

α)

$$X(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{8}\right) + \text{tri}(f-3) + \text{tri}(f+3)$$

Για το $x(t)$:

$$\sin c(t) \leftrightarrow \text{rect}(f)$$

$$8 \sin c(8t) \leftrightarrow \text{rect}\left(\frac{f}{8}\right)$$

Με βάση την ιδιότητα της ολίσθησης συχνότητας:

$$\text{tri}(f-3) \leftrightarrow \sin c^2(t) e^{j2\pi 3t}$$

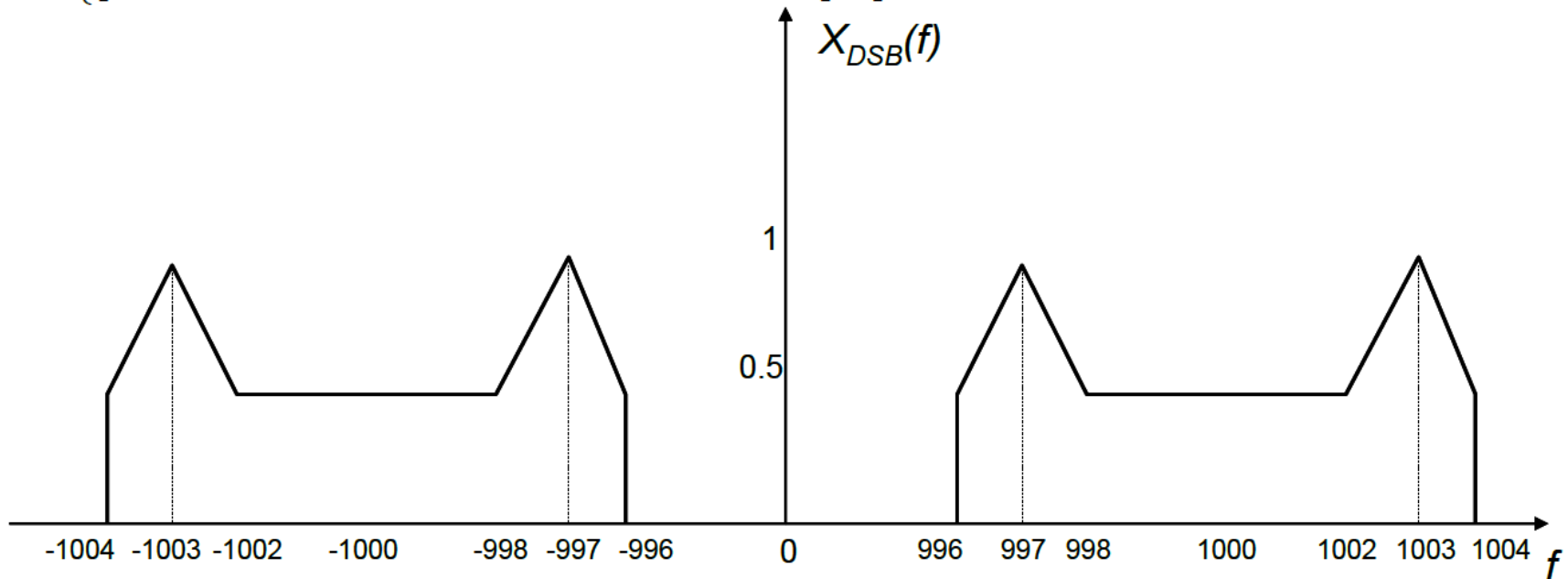
$$\text{tri}(f+3) \leftrightarrow \sin c^2(t) e^{-j2\pi 3t}$$

Άρα

$$x(t) = 8 \sin c(8t) + \sin c^2(t) \left[e^{j2\pi 3t} + e^{-j2\pi 3t} \right] = 8 \sin c(8t) + 2 \sin c^2(t) \cos(6\pi t)$$

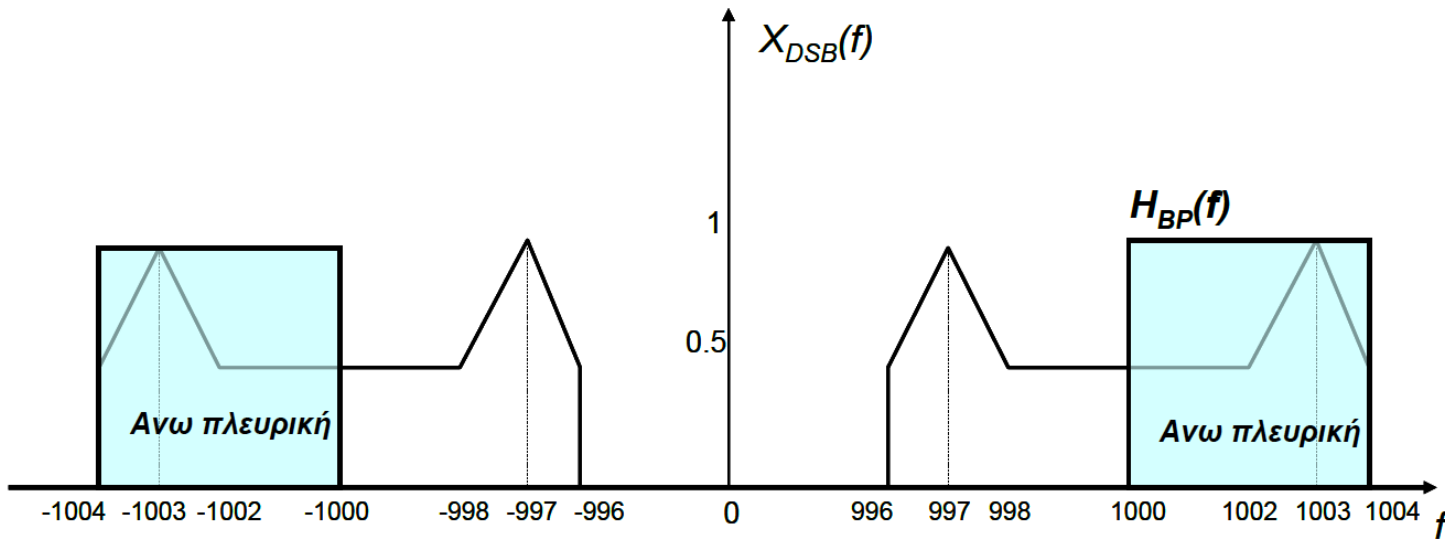
β)

$$\begin{aligned}
 X_{DSB}(f) &= \frac{1}{2} [X(f - f_c) + X(f + f_c)] = \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ \left[\text{rect}\left(\frac{f - f_c}{8}\right) + \text{tri}(f - f_c - 3) + \text{tri}(f - f_c + 3) \right] + \left[\text{rect}\left(\frac{f + f_c}{8}\right) + \text{tri}(f + f_c - 3) + \text{tri}(f + f_c + 3) \right] \right\} \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ \left[\text{rect}\left(\frac{f - 1000}{8}\right) + \text{tri}(f - 1003) + \text{tri}(f - 997) \right] + \left[\text{rect}\left(\frac{f + 1000}{8}\right) + \text{tri}(f + 997) + \text{tri}(f + 1003) \right] \right\}
 \end{aligned}$$



(γ)

Για να κρατηθεί η άνω πλευρική ζώνη του διαμορφωμένου DSB σήματος, θα πρέπει να ισχύει $f_0 - W = 1000$. Για αυτό το λόγο χρειάζεται να χρησιμοποιήσουμε ένα ζωνοπερατό φίλτρο με κεντρική συχνότητα τα 1002Hz και εύρος 4Hz, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Άρα η συνάρτηση μεταφοράς του απαραίτητου ζωνοπερατού φίλτρου είναι:

$$H_{BP}(f) = \text{rect}\left(\frac{f - 1002}{4}\right) + \text{rect}\left(\frac{f + 1002}{4}\right)$$

Πιο γενική λύση:

$$H_{BP}(f) = \text{rect}\left(\frac{f - f_0}{2W}\right) + \text{rect}\left(\frac{f + f_0}{2W}\right)$$

με τους εξής περιορισμούς:

$$2W \geq 4$$

$$f_0 - W \geq 1000$$