parity}$$

Δεν μπορεί να προκύψει η μηδενική λέξη \Rightarrow μη γραμμικός
Είναι συστημatically

Παρατήρηση $C_2 = C_1 + 000101$

ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ.4/Ε-ΟΣΣ/Ν.Δημητρίου/
31.05.2015

ο C_2 είναι συσφάδα του C_1

άρα $\left\{ \begin{array}{l} \text{έχει την ίδια απόσταση} \\ \text{διορθώνει/ανιχνεύει} \\ \text{ίδιο αριθμό} \\ \text{σφαλμάτων} \end{array} \right\}$ με τον C_1

Τρόπος αποκωδικοποίησης:

• Δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε απευθείας $T \Delta A$

• Για απευθείας κωδική λέξη r υπολογίζουμε την

$r' = r + 000101$. Αποκωδικοποιούμε με $T \Delta A$ του C_1 την r'

και βρίσκουμε το πρότυπο σφάλματος $e \Rightarrow$ σωστή λέξη $r_0 = r + e$

Δίκτυα Η/Υ

Θ5/ΓΕ5/2015

(β) Σε ένα κανάλι γίνεται μετάδοση πλαισίων σταθερού μεγέθους 1024 bytes με ρυθμό μετάδοσης δεδομένων 4 Mbps, χρησιμοποιώντας το πρωτόκολλο οπισθοδρόμησης κατά Ν με μέγεθος παραθύρου $W = 6$. Τα πλαίσια δεδομένων δεν έχουν επιβαρύνσεις και το μέγεθος των πλαισίων επιβεβαίωσης θεωρείται αμελητέο. Θεωρούμε ότι στο κανάλι δεν υπάρχουν σφάλματα μετάδοσης. Αν ο χρόνος διάδοσης ενός αρχείου 435928 bytes είναι 1,565 sec και η καθυστέρηση διάδοσης είναι 2 μs/km να βρείτε την απόσταση d μεταξύ των κόμβων εκπομπής και λήψης. (Αν το μέγεθος ενός αρχείου προς μετάδοση δεν αποτελεί ακέραιο πολλαπλάσιο των 1024 bytes, τότε το υπόλοιπο συμπληρώνεται (bit-stuffing))α

Αρχικά, θα υπολογίσουμε το throughput ως το αποτέλεσμα του λόγου των συνολικών bits που αποστέλλονται (δηλαδή μετά το bit stuffing) διά του χρόνου και μετά θα κινηθούμε ανάποδα μέχρι να βρούμε τη συνολική καθυστέρηση διάδοσης PROP, ώστε διαιρώντας τη με την δεδομένη καθυστέρηση ανά χιλιόμετρο, να βρούμε τη συνολική απόσταση. ¶

¶

$$R = 4Mbps = 4000000bps = 4 \cdot 10^6 \text{ bps}, L_{packet} = 1024bytes = 8192bits, ACK = 0 \text{ bits}$$

$$T = S, h = 0bits, TRANSP(AB) = \frac{L}{R} = \frac{8192}{4 \cdot 10^6} = 0,002048s$$

$$F = L_{total} = 435928bytes = 3487424bits, M = \frac{F}{L_{packet}} = \frac{3487424}{8192} = 425,710 \rightarrow 426 \text{ packets} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 426 \cdot 8192 = 3489792bits \Rightarrow Throughput = \frac{3489792bits}{1,565 \text{ sec}} = 2229899bps$$

$$Throughput = \eta_{GEN} \cdot R \Rightarrow \eta_{GEN} = \frac{Throughput}{R} = \frac{2229899bps}{4000000bps} = 0,5574$$

$$\eta_{GEN} = \frac{W \cdot TRANSP}{S} \Rightarrow S = \frac{W \cdot TRANSP}{\eta_{GEN}} = \frac{6 \cdot 0,002048s}{0,5574} = 0,02204$$

$$S = RTT = TRANSP(AB) + 2PROP \Rightarrow \frac{S - TRANSP(AB)}{2} = PROP \Rightarrow \frac{0,02204s - 0,002048s}{2} = PROP \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PROP = 0,009996s = 9996\mu\text{sec}$$

$$D = \frac{PROP}{delay} = \frac{9996\mu\text{sec}}{2\mu\text{sec/km}} = 4998km$$

Στόχος της άσκησης είναι η εξοικείωση με τα βασικά πρωτόκολλα επανεκπομπής.

Σχετικές ασκήσεις: ΓΕ0910/05, ΓΕ3/1011/04, ΓΕ3/1112/03, ΓΕ3/1112/04, ΓΕ3/1213/02, ΓΕ3/1213/03.

Μία ζεύξη επικοινωνίας παρέχει 1 Mbps για την επικοινωνία της Γης με τη σελήνη. Η ζεύξη αυτή χρησιμοποιείται για να την αποστολή έγχρωμων εικόνων από τη σελήνη. Κάθε εικόνα περιέχει 16.000 x 16.000 pixels και 12 bits χρησιμοποιούνται για καθένα από τα συστατικά τριών χρωμάτων (R, G, B) του κάθε pixel ανα συστατικό χρώματος.

α) Να υπολογισθεί ο ρυθμός μετάδοσης εικόνων ανά δευτερόλεπτο μέσω της ζεύξης.

β) Αν κάθε εικόνα μεταδίδεται ως ένα ενιαίο κομμάτι, πόσος χρόνος χρειάζεται μέχρι να ληφθεί μία επιβεβαίωση από τη Γη; Θεωρείστε ότι ο χρόνος επιβεβαίωσης (TRANSA) είναι πολύ μικρότερος από το χρόνο μετάδοσης (TRANSP). Η απόσταση γης-σελήνης είναι 375000 km και η ταχύτητα διάδοσης ενός σήματος είναι 3×10^8 m/sec.

γ) Να υποθέσετε ότι για την ανωτέρω μετάδοση οι εικόνες υποδιαιρούνται σε πακέτα δεδομένων μεγέθους 5000 bytes και σε κάθε πακέτο προστίθενται 20 bytes επικεφαλίδας. Να υπολογίσετε το βέλτιστο μέγεθος παραθύρου που μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην περίπτωση εφαρμογής πρωτοκόλλων επανεκπομπής Go-Back-N και Selective Repeat υποθέτοντας μηδενικό ρυθμό εσφαλμένων πακέτων και επιβεβαιώσεις μεγέθους 20 bytes (συμπεριλαμβάνεται στο μέγεθος αυτό η επικεφαλίδα). Στη συνέχεια, για το μέγεθος παραθύρου που βρήκατε να υποθέσετε ότι ο ρυθμός σφάλματος bit (Bit Error Rate) είναι ίσος με 3×10^{-8} και να υπολογίσετε την απόδοση των 2 πρωτοκόλλων επανεκπομπής Go-Back-N και Selective Repeat υποθέτοντας και για τα δύο πρωτόκολλα ότι ο χρόνος προθεσμίας T να είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ' επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% απουσία σφαλμάτων μεταφοράς.

A) Ο ρυθμός μετάδοσης των εικόνων ανά δευτερόλεπτο είναι: ¶

¶

$$\frac{1 \times 10^6 \frac{\text{bits}}{\text{sec}}}{16000^2 \times 12 \times 3 \frac{\text{bits}}{\text{image}}} = 1.085 \times 10^{-4} \text{ image/sec} ¶$$

¶

B) Ο συνολικός χρόνος για τη λήψη μίας επιβεβαίωσης από τη Γη, θεωρώντας ότι $TRANSA \ll TRANSP$ είναι: ¶

$$\begin{aligned} t_0 = TRANSP + 2 * PROP & \approx \frac{\left(16000^2 \times 12 \times 3 \frac{\text{bits}}{\text{image}}\right)}{1 \times 10^6 \frac{\text{bits}}{\text{sec}}} + 2 \frac{375000 \times 10^3 \text{m}}{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}} ¶ \\ & = 9216 + 2 \times 1.25 = 9218.5 \text{ sec/image} ¶ \end{aligned}$$

Σημειώστε ότι αν κάθε εικόνα μεταδίδεται σε ένα ενιαίο κομμάτι, η καθυστέρηση διάδοσης $PROP$ είναι ασήμαντη σε σύγκριση με την καθυστέρηση μετάδοσης $TRANSP$. ¶

Γ) Γνωρίζουμε ότι προκειμένου να βελτιστοποιήσουμε την αποδοτικότητα, η W θα έπρεπε να επιλεγεί έτσι ώστε, χωρίς σφάλμα, τα πακέτα να μεταδίδονται συνέχεια. ¶

¶

Και για τα 2 πρωτόκολλα επανεκπομπής η απόδοση απουσία σφαλμάτων είναι ¶

¶

$$n = W \frac{TRANSP}{TRANSP + 2PROP + TRANSA} ¶$$

Θέτοντας ↵

$$n = 100\% ¶$$

και αντικαθιστώντας ¶

$$TRANSP = \frac{(5000+20)8}{10^6} = 0.04016sec ¶$$

$$TRANSA = \frac{(20)8}{10^6} = 0.00016sec ¶$$

$$2PROP = 2.5sec ¶$$

λαμβάνουμε W=64 ¶

Με βάση την τιμή αυτή του παραθύρου υπολογίζουμε τις αποδόσεις των πρωτοκόλλων υποθέτοντας πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης πακέτου δεδομένων και λήψης επιβεβαίωσης την εξής: ¶

↵

$$p = p_{succ,data} \cdot p_{succ,ack} = (1 - 3 \cdot 10^{-8})^{(5000+20)8} \cdot (1 - 3 \cdot 10^{-8})^{(20)8} = 0,9987911 ¶$$

Για να υπολογίσουμε την αποδοτικότητα της μετάδοσης, μπορούμε τώρα να χρησιμοποιήσουμε τους τύπους της σελ.124 του τόμου Γ.¶

$$n_{GBN} = \frac{1}{1+W\frac{1-p}{p}}=0,9281¶$$

$$n_{SRP} = \frac{2+(1-p)(W-1)}{2+(1-p)(3W-1)}=0,9306¶$$

¶

Πρωτόκολλα Επανεκπομπής

ABP

Όταν PER=0

$$n_{ABP} = \frac{TRANSP}{RTT}$$

Όταν PER>0

$$n_{ABP} = \frac{TRANSP}{RTT + T \frac{1-p}{p}}$$

GBN

Όταν PER=0

$$n_{GBN} = \min \left\{ 1, W \frac{TRANSP}{RTT} \right\}$$

Όταν PER>0

$$n_{GBN} = \frac{TRANSP}{TRANSP + T \frac{1-p}{p}}$$

Όταν PER>0

και $T=W \times TRANSP$

$$n_{GBN} = \frac{1}{1 + W \frac{1-p}{p}}$$

$p = \text{Prob}(\text{succ.data packet Tx AND succ. ACK Rx})$

SRP

Όταν PER=0

$$n_{SRP} = \min \left\{ 1, W \frac{TRANSP}{RTT} \right\}$$

Όταν PER>0

και $T=W \times TRANSP$

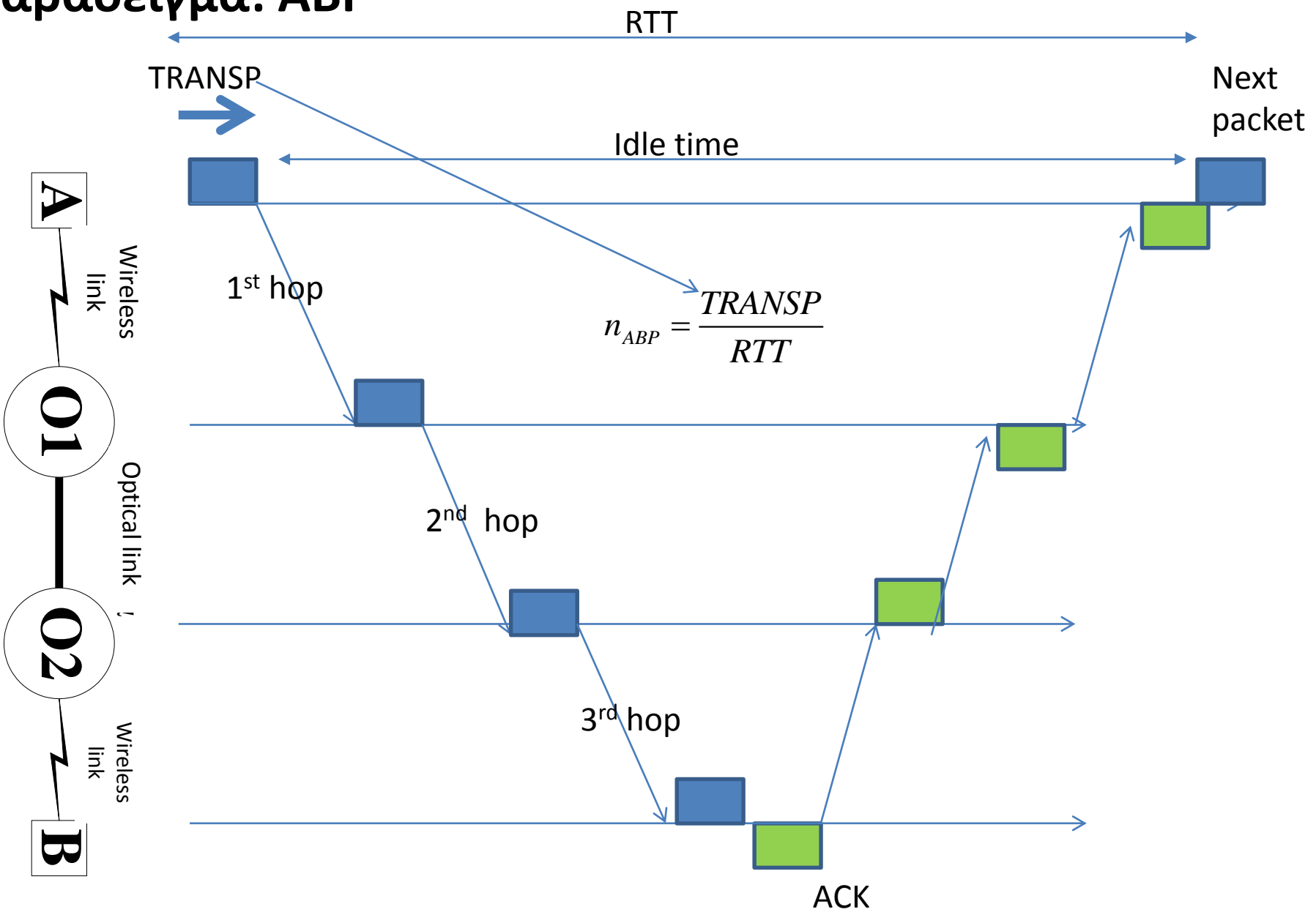
$$n_{SRP} \approx \frac{2 + (1-p)(W-1)}{2 + (1-p)(3W-1)}$$

και $(1-p)W \leq 10\%$

ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ.4/Ε-ΟΣΣ/Ν.Δημητρίου/
31.05.2015

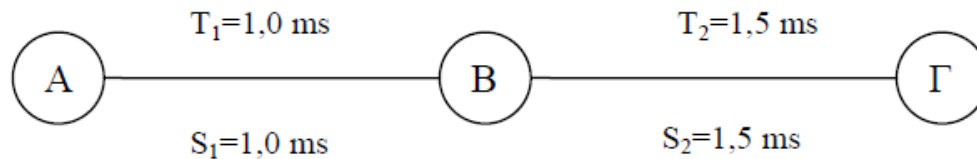
- Σημείωση: Όταν έχουμε διαδοχικούς συνδέσμους μεταξύ αποστολέα και παραλήπτη, στον αριθμητή της έκφρασης που δίνει την απόδοση του πρωτοκόλλου λαμβάνουμε υπόψη μόνο το χρόνο μετάδοσης πακέτου/πακέτων στον πρώτο σύνδεσμο.

Παράδειγμα: ABP



ΕΞ2007Α/Θ6

ΘΕΜΑ 6 - Έστω σταθμός A που επικοινωνεί με σταθμό Γ μέσω ενός σταθμού B και δύο συνδέσμων (σύνδεσμος 1 μεταξύ AB, και σύνδεσμος 2 μεταξύ BΓ). Οι χρόνοι μετάδοσης πλαισίου είναι ίδιοι σε κάθε σύνδεσμο ($TRANSP1 = TRANSP2 = 10^{-4}$ s), ενώ οι χρόνοι μετάβασης με επιστροφή (S) και προθεσμίας (T) είναι αντίστοιχα $S_1=T_1=1,0\text{ms}$ και $S_2=T_2=1,5\text{ms}$.



Η πιθανότητα σφάλματος πακέτου μονόδρομης μετάδοσης είναι: στον 1ο σύνδεσμο $p_{err1} = 10^{-2}$, και στον 2ο σύνδεσμο $p_{err2} = 2 \times 10^{-2}$. Πρέπει να επιλέξετε μεταξύ δύο σεναρίων:

- 1) ένα πρωτόκολλο επανεκπομπής ABP υλοποιείται μεταξύ των σταθμών A και Γ (end-to-end), ενώ ο B είναι απλός αναμεταδότης (στην περίπτωση αυτή ο χρόνος προθεσμίας ισούται με το άθροισμα των επιμέρους χρόνων προθεσμίας κάθε συνδέσμου).
- 2) ξεχωριστά πρωτόκολλα επανεκπομπής ABP υλοποιούνται μεταξύ των σταθμών A,B και των σταθμών B,Γ.

Ποιο σενάριο έχει τη μεγαλύτερη απόδοση;

Για τον προσδιορισμό της επίδοσης του κάθε σεναρίου θα υπολογίσουμε την Αντίστοιχη ρυθμαπόδοση που πετυχαίνει.

Γενικά η ρυθμαπόδοση ισούται με

$$\textit{Throughput} = \textit{Efficiency} \times \textit{Link_Bit_Rate}$$

Αν έχουμε πολλαπλούς συνδέσμους με ξεχωριστά πρωτόκολλα επανεκπομπής
Η συνολική ρυθμαπόδοση ισούται με:

$$\begin{aligned} \textit{Throughput} &= \min_{i=1,\dots,N} \{ \textit{Throughput}_i \} = \\ &= \min_{i=1,\dots,N} \{ \textit{Efficiency}_i \times \textit{Link_Bit_Rate}_i \} \end{aligned}$$

Αν έχουμε πολλαπλούς συνδέσμους με ένα ενιαίο πρωτόκολλο επανεκπομπής end-end
Η ρυθμαπόδοση θα ισούται με:

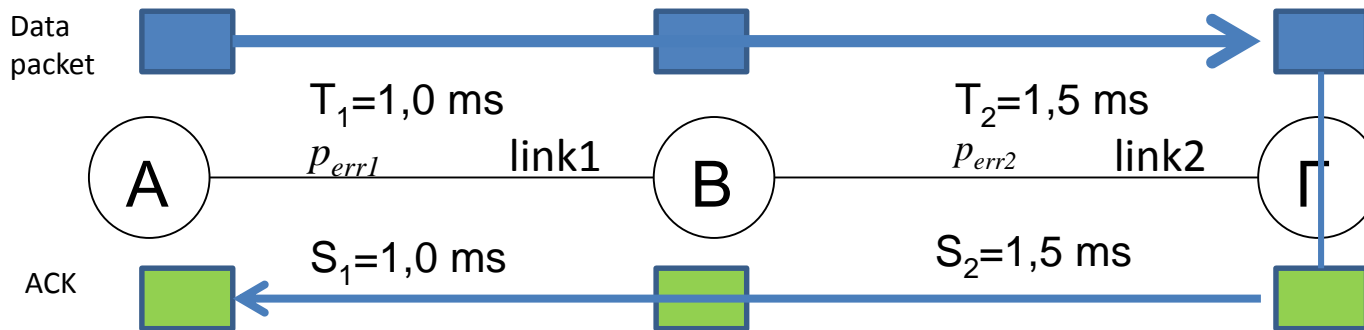
$$\begin{aligned} \textit{Throughput} &= \min_{i=1,\dots,N} \{ \textit{Throughput}_i \} = \\ &= \min_{i=1,\dots,N} \{ \textit{Efficiency} \times \textit{Link_Bit_Rate}_i \} = \\ &= \textit{Efficiency} \times \min_{i=1,\dots,N} \{ \textit{Link_Bit_Rate}_i \} \end{aligned}$$

Απόδοση ABP (με Packet Error Rate>0)

$$\eta_{ABP} = \frac{TRANSP}{S + \frac{(1 - p_{success})}{p_{success}} T}$$

1^ο σενάριο

ABP μεταξύ A and Γ (end-end) . Ο B θεωρείται ως απλός αναμεταδότης (ο χρόνος προθεσμίας δίνεται ότι ισούται με T_1+T_2).



Χρειάζεται υπολογισμός της πιθανότητας επιτυχούς αποστολής πακέτου και λήψης επιβεβαίωσης 'end-end'

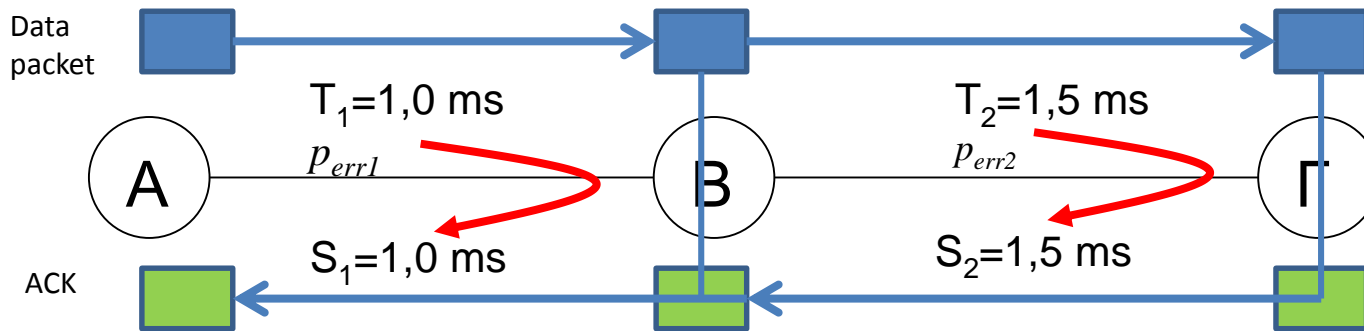
$$\begin{aligned} p_{12} &= P(\text{success, data_packet_in_link_1}) \times P(\text{success, data_packet_in_link_2}) \times \\ &\times P(\text{success, ACK_in_link_2}) \times P(\text{success, ACK_in_link_1}) = \\ &= (1 - p_{err1}) \times (1 - p_{err2}) \times (1 - p_{err2}) \times (1 - p_{err1}) = 0,94128804 \end{aligned}$$

1^ο σενάριο

$$\eta_{ABP1} = \frac{TRANSP}{S_{12} + \frac{(1-p_{12})}{p_{12}} T_{12}} = \frac{p_{12} TRANSP}{S_1 + S_2} = \frac{0,94128804 \cdot 10^{-4}}{2,5 \cdot 10^{-3}} = 3,76\%$$

2^ο σενάριο

Ξεχωριστές ABP μεταξύ A-B and B-Γ



Χρειάζεται υπολογισμός της πιθανότητας επιτυχούς αποστολής πακέτου και λήψης επιβεβαίωσης σε καθένα από τους 2 'βρόχους' ABP

$$p_1 = P(\text{success, data_packet_in_link_1}) \times P(\text{success, ACK_in_link_1}) = \\ = (1 - p_{err1}) \times (1 - p_{err1}) = 0.9801$$

$$p_2 = P(\text{success, data_packet_in_link_2}) \times P(\text{success, ACK_in_link_2}) = \\ = (1 - p_{err2}) \times (1 - p_{err2}) = 0,9604$$

2^ο σενάριο

$$\eta_{ABP2.1} = \frac{TRANSP}{S_1 + \frac{(1-p_1)}{p_1}T_1} = \frac{p_1TRANSP}{S_1} = 9.8\%$$

$$\eta_{ABP2.2} = \frac{TRANSP}{S_2 + \frac{(1-p_2)}{p_2}T_2} = \frac{p_2TRANSP}{S_2} = 9.6\%$$

Εφόσον ο ρυθμός μετάδοσης και στα δύο links είναι ο ίδιος, η απόδοση του συστήματος θα εξαρτάται από το link με τη μικρότερη επιμέρους απόδοση (bottleneck), που είναι το link 2.

Με βάση τα αποτελέσματα, το 2^ο σενάριο θα είναι πιο αποδοτικό, διότι έχει απόδοση 9.6%, σε σχέση με το 1^ο σενάριο που έχει απόδοση 3.76%

Προσοχή! Κανονικά πρέπει να **συγκρίνουμε ρυθμαποδόσεις**, αλλά -για τη συγκεκριμένη περίπτωση- αφού έχουμε τον ίδιο ρυθμό μετάδοσης σε όλα τα links και τα σενάρια, αρκούν οι αντίστοιχες αποδόσεις

ΘΕΜΑ 3

ΕΞ 2010B

Ένας μηχανικός δικτύου θέλει να δημιουργήσει μία ζεύξη μεταξύ 2 σημείων με οπτική ίνα στην οποία θα γίνεται χρήση του πρωτοκόλλου GBN. Έχει παρατηρηθεί ότι σε ζεύξεις με οπτική ίνα ο ρυθμός εσφαλμένων πακέτων (Packet Error Rate, PER) σε κάθε κατεύθυνση της ζεύξης είναι σταθερός και ίσος με 0,001 και είναι ανεξάρτητος της απόστασης μεταξύ των κόμβων και του μεγέθους των πακέτων. Εάν θεωρήσουμε ότι για το πρωτόκολλο επανεκπομπής ο χρόνος προθεσμίας T να είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ' επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% απουσία σφαλμάτων μεταφοράς, να βρεθούν:

(α) Η μέγιστη δυνατή ακέραια τιμή του παραθύρου W του πρωτοκόλλου GBN έτσι ώστε η απόδοση στην οπτική ζεύξη να μην πέσει κάτω από το 95%.

(β) Το μήκος L της οπτικής ίνας που συνδέει τα δύο σημεία αν είναι γνωστά ότι: i) $TRANSP=TRANSR=10^{-6}$ sec, ii) το μέγεθος παραθύρου $W=52$ δίνει απόδοση 100% του πρωτοκόλλου GBN απουσία λαθών και iii) η ταχύτητα διάδοσης φωτός σε οπτική ίνα είναι $C=200000$ km/sec

(α) Γνωρίζουμε ότι η απόδοση του πρωτοκόλλου GBN δίνεται από τον τύπο και η οποία πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση του 95%

$$\eta_{GBN}(p) = \frac{1}{1 + \frac{S}{TRANSP} \frac{1-p}{p}} \geq 0.95$$

Επειδή το $T=S$ και με δεδομένο ότι $W=S/TRANSP$ αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση έχουμε

$$\eta_{GBN}(p) = \frac{1}{1 + W \frac{1-p}{p}} \geq 0.95$$

Λύνοντας ως προς W έχουμε ότι

$$W \leq \frac{p}{1-p} \left(\frac{1}{0.95} - 1 \right)$$

Αντικαθιστώντας στη παραπάνω εξίσωση τις τιμές για $p=(1-PER)(1-PER)=0,998$ βρίσκουμε ότι τα παράθυρο πρέπει να είναι

$$W \leq 26,26$$

Αρα η μέγιστη ακέραια τιμή του παραθύρου πρέπει να είναι $W=26$ για να μην πέσει η απόδοση του πρωτοκόλλου κάτω από 95%

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + \frac{1-p}{p} W} \geq 0.95 &\Leftrightarrow \frac{1}{0.95} \geq 1 + \frac{1-p}{p} W \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{0.95} - 1 \geq \frac{1-p}{p} W \Leftrightarrow W \leq \frac{p}{1-p} \left(\frac{1}{0.95} - 1 \right) \end{aligned}$$

β) Γνωρίζουμε ότι στην περίπτωση απόδοσης 100% του πρωτοκόλλου GBN απουσία λαθών ισχύει

$$\frac{W \times TRANSP}{S} = 1 \Leftrightarrow W \times TRANSP = S = TRANSP + TRANSA + 2PROP$$

Με δεδομένο ότι $PROP=L/C$ και $TRANSP=TRANSA=10^{-6}$ έχουμε ότι

$$W \times TRANSP = 2TRANSP + 2\frac{L}{C} \Rightarrow$$

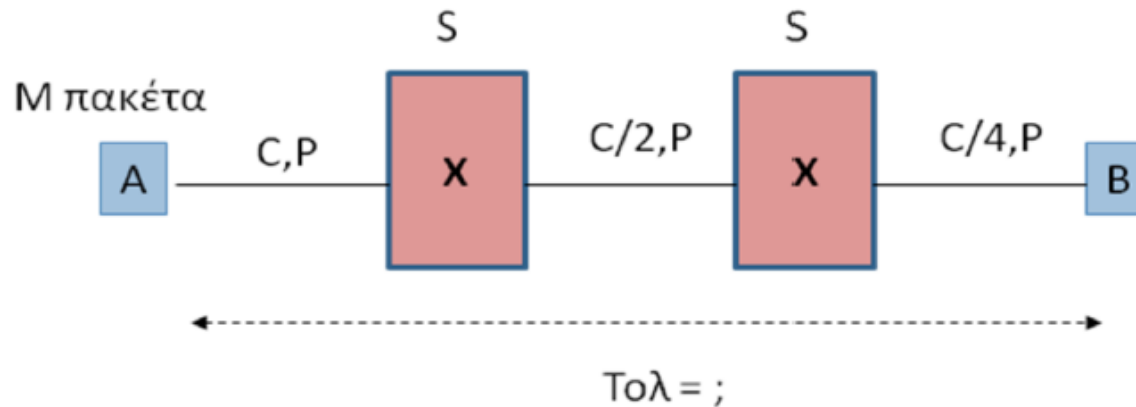
$$(W - 2) TRANSP = 2\frac{L}{C} \Rightarrow$$

$$L = C(W - 2)\frac{TRANSP}{2}$$

Αρα αντικαθιστώντας τις τιμές των $TRANSP=10^{-6}$ sec, $W=52$ και $C=200000$ Km/sec βρίσκουμε ότι η απόσταση L της οπτικής ζεύξης είναι 5000 μέτρα

ΘΕΜΑ 5

Θεωρείστε την απλή τοπολογία του παρακάτω σχήματος.



Έστω ότι ένας κόμβος A έχει έτοιμα προς αποστολή να στείλει στον κόμβο B, M πακέτα μήκους L bits. Η μετάδοση μεταξύ των δύο κόμβων γίνεται μέσω τριών ζευξεων (links) και δύο μεταγωγών (switches). Η 1^η ζεύξη χαρακτηρίζεται από ρυθμό μετάδοσης (διαμετακομιστική ικανότητα, throughput) C bps, ο πρώτος μεταγωγός από χρόνο εξυπηρέτησης πακέτου (service time) ίσο με S sec, η 2^η ζεύξη από ρυθμό μετάδοσης $C/2$ bps, ο δεύτερος μεταγωγός από χρόνο εξυπηρέτησης S sec, και η 3^η ζεύξη από ρυθμό μετάδοσης $C/4$ bps. Ο χρόνος διάδοσης (propagation time) σε κάθε μία από τις τρεις ζεύξεις είναι ίσος με P sec.

Υποθέτουμε ότι ο χρόνος επεξεργασίας (service time) στους κόμβους A και B είναι αμελητέος. Ζητούνται:

α) Η καθυστέρηση (ή χρόνος, latency ή delay ή system time) T_1 της μεταφοράς του πρώτου πακέτου από τον κόμβο A στον κόμβο B.

β) Η συνολική καθυστέρηση $T_{ολ}$ της μεταφοράς των M πακέτων από τον κόμβο A στον κόμβο B.

A. Το πρώτο πακέτο χρειάζεται χρόνο

$$T1 = L/C + P + S + 2L/C + P + S + 4L/C + P = 7L/C + 3P + 2S$$

B.

Πρώτος Τρόπος Επίλυσης

Καθώς ο κάθε ρυθμός ζεύξης που ακολουθεί είναι μικρότερος του προηγούμενου, στους μεταγωγείς θα αποθηκεύονται πακέτα.

Έτσι, όταν θα ολοκληρώνεται η αποστολή του πρώτου πακέτου από τον δεύτερο μεταγωγέα στον Β, θα υπάρχει ήδη έτοιμο προς αποστολή το δεύτερο πακέτο από τον δεύτερο μεταγωγέα. Η καθυστέρηση που προσθέτει το δεύτερο πακέτο είναι:

$$T_2 = 4L/C + P+S$$

Με την ίδια λογική τα (M-1) πακέτα προσθέτουν καθυστέρηση ίση με:

$$T_{M-1} = (M-1)(4L/C+P+S)$$

Συνεπώς η ζητούμενη καθυστέρηση είναι ίση με

$$T_{ολ} = T_1 + T_{M-1} = 7L/C + 3P + 2S + (M-1)(4L/C+P+S) = M(4L/C+P+S) + 3L/C + 2P + S$$

Δεύτερος τρόπος Επίλυσης

Ο συνολικός χρόνος ισούται με το χρόνο που απαιτείται για την μετάδοση των M πακέτων από την πιο αργή ζεύξη (C/4): $M(4L/C+P+S)$

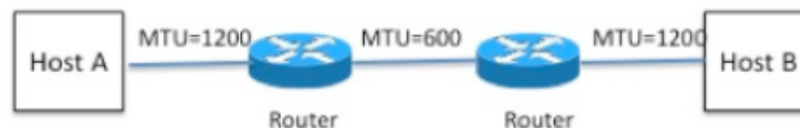
Συν το χρόνο για την μετάδοση ενός πακέτου από τις υπόλοιπες ζεύξεις: [Πρώτη Ζεύξη]: $L/C + P+S$,

Δεύτερη Ζεύξη: $2L/C+P$

Συνολικός χρόνος: $M(4L/C+P+S) + L/C + P+S + 2L/C+P = M(4L/C+P) + 3L/C + 2P + S$

ΘΕΜΑ 6

1. Δίνεται η διεύθυνση δικτύου 145.128.0.0/25 (όπου /25 ο συνολικός αριθμός των bits που χρησιμοποιούνται για το δίκτυο). Ζητούνται τα ακόλουθα: η Κλάση Διεύθυνσης, Default Mask, η Custom Subnet Mask, ο συνολικός Αριθμός subnets που μπορούν να ορισθούν με βάση την Custom Subnet Mask, ο συνολικός Αριθμός των host Διευθύνσεων ανα subnet, ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων Διευθύνσεων και ο αριθμός των bits που έχουν δανειστεί για το subnetting.
2. Να θεωρήσετε 12 σταθμούς που είναι συνδεδεμένοι σε ένα δίκτυο Ethernet 10 Mbps. Να θεωρήσετε ότι κάθε ένας κόμβος μεταδίδει πλαίσια προς ένα συγκεκριμένο σταθμό με ρυθμό 10 Mbps. Ποιά είναι η μέγιστη (ρυθμο)απόδοση όταν:
 - Κάθε σταθμός είναι συνδεδεμένος σε ένα hub
 - Κάθε σταθμός με μία half-duplex σύνδεση συνδέεται σε Ethernet switch
 - Κάθε σταθμός με μία full-duplex σύνδεση συνδέεται σε Ethernet switch
3. Να θεωρήσετε τους hosts A, B που συνδέονται σε ένα router ο κάθε ένας με MTU=1200 bytes. Η επικοινωνία μεταξύ των A-B γίνεται δια μέσω μιας point-to-point ζεύξης με MTU=600 bytes, όπως φαίνεται και στο σχήμα που ακολουθεί. Η εφαρμογή στο Host A δημιουργεί 2000 bytes τα οποία λαμβάνει από το επίπεδο TCP. Να υπολογίσετε το πλήθος και το μέγεθος των πακέτων που στέλνονται προς το Host B. Να θεωρήσετε ότι το reassembly των fragmented πακέτων γίνεται στο Host B (Μέγεθος TCP Επικεφαλίδας: 20 bytes, IP Επικεφαλίδας: 20 bytes).



1. Λύση Ερωτήματος 1

Καθώς οι περιοχές των διευθύνσεων από 128.0.0.0 ως 191.255.255.255 ανήκει στην κλάση B, η διεύθυνση δικτύου 145.128.0.0 ανήκει στην κλάση B. Η default subnet mask είναι 255.255.0.0 και η Custom Subnet Mask: 255.255.255.128. Ο συνολικός αριθμός των subnets είναι $2^9=512$, ο συνολικός αριθμός των χρησιμοποιούμενων διευθύνσεων είναι $128-2=126$ hosts, ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων διευθύνσεων ανα subnet είναι $2^7=128$, No of Bits που δανείστηκε για το subnetting 9

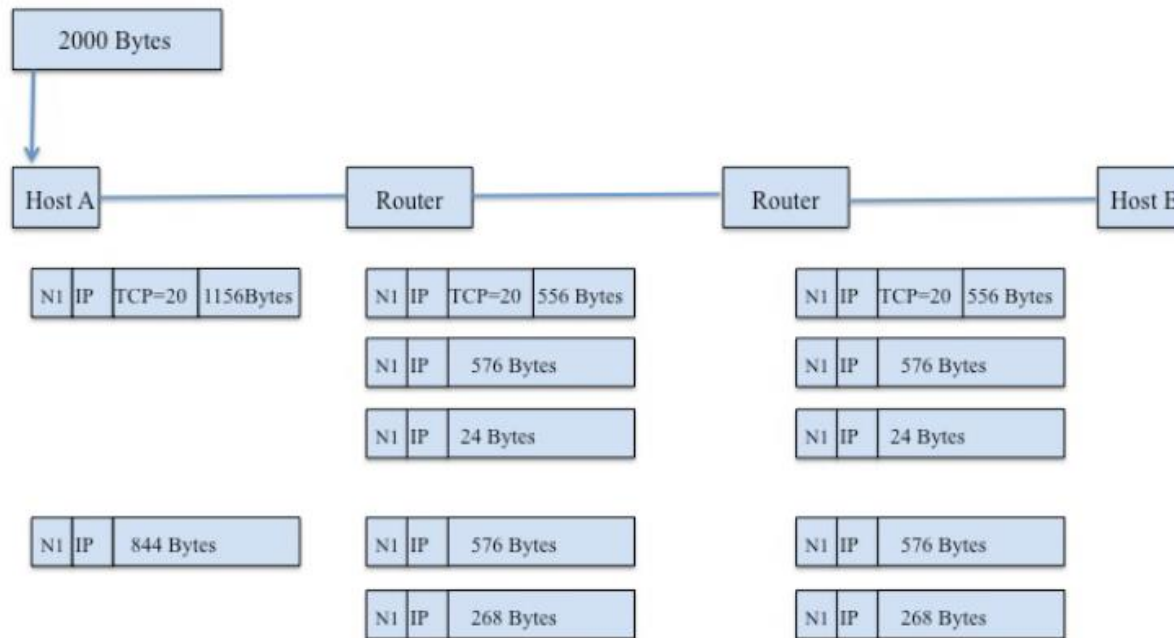
Σημείωση: Η διεύθυνση 145.128.0.0 γράφεται δυαδικά ως 10010001.100000000.00000000.00000000

Επειδή η πρώτη αριστερή 8άδα αρχίζει από '10' η διεύθυνση κατατάσσεται στην Class B που κανονικά έχει δεσμευμένες τις πρώτες 2 αριστερές 8άδες (τα πρώτα 16 bits) για το network ID και τις άλλες 2 8άδες για το host id. Συνεπώς η default subnet mask είναι η 255.255.0.0. (δείτε και διαφάνεια 112)

Η άσκηση αναφέρει ότι για τα custom subnets δεσμεύονται συνολικά 25 bits, οπότε η custom subnet mask είναι 255.255.255.128. Δηλαδή από τα διαθέσιμα 16 host bits δεσμεύονται (ή 'δανείζονται') 9 bits για την αναπαράσταση του κάθε subnet, συνεπώς μπορούμε να έχουμε 2^9 διαφορετικά subnets. Κάθε subnet έχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσει 2^7 διαφορετικές διευθύνσεις (τα εναπομείναντα host bits είναι $16-9=7$), οι οποίες συμπεριλαμβάνουν 2 διευθύνσεις για το subnet και για broadcasting (άρα κάθε subnet μπορεί να έχει 2^7-2 hosts).

2. Η απόδοση στο δίκτυο Ethernet είναι ο συνολικός ρυθμός μετάδοσης για το συνολικό ρυθμό που στέλνεται σε όλα τα hosts
- Στην πρώτη περίπτωση η μέγιστη απόδοση είναι 10Mbps. Αυτό επιτυγχάνεται όταν ένας μόνος host μεταδίδει. Αυτό συμβαίνει διότι το hub κάνει forward τα δεδομένα σε όλα τα ports. Έτσι μόνο ένας host μπορεί να μεταδίδει
 - Στην μετάδοση half-duplex ένας host δεν μπορεί να στέλνει και να λαμβάνει ταυτόχρονα. Στην περίπτωση του half duplex οι μισοί σταθμοί (6) μπορούν να μεταδίδουν και οι άλλοι μισοί (6) μπορούν να λαμβάνουν. Η μέγιστη απόδοση ισούται με 60 Mbps
 - Στην μετάδοση full-duplex ένας host μπορεί να στέλνει και να λαμβάνει ταυτόχρονα. Η μέγιστη απόδοση ισούται με 120 Mbps

3. Τα 2000 bytes της εφαρμογής, ενθυλακώνονται σε ένα TCP πακέτο στο οποίο προστίθεται η επικεφαλίδα 20 bytes. Το συνολικό μέγεθος του IP πακέτου είναι $2000+20=2020$ bytes. Σε κάθε link το fragmentation γίνεται αν το μέγεθος του πακέτου $> MTU$. Το payload του κάθε ενός πακέτου είναι ένας αριθμός πολλαπλάσιο του 8 $[(MTU-IP\ Header) \bmod 8]$. Στην πρώτη ζεύξη το payload του fragmented πακέτου είναι 1176 bytes. Στην δεύτερη ζεύξη το payload του fragmented πακέτου είναι 576 bytes. Στην τρίτη ζεύξη το payload του fragmented πακέτου είναι 1176 bytes. Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει το fragmentation που θα πραγματοποιηθεί σε κάθε μια ζεύξη.



Στην πρώτη ζεύξη δημιουργούνται δύο fragmented πακέτα με payload 1176 και 844 bytes αντίστοιχα. Στην δεύτερη ζεύξη γίνεται ένα επιπλέον fragmentation λόγω του γεγονότος ότι το $MTU=600$.

Το πρώτο πακέτο θα γίνει fragmented σε τρία επιμέρους πακέτα με payload 576, 576 και 24 bytes αντίστοιχα.

Το δεύτερο πακέτο θα γίνει fragmented σε δύο επιμέρους πακέτα με payload 576 και 268 bytes αντίστοιχα.

Στο τρίτο link δεν υπάρχει fragmentation γιατί μέγεθος IP πακέτου $< MTU$.



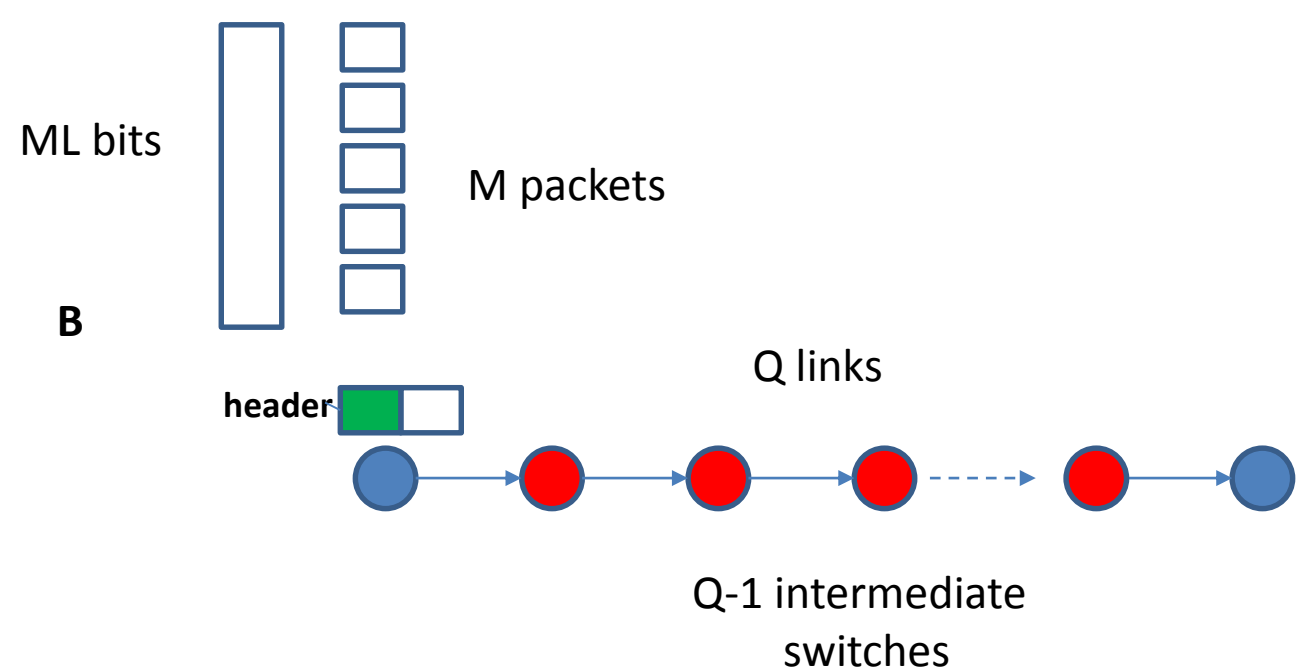
Εστω δύο κόμβοι A και B ενός δικτύου απέχουν μεταξύ τους $L=500 \text{ km}$. Μεταξύ των κόμβων A και B παρεμβάλλονται σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους N ενδιάμεσοι κόμβοι, οι οποίοι προωθούν ό,τι πακέτα λαμβάνουν (βλ. σχήμα) μέσω οπτικής ίνας. Ο ρυθμός μετάδοσης των συνδέσμων μεταξύ όλων των κόμβων είναι ίσος με $R=10^7 \text{ bps}$ ενώ η ταχύτητα διάδοσης είναι $C=2 \times 10^8 \text{ m/sec}$.

α) Αρχικά ο κόμβος A θέλει απλά να μεταδώσει ένα αρχείο μεγέθους $D=1 \text{ Gb}$ ($1 \text{ Gb}=10^9 \text{ bits}$) στον κόμβο B μέσω πακέτων μήκους $P=1 \text{ Kb}$ ($1 \text{ Kb}=10^3 \text{ bits}$) το καθένα. Να βρεθεί ο συνολικός χρόνος μετάδοσης όλου του αρχείου $T_{\text{ολ}}$ αν γνωρίζουμε ότι $N=9$.

β) Μεταξύ των κόμβων A και B εφαρμόζεται ενιαίο πρωτόκολλο επανεκπομπής GBN από τον A έως τον B (end-to-end) για μετάδοση πακέτων μήκους $P=1 \text{ Kb}$ ($1 \text{ Kb}=10^3 \text{ bits}$) το καθένα. Αν υποθέσουμε ότι $N=9$ (οι κόμβοι που παρεμβάλλονται με ίσες αποστάσεις μεταξύ τους είναι 9) και οι επιβεβαιώσεις είναι ίδιου μήκους με τα πακέτα P να βρείτε:

1. Το μέγεθος του παραθύρου W για να έχουμε απόδοση πρωτοκόλλου 90% απουσία λαθών. Θεωρείστε ότι ο χρόνος προθεσμίας T είναι ίσος με τον αντίστοιχο χρόνο μετάβασης μετ' επιστροφής S μεταξύ των κόμβων A-B.

2. Την πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης ενός πακέτου p, αν γνωρίζετε ότι ο ρυθμός ροής πακέτων (ρυθμοαπόδοση) που επιτυγχάνεται είναι $\lambda=10^6 \text{ bits/sec}$ και ότι ο χρόνος προθεσμίας T είναι κατά $1/7$ προσαυξημένος του S.



Single link-hop delay $(L + 2h) / R$

1st packet arrives at destination after Q hops $Q(L + 2h) / R$

2nd packet arrives at destination after Q+1 hops $Q(L + 2h) / R + (L + 2h) / R$

Mth packet arrives at destination after Q+M-1 hops $Q(L + 2h) / R + (M - 1)(L + 2h) / R$

Total file transmission delay $(Q + M - 1)(L + 2h) / R$

Ο χρόνος μετάδοσης $TRANSP$ του πακέτου σε κάθε σύνδεσμο

$$\rightarrow TRANP = P/R = 10^3/10^7 \cdot \text{sec} = 10^{-4} \cdot \text{sec} \rightarrow (1)$$

Ο χρόνος διάδοσης $PROP_i$ σε κάθε ένα από τους συνδέσμους

$$\rightarrow |PROP_i = \frac{\left(\frac{L}{N+1}\right)}{C} = \frac{\left(\frac{5 \cdot 10^5}{9+1}\right)}{2 \cdot 10^8} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ sec} \rightarrow (2)$$

Το πλήθος K των πακέτων που χρειάζονται για να μεταδοθεί όλο το αρχείο

$$\rightarrow K = \frac{D}{P} = \frac{10^9}{10^3} = 10^6 \text{ πακέτα} \rightarrow (3)$$

Με βάση την άσκηση αντοαξιολόγησης 2.1 γνωρίζουμε ότι για N' συνδέσμους ισχύει ότι ο συνολικός χρόνος μετάδοσης είναι

$$\rightarrow T_{ολ} = t_N + t_1 (K - 1) = t_1 (N' + K - 1)$$

Αλλά στην περίπτωση μας είναι $N' = N + 1$. Επίσης για τον υπολογισμό του χρόνου t_1 εκτός από το χρόνο μετάδοσης $TRANSP$ πρέπει να ληφθεί υπόψη και ο χρόνος διάδοσης $PROP_i$ που στην α.α. 1.2 θεωρείτο αμελητέος. Οπότε η παραπάνω εξίσωση γίνεται

$$\rightarrow T_{ολ} = t_1 (N + 1 + K - 1) = (TRANSP + PROP_i)(N + K)$$

$$T_{ολ} = t_1 (N + K) = 3,5 \cdot 10^{-4} (9 + 10^6) = 350,00315 \text{ sec}$$

1. Πρέπει πρώτα να βρούμε το χρόνο μετάβασης μετ' επιστροφής, S . Αυτός αποτελείται από το χρόνο που χρειάζεται ένα πακέτο να μεταβεί μέσω των $N+1$ συνδέσμων από το Α στο Β και είναι t_{N+1} και το χρόνο t_{ack} που χρειάζεται να παραληφθεί από τον Α η επιβεβαίωση που στέλνει ο Β. Ο χρόνος t_{ack} είναι ίσος με τον t_{N+1} διότι η επιστροφή έχει τους ίδιους χρόνους μετάδοσης και διάδοσης με τη διαδρομή των πακέτων. Άρα

$$\rightarrow S = t_{N+1} + t_{ack} = 2 \cdot t_{N+1} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ sec} \rightarrow (8)$$

Η απόδοση του πρωτοκόλλου Go-Back-N δίνεται από τη σχέση

$$\rightarrow \eta_{GBN} = \min \left\{ 1, \frac{W \times TRANSP}{S} \right\} \rightarrow (9)$$

Οπότε με δεδομένο ότι η απόδοσή του είναι 90% αντικαθιστώντας στην (9) τις τιμές των S και $TRANSP$ από τις (8) και (1) έχουμε

$$\rightarrow \eta_{GBN} = \frac{W \times TRANSP}{S} \Leftrightarrow 0,9 = W \times \frac{TRANSP}{S} \Leftrightarrow$$

$$W = 0,9 \times \frac{S}{TRANSP} = 0,9 \times \frac{7 \cdot 10^{-3}}{10^{-4}} = 63$$

2

$$\lambda = nR = R \frac{TRANSP}{TRANSP + T \frac{1-p}{p}} =$$

$$= R \frac{TRANSP}{TRANSP + \frac{8RTT}{7} \cdot \frac{1-p}{p}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10^6 = 10^7 \frac{10^{-4}}{10^{-4} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 10^{-3}}{7} \cdot \frac{1-p}{p}} \Rightarrow$$

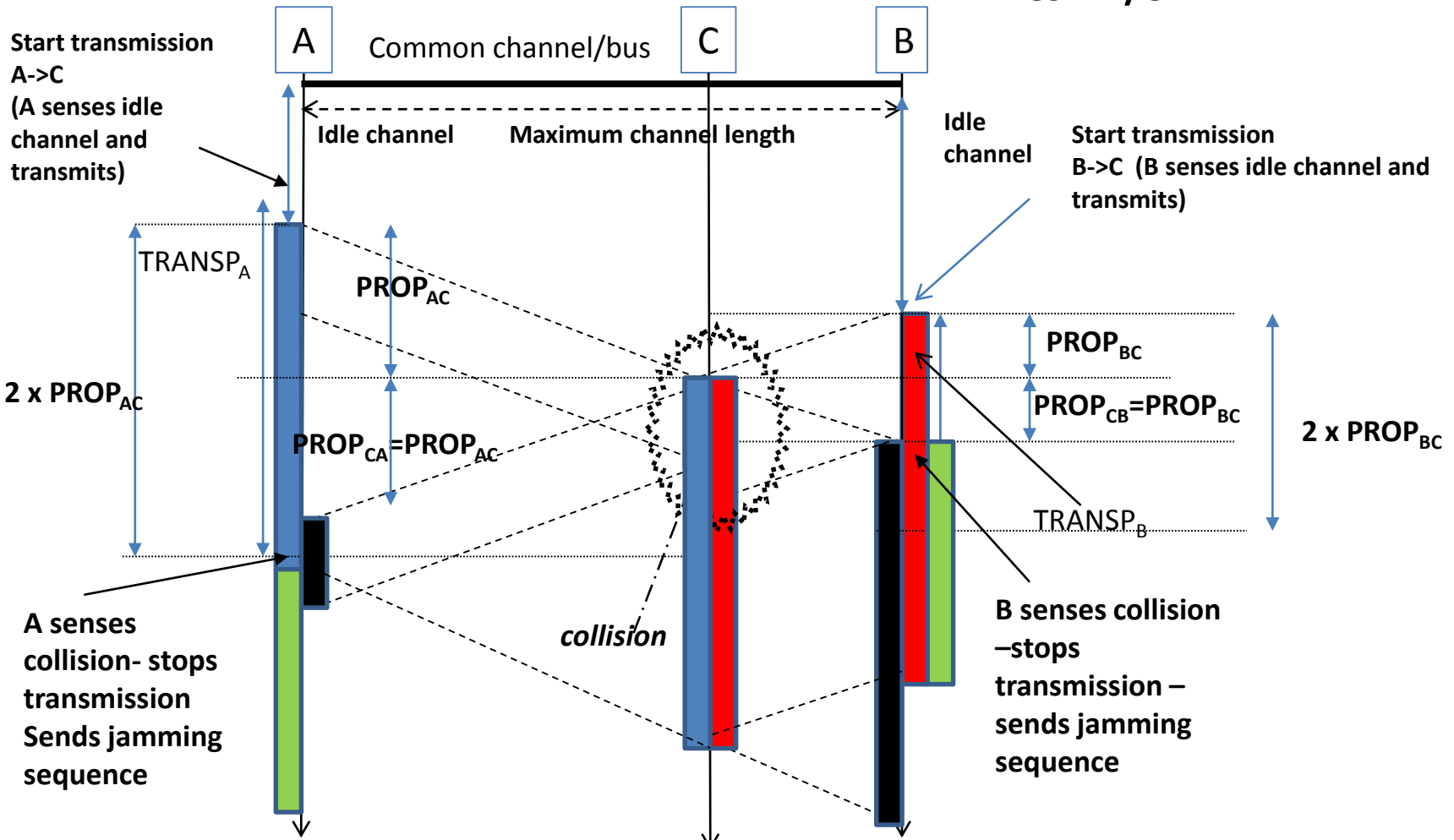
$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{0.1 + 8 \cdot \frac{1-p}{p}} \Rightarrow 0.1 + 8 \cdot \frac{1-p}{p} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8 \cdot \frac{1-p}{p} = 0.9 \Rightarrow 8 - 8p = 0.9p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{8}{8.9} = \frac{80}{89}$$

Μερικές επισημάνσεις σε ασκήσεις Δικτύων Η/Υ

Collision Detection condition In CSMA/CD

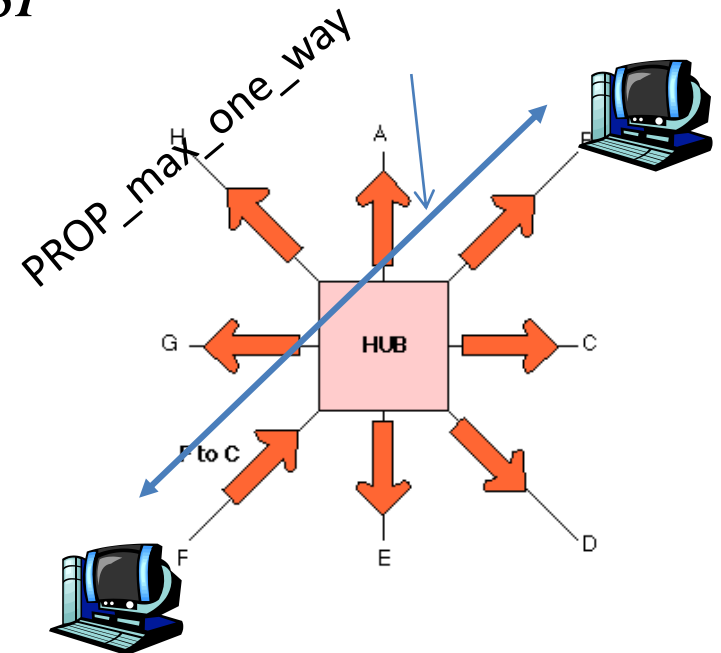
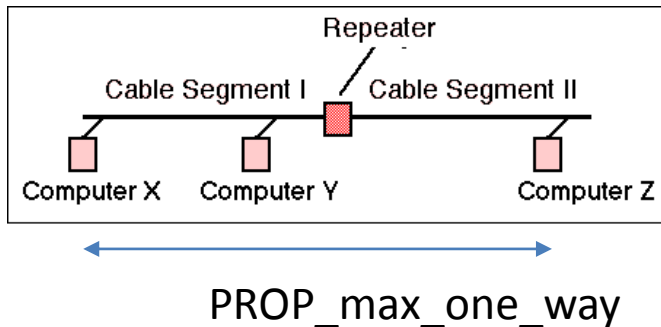


In order for the transmitter to sense a collision while transmitting the packet we must have $TRANSP \geq 2 PROP$

Worse Case: C is co-located with B (maximum distance from A)
 $TRANSP \geq 2PROP_{MAX_ONE_WAY}$ (maximum propagation time end-end)

Απόδοση CSMA CD

$$n = \frac{1}{1 + 5 \frac{PROP_{MAX,one_way}}{TRANSP}}$$



ΘΕΜΑ 3 ΕΞ 2013Α

Ας θεωρήσουμε ένα κανάλι πολλαπλής πρόσβασης ενός δικτύου με χωρητικότητα $C=100$ Mbits/sec και μήκος $D=600$ m πάνω στο οποίο συνδέονται N σταθμοί διαδοχικά και με ίσες αποστάσεις μεταξύ διαδοχικών σταθμών. Πάνω στο κανάλι χρησιμοποιείται το πρωτόκολλο τύπου CSMA/CD που έχει απόδοση 0,4 ενώ η ταχύτητα διάδοσης του σήματος στο κανάλι είναι $V=200000$ km/sec.

α) Να υπολογίσετε το ρυθμό ροής σε frames/sec του καναλιού συνολικά καθώς και το αντίστοιχο ελάχιστο μήκος του frame (πακέτο) το οποίο χρησιμοποιείται από τους N σταθμούς όταν αυτοί μεταδίδουν. (8 μονάδες)

β) Ας υποθέσουμε τώρα ότι χρήστες σε καθένα από τους N σταθμούς στέλνουν βίντεο. Το βίντεο που στέλνουν έχει γυριστεί με ρυθμό 24 εικόνες/sec. Η κάθε εικόνα αποτελείται από 1000 στοιχειώδη κομμάτια (pixels). Το κάθε pixel που αντιστοιχεί στην φωτεινότητα είναι δυνατόν να πάρει μία εκ των 256 τιμών, χρειάζονται δηλαδή 8 bits για να κωδικοποιηθεί.

i) Πόσα frames ανά sec στέλνει ο κάθε σταθμός στο κανάλι για να μεταδίδει το βίντεο; (5 μονάδες)

ii) Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός σταθμών N που μπορεί να υποστηριχτεί από το παραπάνω δίκτυο απόδοσης 0,4; (7 μονάδες)

α)

Εφόσον η απόδοση είναι $\eta=0,4$ αυτό σημαίνει ότι από τον τύπο της απόδοσης του πρωτοκόλλου CSMA/CD έχουμε

$$\eta_{CSMA/CD} = \frac{1}{1+5a} = 0,4, \quad a = \frac{PROP}{TRANSP}$$
$$a = 0,3$$

Γνωρίζουμε όμως ότι $PROP = \frac{D(\text{Απόσταση})}{V(\text{Ταχύτητα Διάδοσης})}$ και $TRANSP = \frac{F(\text{Μέγεθος πλαισίου})}{C(\text{Χωρητικότητα Καναλιού})}$

Άρα

$$a = \frac{PROP}{TRANSP} = \frac{\frac{D}{V}}{\frac{F}{C}} = 0,3 \Rightarrow F = \frac{C \cdot D}{0,3 \cdot V} = \frac{10^8(\text{bits/sec}) \cdot 600\text{m}}{0,3 \cdot 2 \cdot 10^8(\text{m/sec})} \Rightarrow F = 1000 \text{ bits}$$

Αφού το κανάλι έχει χωρητικότητα 100 Mbits/sec και η απόδοσή του είναι 0,4 συνεπάγεται ότι ο μέγιστος συνολικός ρυθμός μετάδοσης που υποστηρίζεται είναι

$$\rho = 40 \text{ Mbits/sec} = 40000 \text{ frames/sec.}$$

Προσοχή: Εφόσον δίνεται η απόδοση του πρωτοκόλλου, έχει οριστεί η σχέση μεταξύ TRANSP, PROP, κι εδώ δεν ισχύει ότι $TRANSP = TRANSP_{\min} = 2PROP$, αλλά $TRANSP = 3,3PROP$

β)

Ο ρυθμός δεδομένων που παράγεται από έναν χρήστη είναι:

$$r=(24 \text{ εικόνες/sec}) \times 1000 \text{ (pixels/εικόνα)} \times (8 \text{ bits/pixel})=192.000 \text{ bits/sec}=192\text{Kbits/sec}.$$

(i) Άρα με δεδομένο ότι το κάθε frame έχει μήκος 1000 bits τότε ο κάθε χρήστης στέλνει 192 frames/sec

(ii) Εφόσον ο συνολικός ρυθμός μετάδοσης στο δίκτυο είναι 40000 frames/sec και ο κάθε κόμβος πρέπει να στέλνει 192 frames/sec τότε ο μέγιστος αριθμός των σταθμών που μπορεί να υποστηρίξει το δίκτυο είναι:

$$N_{\max}=(40000 \text{ frames/sec})/(192 \text{ frames/sec})=208.33, \text{ δηλαδή } 208 \text{ κόμβοι}.$$

IP addressing

Subnet Mask : Μετατροπή σε δυαδική μορφή : '1's :network id , '0's :host id bits

Network id: συνδυασμοί αριστερών bits για address classes

0 : Class A

10: Class B

110: Class C

Host id:

All '0's : subnet

All '1's : broadcast address (within subnet)

Εναλλακτική αναπαράσταση: X.Y.Z.W / S

S : ο αριθμός των '1' (από αριστερά προς τα δεξιά) στη subnet mask

e.g. 255.255.255.128 συμβολίζεται στην IP address X.Y.Z.W ως X.Y.Z.W/25

IP addressing methodology (cont'd)

Subnet address= IP address AND subnet mask

Π.χ. 202.60.215.150/20

11001010.00111100.11010111.10010110

AND 11111111.11111111.11110000.00000000

11001010.00111100.11010000.00000000 = 202.60.208.0

Broadcast Address = IP address OR inverted subnet mask

Π.χ. 202.60.215.150/20

11001010.00111100.11010111.10010110

OR 00000000.00000000.00001111.11111111

11001010.00111100.11011111.11111111 = 202.60.223.255

host number =IP address AND inverted subnet mask

Π.χ. 202.60.215.150/20

11001010.00111100.11010111.10010110

AND 00000000.00000000.00001111.11111111

00000000.00000000.00000111.10010110 =host id=1942

IP addressing – subnetting

Sub-netting: Για δεδομένη subnet mask δημιουργούμε υποδίκτυα με ‘δανεισμό’ κατάλληλων δυαδικών bits (από αριστερά) από το host part.

Δείτε το παράδειγμα στις επόμενες διαφάνειες:

Πηγή: *online tutorials in* <http://www.firewall.cx/networking-topics.html>

Identifying Network and Host ID

Class A	$\begin{matrix} 128 \\ 64 \\ 32 \\ 16 \\ 8 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{matrix}$ <u>0xxx xxxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> CLASS A NETWORK ID CLASS A HOST ID
Class B	<u>10xx xxxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> CLASS B NETWORK ID CLASS B HOST ID
Class C	<u>110x xxxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> CLASS C NETWORK ID CLASS C HOST ID
Class D	<u>1110 xxxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> CLASS D NETWORK ID Multicast
Class E	<u>1111 0xxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> . <u>xxxx xxxx</u> CLASS E NETWORK ID Reserved Experimental

Here you see each Class's Network and Host ID portion. Notice that there are only few Class A networks (Network ID), but many Host ID's, where as a Class C has alot more Networks and fewer Host ID's.

Class C Classful IP Address

IP Address : 192 . 168 . 0 . 5
Subnet mask : 255 . 255 . 255 . 0

Conversion to Binary

	128	64	32	16	8	4	2	1		128	64	32	16	8	4	2	1		128	64	32	16	8	4	2	1		128	64	32	16	8	4	2	1
IP Address	:	1	1	0	0	0	0	0	.	1	0	1	0	1	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	1	0	1
Subnet mask	:	1	1	1	1	1	1	1	.	1	1	1	1	1	1	1	1	.	1	1	1	1	1	1	1	1	.	0	0	0	0	0	0	0	0
		Network ID																	Host ID																

This Class C network uses 21 Bits for the Network ID (remember, the first 3 bits in the first octet are set) and 8 Bits for the Host ID. The Subnet mask is what splits the Network ID and Host ID. This particular subnet mask is 24 Bits long (consists of 24 one's (1) counting from left side)

The Analysis Of Our Example - Part 2

IP Address : 1100 0000 . 1010 1000 . 0000 0000 . 000 0 1010
 Subnet mask : 1111 1111 . 1111 1111 . 1111 1111 . 111 0 0000

This part of the IP Address and Subnet mask we take as is. In Decimal this part gives us:
 192 . 168 . 0 .
 255 . 255 . 255 .

This is the section we focus. From here we will get all the info we are after ! Since I've colour coded the 3 subnet Bits, we won't need the subnet mask anymore to help us determine which bits are borrowed.

Determining the Subnets

First: 000 (0 Decimal)
 Second: 001 (32 Decimal)
 Third: 010 (64 Decimal)
 Fourth: 011 (96 Decimal)
 Fifth: 100 (128 Decimal)
 Sixth: 101 (160 Decimal)
 Seventh: 110 (192 decimal)
 Eighth: 111 (224 Decimal)

Determining the Hosts per Subnet

0 0001 (1 Decimal) to 1 1110 (30 Decimal)
 0 0001 (1 Decimal) to 1 1110 (30 Decimal)
 0 0001 (1 Decimal) to 1 1110 (30 Decimal)
 0 0001 (1 Decimal) to 1 1110 (30 Decimal)
 0 0001 (1 Decimal) to 1 1110 (30 Decimal)
 0 0001 (1 Decimal) to 1 1110 (30 Decimal)
 0 0001 (1 Decimal) to 1 1110 (30 Decimal)

NOTE: 0 0000 (First IP in each subnet) is reserved as the **Network Address** for the Subnet .
 1 1111 (Last IP in each subnet) is reserved as the **Broadcast Address** for that Subnet

The Analysis Of Our Example - Part 3

128
128 16 32 16 8 4 2 1

FIRST NETWORK

128
128 16 32 16 8 4 2 1

First IP: 0000 0000 (0 Decimal) Last IP: 0001 1111 (31 Decimal)

Full Range of the First Network: 192.168.0.0 - 192.168.0.31

SECOND NETWORK

128
128 16 32 16 8 4 2 1

128
128 16 32 16 8 4 2 1

First IP: 0010 0000 (32 Decimal) Last IP: 0011 1111 (63 Decimal)

Full Range of the Second Network: 192.168.0.32 - 192.168.0.63

THIRD NETWORK

128
128 16 32 16 8 4 2 1

128
128 16 32 16 8 4 2 1

First IP: 0100 0000 (64 Decimal) Last IP: 0101 1111 (95 Decimal)

Full Range of the Third Network: 192.168.0.64 - 192.168.0.95

FOURTH NETWORK

128
128 16 32 16 8 4 2 1

128
128 16 32 16 8 4 2 1

First IP: 0110 0000 (96 Decimal) Last IP: 0111 1111 (127 Decimal)

Full Range of the Fourth Network: 192.168.0.96 - 192.168.0.127

128
64
32
16
8
4
2
1

FIFTH NETWORK

128
64
32
16
8
4
2
1

First IP: 1000 0000 (128 Decimal) Last IP: 1001 1111 (159 Decimal)

Full Range of the Fifth Network: 192.168.0.128 - 192.168.0.159

128
64
32
16
8
4
2
1

SIXTH NETWORK

128
64
32
16
8
4
2
1

First IP: 1010 0000 (160 Decimal) Last IP: 1011 1111 (191 Decimal)

Full Range of the Sixth Network: 192.168.0.160 - 192.168.0.191

128
64
32
16
8
4
2
1

SEVENTH NETWORK

128
64
32
16
8
4
2
1

First IP: 1100 0000 (192 Decimal) Last IP: 1101 1111 (223 Decimal)

Full Range of the Seventh Network: 192.168.0.192 - 192.168.0.223

128
64
32
16
8
4
2
1

EIGHTH NETWORK

128
64
32
16
8
4
2
1

First IP: 1110 0000 (224 Decimal) Last IP: 1111 1111 (255 Decimal)

Full Range of the Eighth Network: 192.168.0.224 - 192.168.0.255

You should remember that the First IP Address of each Subnet is the Network Address for that Subnet, and the Last IP Address is the Broadcast Address for that Subnet.

παράδειγμα

Έστω η classful IP address 181.18.4.200.

1. Σε ποια κλάση ανήκει? Πόσα δίκτυα μπορούν να αναπαρασταθούν με την κλάση αυτή?
2. Ποια είναι η subnet mask? Ποιες είναι οι subnet and broadcast IP addresses? Πόσοι σταθμοί μπορούν να συμπεριληφθούν στο υποδίκτυο?
3. Πώς μπορούμε να διαιρέσουμε το ανωτέρω δίκτυο σε 4 νέα υποδίκτυα?

- $181=10110101 = 10xxxxxx \Rightarrow$ class B network id
- Δυαδικά Ψηφία για την αναπαράσταση του network id: $14 \Rightarrow 2^{14}$ διαφορετικά δίκτυα
- Subnet Mask 255.255.0.0
- Subnet Address: 181.18.0.0
- Broadcast Address: 181.18.255.255
- Μέγιστος αριθμός hosts: $2^{16}-2$
- Για 4 υποδίκτυα: Δανειζόμαστε 2 δυαδικά από το host part (τα 2 αριστερότερα) , και η subnet mask θα είναι είναι 255.255.192.0
- Host ranges (Η 1^η και η τελευταία IP address δεσμεύονται για τη subnet και την broadcast address αντίστοιχα):
 - 1st subnet 181.18.0.1-181.18.63.254
 - 2nd subnet 181.18.64.1-181.18.127.254
 - 3rd subnet 181.18.128.1-181.18.191.254
 - 4th subnet 181.18.192.1-181.18.255.254

ΘΕΜΑ 5

ΕΞ 2014Β

α) Υποθέστε ότι ένας δρομολογητής στο Internet έχει τον παρακάτω πίνακα δρομολόγησης.

Subnet number	Subnet mask	Next hop
128.96.39.0	255.255.255.128	Port 1 (direct)
128.96.39.128	255.255.255.128	Port 2 (direct)
128.96.40.0	255.255.255.128	Port 1 (to R2)
<default>		Port 2 (to R3)

Ο δρομολογητής μπορεί να προωθήσει απευθείας τα πακέτα στους κόμβους των δικτύων που συνδέονται στις πόρτες 1 και 2 ή μπορεί να τα προωθήσει στους δρομολογητές R2 ή R3. Περιγράψτε πού θα προωθήσει ο δρομολογητής τα πακέτα με τις ακόλουθες διευθύνσεις προορισμού:

- I. 128.96.39.10
- II. 128.96.40.12

- III. 128.96.42.151

α) Η μάσκα που χρησιμοποιείται είναι ή 255.255.255.255 δηλαδή

1111111 11111111 11111111 10000000

Η διεύθυνση προορισμού του πακέτου (α) ανήκει στο υποδίκτυο

128.96.39.10 & 1111111 11111111 11111111 10000000

δηλαδή στο υποδίκτυο 128.96.39.0. Επομένως προωθείται στην πόρτα 1 και ο προορισμός του ανήκει στο υποδίκτυο που είναι συνδεδεμένο σε αυτήν την πόρτα (απευθείας επικοινωνία).

Η διεύθυνση προορισμού του πακέτου (β) ανήκει στο υποδίκτυο

128.96.40.12 & 1111111 11111111 11111111 10000000

δηλαδή στο υποδίκτυο 128.96.40.0. Επομένως προωθείται στην πόρτα 1 προς τον δρομολογητή R2.

Η διεύθυνση προορισμού του πακέτου (γ) ανήκει στο υποδίκτυο

128.96.42.151 & 1111111 11111111 11111111 10000000

δηλαδή στο υποδίκτυο 128.96.42.128. Επομένως προωθείται στην πόρτα 2 χρησιμοποιώντας την Default Επιλογή προς τον δρομολογητή R3.

β) Δίνεται το IP υποδίκτυο 223.1.1.0/24. Ποιο είναι το κομμάτι υποδικτύου της διεύθυνσης? Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός από κόμβους που μπορεί να ανήκουν σε αυτό το υποδίκτυο? Σε τι τιμή θα έπρεπε να αλλάξετε την μάσκα του υποδικτύου αν ξέρουμε ότι 20 χρήστες/hosts μπορεί να ανήκουν σε αυτό το υποδίκτυο?

β)

Το κομμάτι υποδικτυου της διεύθυνσης είναι 223.1.1,

Περιέχει το πολύ $2^8-2=254$ κόμβους.

Το μήκος της μάσκας θα έπρεπε να αλλάξει σε $32-5=27$.