**ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ.4**

# Έκτακτη ΟΣΣ

28/05/2016

Νίκος Δημητρίου

nikodim@iit.demokritos.gr

# Περιεχόμενα

- Λύσεις 5ης Εργασίας
- Επαναληπτικές Ασκήσεις

***Σημείωση****: Η έκτακτη ΟΣΣ έχει ως σκοπούς: να αναλυθεί η φετινή ΓΕ5, να απαντηθούν απορίες σχετικά με την ύλη, να δοθεί ένα κίνητρο για μια πρώτη επανάληψη και να αναπτυχθεί το σχετικό σκεπτικό στην επίλυση των θεμάτων παλαιοτέρων εργασιών και εξετάσεων* ***χωρίς σε καμία περίπτωση*** *να περιορίζεται με τον τρόπο αυτό η εξεταστέα ύλη.*

# Ψηφιακές Επικοινωνίες

ΕΞ2014Β

**<u>ΘΕΜΑ 1</u>**

Δίνεται το σήμα x(t), με φάσμα $X(f) = \cos^2(2\pi af)$ όπου a=1/400.

(α) Να διερευνηθεί αν το x(t) είναι περιοδικό και να υπολογιστεί η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας Nyquist (αν υπάρχει).

(β) Το σήμα x(t) διέρχεται από κατάλληλο ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο και προκύπτει σήμα y(t) με ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας (Nyquist) ίση με $f_{s,min}$= 100Hz. Να υπολογιστεί η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου, η συνάρτηση μεταφοράς του και η κρουστική του απόκριση.

(γ) Να υπολογιστεί το φάσμα πλάτους του σήματος Y(f) και η έκφραση του σήματος y(t) στο πεδίο του χρόνου.

(δ) Να δοθούν οι εκφράσεις του δειγματισμένου σήματος $y_\delta(n)$, όπου n ακέραιος, και του αντίστοιχου φάσματος $Y_\delta(f)$ υποθέτοντας συχνότητα δειγματοληψίας $f_{s,min}$= 100Hz .

(α) Το φάσμα γράφεται $X(f) = \cos^2(2\pi af) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\pi 2af)$

Το φάσμα είναι συνεχές άρα το σήμα δεν είναι περιοδικό.

Το σήμα δεν είναι περιορισμένου εύρους ζώνης άρα δεν μπορεί να εφαρμοστεί το κριτήριο Nyquist.

(β) Εφόσον $f_{s,min}$= 100Hz, η μέγιστη συχνότητα του σήματος (άρα και η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου) είναι 50Hz.

Συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου

$$H(f) = rect\left(\frac{f}{100}\right)$$

Κρουστική Απόκριση:

$$h(t) = 100 \cdot \mathrm{sinc}(100t)$$

(γ) Το φάσμα του Y(f) είναι το εξής:

$$\mathrm{Y}(f)=\mathrm{X}(f)H(f)=\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos(2\pi 2af)\right]rect\left(\frac{f}{100}\right)$$

Η έκφραση του σήματος στο πεδίο του χρόνου είναι:

$$y(t)=\Im^{-1}\left\{\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos(2\pi 2af)\right]rect\left(\frac{f}{100}\right)\right\}=$$

$$=\Im^{-1}\left\{\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos(2\pi 2af)\right]\right\}*\Im^{-1}\left\{rect\left(\frac{f}{100}\right)\right\}=$$

$$=\left[\frac{1}{2}\delta(t)+\frac{1}{4}\left[\delta(t-2a)+\delta(t+2a)\right]\right]*100\mathrm{sinc}(100t)=$$

$$=\frac{1}{2}100\mathrm{sinc}(100t)+$$

$$+\frac{1}{4}\left[100\mathrm{sinc}(100(t-2a))+100\mathrm{sinc}(100(t+2a))\right]=$$

$$=\frac{1}{2}100\mathrm{sinc}(100t)+$$

$$+\frac{1}{4}\left[100\mathrm{sinc}\left(100\left(t-\frac{1}{200}\right)\right)+200\mathrm{sinc}\left(100\left(t+\frac{1}{200}\right)\right)\right]$$

(δ) Για το δειγματισμένο σήμα με $f_s$= 100Hz (και $T_s$= 1/100 sec) έχουμε:

Έκφραση στο πεδίο του χρόνου:

$$y_s(n) = y_s(t)\Big|_{t=nT_s} =$$

$$= \frac{1}{2}100\text{sinc}(100nT_s) +$$

$$+\frac{1}{4}\left[100\text{sinc}\left(100\left(nT_s - \frac{1}{200}\right)\right) + 100\text{sinc}\left(100\left(nT_s + \frac{1}{200}\right)\right)\right], n \text{ ακέραιος}$$

$$= \frac{1}{2}100\text{sinc}\left(100n\frac{1}{100}\right) +$$

$$+\frac{1}{4}\left[100\text{sinc}\left(100\left(n\frac{1}{100} - \frac{1}{200}\right)\right) + 100\text{sinc}\left(100\left(n\frac{1}{100} + \frac{1}{200}\right)\right)\right], n \text{ ακέραιος}$$

Έκφραση στο πεδίο των συχνοτήτων:

$$Y_s(f) = f_s \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y(f - mf_s) =$$

$$= f_s \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\pi 2a(f - mf_s))\right] rect\left(\frac{(f - mf_s)}{100}\right)$$

$$= 100 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left(2\pi 2\frac{1}{400}(f - m100)\right)\right] rect\left(\frac{(f - m100)}{100}\right)$$

**ΘΕΜΑ 2**

Δίνεται το σήμα $x(t) = 8\sin c^2(4t)\cos(4\pi t)$.

(α) Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε το φάσμα πλάτους του $x(t)$

(β) Το $x(t)$ περνά από φίλτρο με κρουστική απόκριση $h(t) = 4\sin c(4t)$. Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε το φάσμα πλάτους του σήματος εξόδου ($Y(f)$).

(γ) Αν επιλέξετε συχνότητα δειγματοληψίας 3Hz να υπολογίσετε την αναλυτική έκφραση του δειγματισμένου σήματος στο πεδίο συχνοτήτων ($Y_s(f)$) και να το σχεδιάσετε στο διάστημα [-5Hz, 5Hz]. Τί παρατηρείτε?

**(α)**

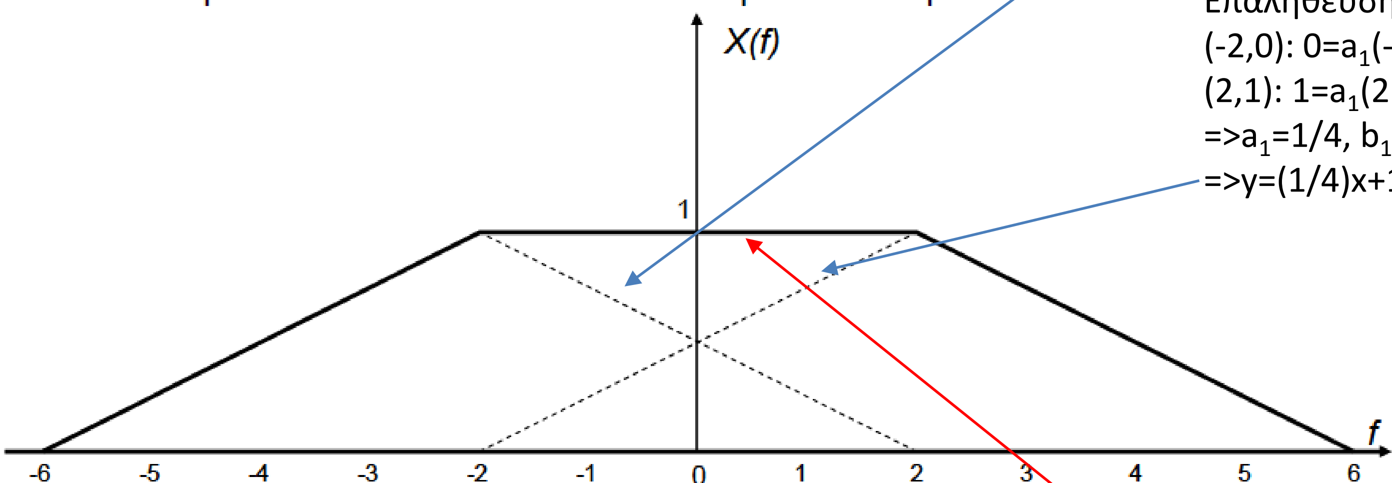
$$\operatorname{sin}c^2(t) \leftrightarrow tri(f)$$

$$4\operatorname{sin}c^2(4t) \leftrightarrow tri(\frac{f}{4})$$

$$2\cos(2\pi 2t) \leftrightarrow \delta(f-2)+\delta(f+2)$$

Άρα

$$X(f) = tri(\frac{f}{4}) * \left[\delta(f-2)+\delta(f+2)\right] = tri(\frac{f-2}{4}) + tri(\frac{f+2}{4})$$




Εύρεση εξίσωσης ευθείας
$y=a_2x+b_2$
Επαλήθευση για 2 σημεία
(-2,1): $1=a_2(-2)+b_2 \Rightarrow b_2=1+2a_2$
(2,0): $0=a_2(2)+b_2=2a_2+1+2a_2=1+4a_2 \Rightarrow$
$\Rightarrow a_2=-1/4$, $b_2=1+2(-1/4)=1/2$
$\Rightarrow y=(-1/4)x+1/2$

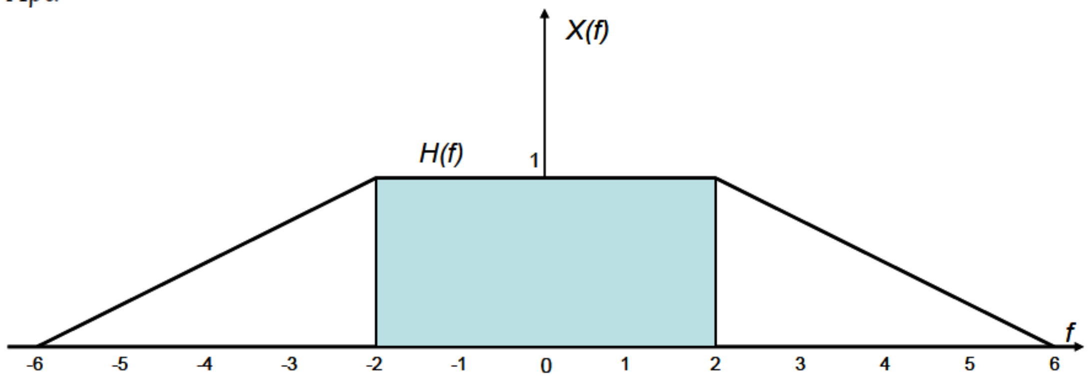
Εύρεση εξίσωσης ευθείας
$y=a_1x+b_1$
Επαλήθευση για 2 σημεία
(-2,0): $0=a_1(-2)+b_1 \Rightarrow b_1=2a_1$
(2,1): $1=a_1(2)+b1=2a_1+2a_1=4a_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow a_1=1/4$, $b_1=2(1/4)=1/2$
$\Rightarrow y=(1/4)x+1/2$

Αθροίζοντας τις 2 ευθείες για το διάστημα (-2,2) έχουμε:
$y=a_1x+b_1+a_2x+b_2=(1/4)x+1/2+(-1/4)x+1/2=1$

**(β)**

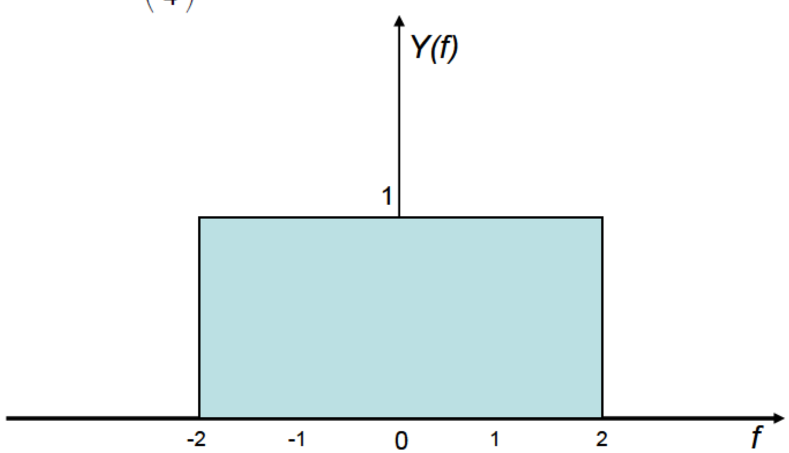
$$h(t) = 4\sin c(4t) \leftrightarrow rect\left(\frac{f}{4}\right) = H(f)$$

Άρα




Και επομένως το σήμα εξόδου είναι ουσιαστικά ένας τετραγωνικός παλμός ίδιας μορφής με τη συνάρτηση μεταφοράς, δηλαδή

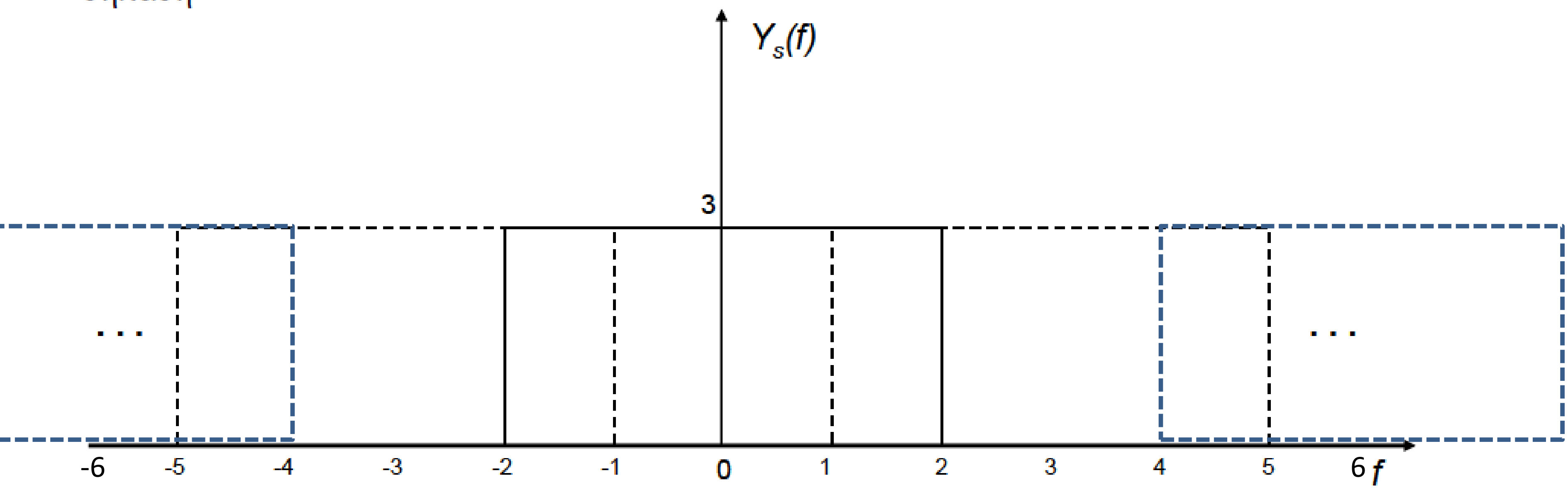
$$Y(f) = rect\left(\frac{f}{4}\right)$$



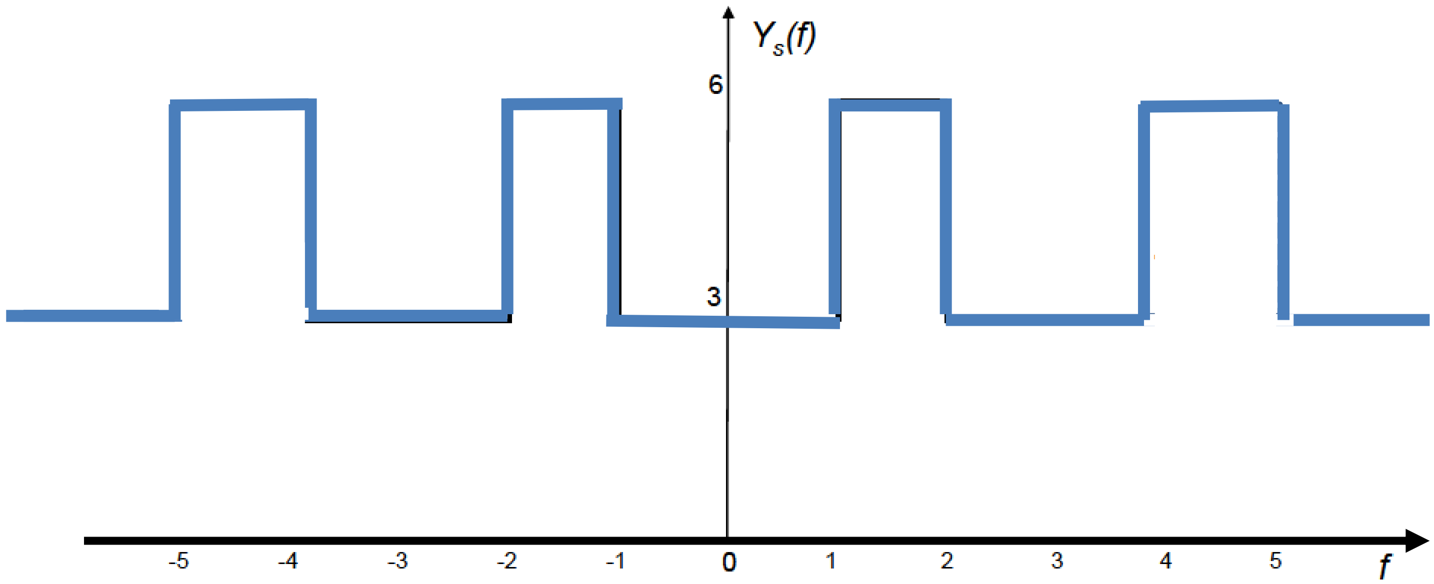
**(γ)**

$$Y_s(f) = fs\sum_{m=-\infty}^{+\infty} Y(f - mf_s) = 3\sum_{m=-\infty}^{+\infty} rect\left(\frac{f-3m}{4}\right) = 3\left[rect\left(\frac{f}{4}\right) + rect\left(\frac{f-3}{4}\right) + rect\left(\frac{f+3}{4}\right) + \ldots\right]$$

δηλαδή



και τελικά




Παρατηρούμε ότι έχει δημιουργηθεί αλλοίωση του σήματος (aliasing), που ήταν αναμενόμενη λόγω του ότι η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας του $Y(f)$ είναι

$f_s = 2f_{\max} = 4Hz$

ενώ εμείς κάναμε δειγματοληψία με 3Hz.

ΕΞ 2014Α

**ΘΕΜΑ 2**

Δίνεται το σήμα $x(t)=cos(2\pi f_1 t)+0.001\{\delta(t-t_2)+\delta(t+t_2)\}$, όπου $f_1=3000Hz$, $t_2=1/8000\ sec$.

(α) Να υπολογιστεί το φάσμα πλάτους του $x(t)$, $X(f)$ .

(β) Να διερευνηθεί αν το $x(t)$ είναι περιοδικό και να υπολογιστεί η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας Nyquist (αν υπάρχει).

(γ) Το σήμα $x(t)$ διέρχεται από κατάλληλο ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο και προκύπτει σήμα y(t) με ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας (Nyquist) ίση με $f_{s,min}= 4000Hz$. Να υπολογιστεί η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου, η συνάρτηση μεταφοράς του και η κρουστική του απόκριση.

(δ) Να υπολογιστεί το φάσμα πλάτους του σήματος Y(f) καθώς και η έκφραση του στο πεδίο του χρόνου y(t).

(ε) Το σήμα y(t) διαμορφώνει κατά συχνότητα (FM) με σταθερά απόκλισης συχνότητας $k_f= 100\pi$ συνημιτονικό φέρον σήμα πλάτους 10 Volt και συχνότητας 5MHz. Να προσδιορίσετε την έκφραση του διαμορφωμένου σήματος στο πεδίο του χρόνου και να υπολογίσετε το εύρος ζώνης του διαμορφωμένου σήματος. Να θεωρήσετε ότι η μέγιστη τιμή του y(t) περιορίζεται στα 5 Volt.

**(α)**

Το φάσμα γράφεται

$$\mathrm{X}(f) = \frac{1}{2}\left[\delta(f - f_1) + \delta(f + f_1)\right] + 0.001 \cdot 2\cos(2\pi t_2 f) =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\delta(f - 3000) + \delta(f + 3000)\right] + 0.001 \cdot 2\cos\left(2\pi \frac{1}{8000} f\right)$$

**(β)**

Το φάσμα είναι συνεχές άρα το σήμα δεν είναι περιοδικό.
Το σήμα δεν είναι περιορισμένου εύρους ζώνης άρα δεν μπορεί να εφαρμοστεί το κριτήριο Nyquist.

**(γ)**

Εφόσον $f_{s,min}$= *4000Hz*, η μέγιστη συχνότητα του σήματος (άρα και η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου) είναι 2000Hz.

Συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου

$$H(f) = rect\left(\frac{f}{4000}\right)$$

Κρουστική Απόκριση:

$$h(t) = 4000 \cdot \text{sinc}(4000t)$$

**(δ)**

Το φάσμα ισούται με:

$$Y(f) = H(f)\mathrm{X}(f) =$$

$$= rect\left(\frac{f}{4000}\right)\left\{\frac{1}{2}\left[\delta(f-3000)+\delta(f+3000)\right]+0.001\cdot 2\cos\left(2\pi\frac{1}{8000}f\right)\right\} =$$

$$= rect\left(\frac{f}{4000}\right)0.001\cdot 2\cos\left(2\pi\frac{1}{8000}f\right)$$

Η χρονική κυματομορφή ισούται με:

$$y(t) = \Im^{-1}\left\{rect\left(\frac{f}{4000}\right)0.001\cdot 2\cos\left(2\pi\frac{1}{8000}f\right)\right\} =$$

$$= 0.002\cdot\Im^{-1}\left\{rect\left(\frac{f}{4000}\right)\right\} * \Im^{-1}\left\{\cos\left(2\pi\frac{1}{8000}f\right)\right\} =$$

$$= 0.002\cdot 4000\mathrm{sinc}(4000t) * \left[\frac{1}{2}\left(\delta\left(t-\frac{1}{8000}\right)+\delta\left(t+\frac{1}{8000}\right)\right)\right] =$$

$$= 4\left[\mathrm{sinc}\left(4000\left(t-\frac{1}{8000}\right)\right)+\mathrm{sinc}\left(4000\left(t+\frac{1}{8000}\right)\right)\right]$$

**(ε)**
Η έκφραση του διαμορφωμένου σήματος στο πεδίο του χρόνου είναι η:

$$y_{FM}(t) = A_0 \cos\left[2\pi f_c t + k_f \int_{-\infty}^{t} y(\lambda)\, d\lambda\right] = 10\cos\left[2\pi 5\cdot 10^6 t + 100\pi \int_{-\infty}^{t} y(\lambda)\, d\lambda\right]$$

Εύρος ζώνης σήματος πληροφορίας : 2000Hz.
Η μέγιστη τιμή του στο πεδίο του χρόνου είναι 5 Volt.
Η μέγιστη απόκλιση συχνότητας είναι $\Delta f_{\max} = \dfrac{k_f}{2\pi} \max\left[\left|y(t)\right|\right] = \dfrac{100\pi}{2\pi} 5 = 250Hz$

Ο λόγος απόκλισης είναι

$$D = \frac{\Delta f_{\max}}{f_y} = \frac{250}{2000} = 0.125$$

Οπότε το εύρος ζώνης είναι

$$W = 2(D+1) f_y = 2(0.125+1)2000 = 4500Hz$$

## <u>ΘΕΜΑ 1</u>

ΕΞ 2015Β

Η έξοδος ενός διαμορφωτή ΑΜ είναι το σήμα: $x_{AM} = 5\cos^2(2000\pi t)\cos(6000\pi t)$

**α)** Αναγνωρίστε το σήμα πληροφορίας $x(t)$ και το φέρον στην παραπάνω έκφραση. ***(5 μονάδες)***

**β)** Να υπολογίσετε και να απεικονίσετε τα φάσματα πλάτους του φέροντος, του σήματος πληροφορίας και του διαμορφωμένου κατά ΑΜ σήματος. ***(8 μονάδες)***

**γ)** Να υπολογίσετε το δείκτη διαμόρφωσης μ. ***(7 μονάδες)***

***(Σύνολο μονάδων 20)***

**α)** Το διαμορφωμένο σήμα γράφεται με τη βοήθεια της τριγωνομετρικής ταυτότητας $\cos^2 A = \frac{1}{2}\left[1+\cos(2A)\right]$

ως εξής

$$x_{AM} = 5\cos^2(2000\pi t)\cos(6000\pi t) = \frac{5}{2}\left[1+\cos(4000\pi t)\right]\cos(6000\pi t)$$

Άρα το σήμα πληροφορίας είναι το

$x = \cos(4000\pi t) = \cos(2\pi 2000 t)$ και το φέρον είναι το

$$x_c = \frac{5}{2}\cos(6000\pi t) = \frac{5}{2}\cos(2\pi 3000 t)$$

**β)** Ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος πληροφορίας είναι

$$G(f) = \Im\left[x(t)\right] = \frac{1}{2}\left[\delta(f-2000)+\delta(f+2000)\right]$$

Ο μετασχηματισμός Fourier του φέροντος είναι

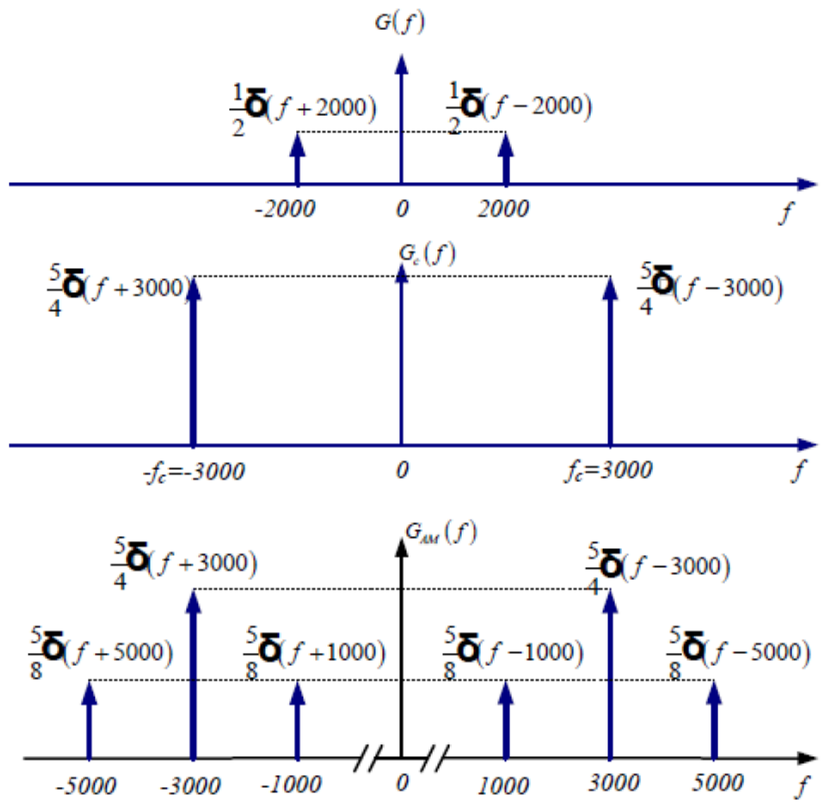
$$G_c(f) = \Im\left[x_c(t)\right] = \frac{5}{4}\left[\delta(f-3000)+\delta(f+3000)\right]$$

Ο μετασχηματισμός Fourier του διαμορφωμένου σήματος είναι

$$G_{AM}(f)=\frac{A_c}{2}\left[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)\right]+\frac{A_c}{2}\left[G(f-f_c)+G(f+f_c)\right]$$

$$=\frac{5}{4}\left[\delta(f-3000)+\delta(f+3000)\right]+\frac{5}{8}\left\{\begin{bmatrix}\delta(f-2000-3000)+\delta(f+2000-3000)+\\ \delta(f-2000+3000)+\delta(f+2000+3000)\end{bmatrix}\right\}$$

$$=\frac{5}{4}\left[\delta(f-3000)+\delta(f+3000)\right]+\frac{5}{8}\left\{\begin{bmatrix}\delta(f-5000)+\delta(f-1000)+\\ \delta(f+1000)+\delta(f+5000)\end{bmatrix}\right\}$$



**γ)** Για να ανακτηθεί ένα σήμα πληροφορίας το οποίο έχει διαμορφωθεί κατά τα AM Παρατηρούμε ότι για το σήμα πληροφορίας ισχύει ότι $|x(t)| \leq 1$, και μπορούμε να γράψουμε το διαμορφωμένο σήμα στη μορφή

$$x_{AM}(t) = \frac{5}{4}\left(1 + \cos(4000\pi t)\right)\cos(6000\pi t) = A(t)\cos(6000\pi t)$$

ο δείκτης διαμόρφωσης είναι

$$\mu = \frac{\max[A(t)] - \min[A(t)]}{\max[A(t)] + \min[A(t)]} = \frac{\frac{5}{2} - 0}{\frac{5}{2} + 0} = 1$$

## ΘΕΜΑ 2 ΕΞ 2015Β

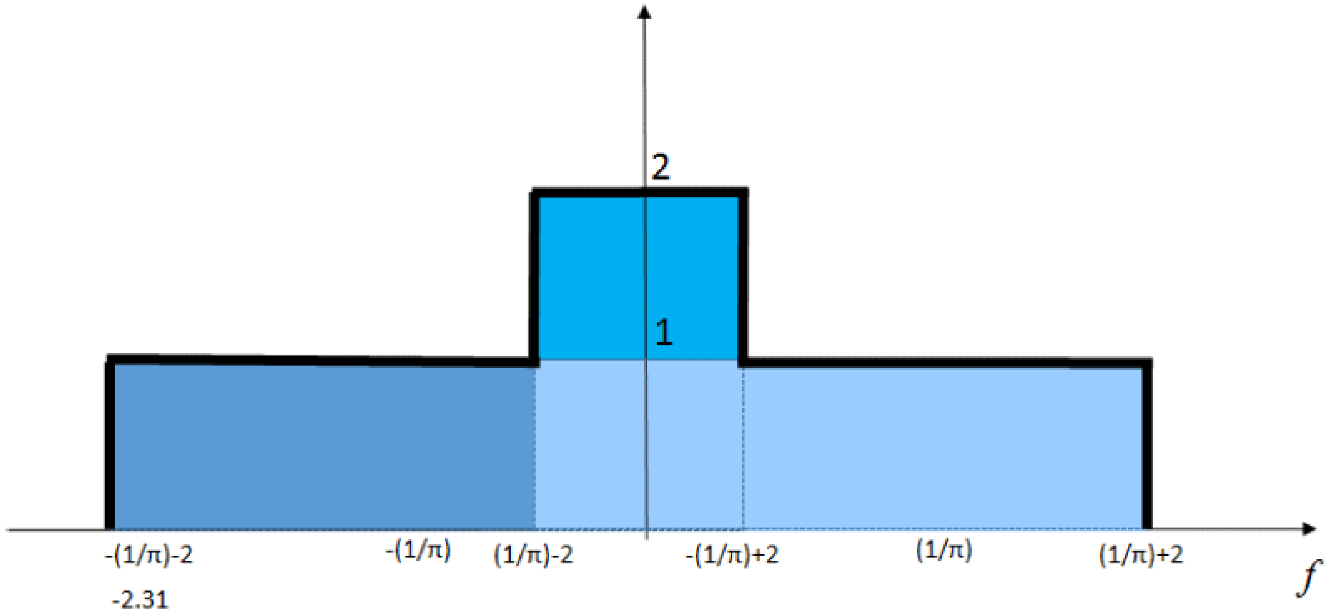
Με δεδομένο το σήμα $x(t) = 4sinc(4t)$ να υπολογίσετε την περίοδο (αν υπάρχει) και την ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας για καθένα από τα παρακάτω σήματα:

**α)** $x(t)2cos(2t)$ ***(7 μονάδες)***

**β)** $x^2(t)2cos(2t)$ ***(7 μονάδες)***

**γ)** $\dfrac{x^2(t)2cos(2t)}{\pi F^{-1}\left\{tri\left(\frac{f}{4}\right)\right\}}$ ***(6 μονάδες)***

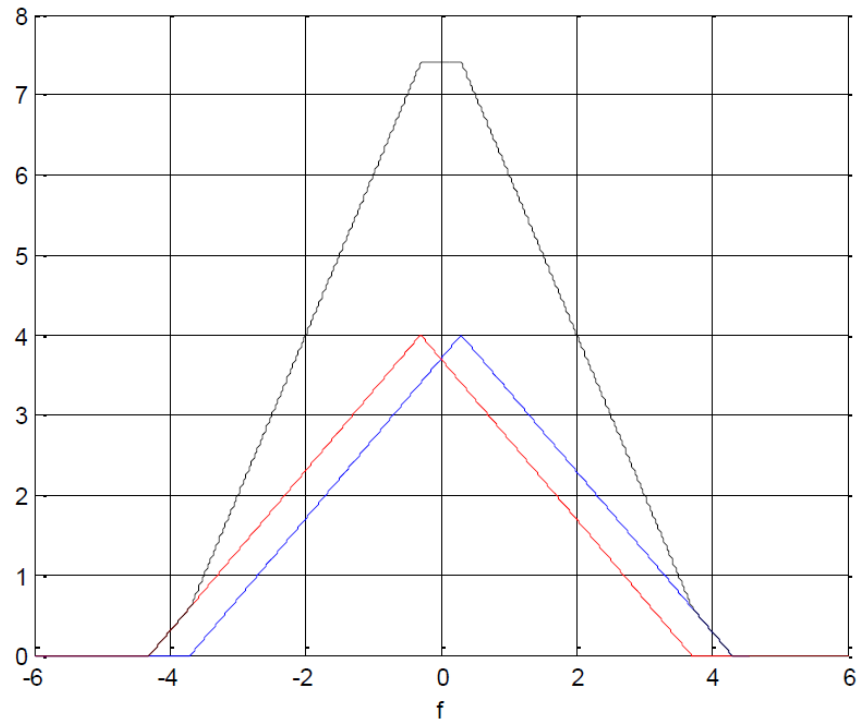
**α)** $x(t)2cos(2t) \overset{F}{\leftrightarrow} rect\left(\frac{f}{4}\right) * \left\{\delta\left(f-\frac{1}{\pi}\right)+\delta\left(f-\frac{1}{\pi}\right)\right\} = rect\left(\frac{f-\frac{1}{\pi}}{4}\right)+rect\left(\frac{f+\frac{1}{\pi}}{4}\right)$




Το σήμα δεν είναι περιοδικό γιατί εμφανίζει συνέχεια στη συχνότητα.
Η μέγιστη συχνότητα είναι $f_{max} = \frac{1}{\pi} + 2$ και επομένως $f_{s,min} = 2\left(\frac{1}{\pi} + 2\right)$

**β)** $x^2(t)2cos(2t) = 16sinc^2(4t)\ 2cos(2t) \overset{F}{\leftrightarrow} 4tri\left(\frac{f}{4}\right) * \left\{\delta\left(f-\frac{1}{\pi}\right)+\delta\left(f-\frac{1}{\pi}\right)\right\} =$

$$= 4\left\{tri\left(\frac{f-\frac{1}{\pi}}{4}\right)+tri\left(\frac{f+\frac{1}{\pi}}{4}\right)\right\}$$




Το σήμα δεν είναι περιοδικό γιατί εμφανίζει συνέχεια στη συχνότητα.

Η μέγιστη συχνότητα είναι $f_{max} = \frac{1}{\pi} + 4$ και επομένως $f_{s,min} = 2\left(\frac{1}{\pi}+4\right)$

**γ)** $\frac{x^2(t)2cos(2t)}{\pi F^{-1}\left\{tri\left(\frac{f}{4}\right)\right\}} = \frac{x^2(t)2cos(2t)}{\pi 4sinc^2(4t)} = \frac{4*4sinc^2(4t)2cos(2t)}{\pi 4sinc^2(4t)} = \frac{8}{\pi}cos(2t)$

Το σήμα αυτό είναι περιοδικό με συχνότητα 1/π, περίοδο π και $f_{s,min} = 2/\pi$

**<u>ΘΕΜΑ 1</u>** ΕΞ 2015Α

Να υπολογίσετε τις τιμές του α>0 για τις οποίες ισχύει η κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

**α)** Το σήμα $\cos(2\pi at)+\sin(2\pi f_2 t)$ είναι περιοδικό. ***(3 μονάδες)***

**β)** Το σήμα $\cos(2\pi f_1 t)*a\operatorname{sinc}(at)$ είναι περιοδικό. ***(3 μονάδες)***

**γ)** Ισχύει ότι $a\operatorname{sinc}(at)*g(t)=g(t)$ όπου $g(t)\xleftrightarrow{F}G(f)$ και $\begin{matrix} G(f)>0, |f|<60 \\ G(f)=0, |f|>60 \end{matrix}$ ***(4 μονάδες)***

**δ)** Η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας κατά Nyquist του $x(t)=a\operatorname{sinc}(at)\cdot 100a\operatorname{sinc}^2(100at)$ είναι 804Hz. ***(6 μονάδες)***

**ε)** Το εύρος ζώνης του σήματος που προκύπτει από διαμόρφωση FM συνημιτονικού φέροντος από σήμα πληροφορίας $x(t)=a\operatorname{sinc}^3(100t)$ με $k_f=50\pi$ είναι 600Hz. ***(6 μονάδες)***

*[<u>Υπόδειξη :</u> ο τελεστής ∗ αντιστοιχεί σε συνέλιξη]*

***(Σύνολο μονάδων 22)***

**(α)** Για το $\cos(2\pi a t)+\sin(2\pi f_2 t)$ έχουμε

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{f_2}}=\frac{f_2}{a}$$

Το σήμα θα είναι περιοδικό αν ο λόγος των περιόδων είναι ρητός δηλ.

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{f_2}}=\frac{f_2}{a}=\frac{m}{n}\Leftrightarrow a=\frac{n}{m}f_2$$

**(β)** Έχουμε:

$\cos(2\pi f_1 t) * a \sin c(at) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_1)+\delta(f+f_1)\right]\cdot rect\left(\frac{f}{a}\right)$ δηλ. διέλευση ενός τόνου από βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής α/2.

Για να είναι περιοδικό το $\cos(2\pi f_1 t)\cdot a \sin c(at)$ θα πρέπει η συχνότητα $f_1$ να είναι μικρότερη από το εύρος ζώνης του φίλτρου δηλ $f_1 \le \frac{a}{2} \Leftrightarrow a \ge 2 f_1$

**(γ)** $a\sin c(at)*g(t)\xleftrightarrow{F} rect\left(\frac{f}{a}\right)G(f)$ δηλ. διέλευση του φάσματος G(f) από βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής α/2.

$rect\left(\frac{f}{a}\right)G(f)=G(f)$ δηλ. το G(f) διέρχεται αυτούσιο από το φίλτρο εφόσον $\frac{a}{2}\geq 60 \Leftrightarrow a\geq 120$

**(δ)** Η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας κατά Nyquist του $x(t) = a\sin c(at)\cdot 100a\sin c^2(100at)$ είναι 804Hz

Είναι

$$x(t) = a\sin c(at)\cdot 100a\sin c^2(100at) \xleftrightarrow{F} rect\left(\frac{f}{a}\right) * tri\left(\frac{f}{100a}\right) = X(f)$$

Η μέγιστη συχνότητα της συνέλιξης των 2 φασμάτων αντιστοιχεί στο άθροισμα των επιμέρους μέγιστων συχνοτήτων , δηλ. $f_{\max} = \frac{a}{2} + 100a = \frac{201a}{2}$

Συνεπώς, η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας είναι $f_{s,\min} = 2\frac{201a}{2} = 201a = 804 \Leftrightarrow a = 4$

**(ε)** $x(t) = a\sin c^3(100t) = a \cdot \mathrm{sinc}(100t)\mathrm{sinc}^2(100t) \xleftrightarrow{F} a\frac{1}{100}rect\left(\frac{f}{100}\right) * \frac{1}{100}tri\left(\frac{f}{100}\right)$

Μέγιστο πλάτος : α
Εύρος ζώνης: 50+100=150Hz

Μέγιστη απόκλιση συχνότητας $\Delta f_{\max} = \frac{k_f}{2\pi}\max\left(\left|x(t)\right|\right) = \frac{50\pi}{2\pi}\alpha = 25\alpha Hz$

και ο λόγος απόκλισης είναι

$$D = \frac{25a}{150} = \frac{a}{6}$$

Άρα με βάση τον κανόνα Carson έχουμε:

$$W = 2\left(\frac{a}{6}+1\right)\cdot 150\ Hz = 600\ Hz \Leftrightarrow \frac{a}{6}+1 = 2 \Leftrightarrow a = 6$$

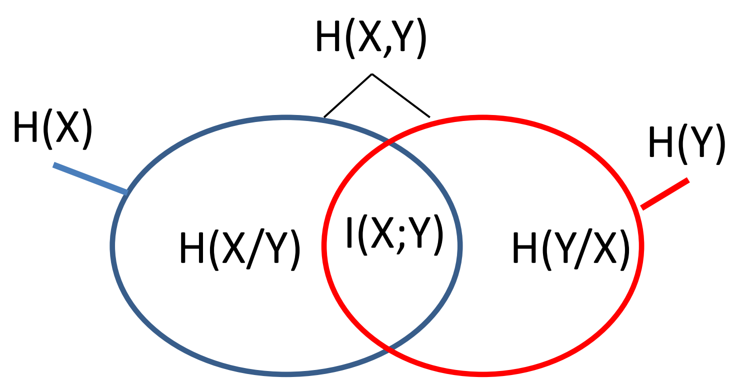
# Θεωρία Πληροφορίας

## ΘΕΜΑ 4

ΕΞ 2013Β

Θεωρούμε την τυχαία μεταβλητή $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, η οποία αναπαριστά το αλφάβητο πηγής χωρίς μνήμη και αποτελεί την είσοδο καναλιού επικοινωνίας και την τυχαία μεταβλητή $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ που αναπαριστά την έξοδο του ίδιου καναλιού επικοινωνίας. Να αιτιολογήσετε αν μπορεί να είναι σωστές ή αν είναι εσφαλμένες οι ακόλουθες προτάσεις:

1. $H(X) = H(Y) = 2$ bits,
2. $H(X) = H(Y) = a < 2$ bits,
3. $C = H(Y)$, όπου C η χωρητικότητα του καναλιού επικοινωνίας,
4. $C + H(X/Y) \geq H(X)$,
5. $H(X) > H(Y) > L$, όπου L το μέσο μήκος των κωδικών λέξεων κώδικα Huffman της πηγής X.
6. $H(X,Y) = -4$ bits,
7. $I(X;Y) > L$ bits, όπου L το μέσο μήκος των κωδικών λέξεων του κώδικα της πηγής.
8. $I(X;Y) = 1$ bit,
9. $I(X;Y) = 0$ bits,
10. $C < I(X;Y)$.



Θεωρούμε την τυχαία μεταβλητή $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, η οποία αναπαριστά το αλφάβητο πηγής χωρίς μνήμη και αποτελεί την είσοδο καναλιού επικοινωνίας και την τυχαία μεταβλητή $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ που αναπαριστά την έξοδο του ίδιου καναλιού επικοινωνίας. Να αιτιολογήσετε αν μπορεί να είναι σωστές ή αν είναι εσφαλμένες οι ακόλουθες προτάσεις:

1. $H(X) = H(Y) = 2$ bits,

1. $H(X) = H(Y) = 2$ bits, είναι σωστό για ισοπίθανες εισόδους και αθόρυβο κανάλι,

2. $H(X) = H(Y) = a < 2$ bits,

2. $H(X) = H(Y) = a < 2$ bits, είναι σωστό για μη ισοπίθανες εισόδους και αθόρυβο κανάλι ή μη ισοπίθανες εισόδους και ενθόρυβο κανάλι με τέτοιο πίνακα μετάβασης όμως που οδηγεί σε ίδιες, αλλά με άλλη διάταξη, πιθανότητες των συμβόλων εξόδου του καναλιού,

3. $C = H(Y)$, όπου C η χωρητικότητα του καναλιού επικοινωνίας,

3. $C = H(Y)$, σωστό για αθόρυβο κανάλι και ισοπίθανες εισόδους,

4. $C + H(X/Y) \geq H(X)$,

4. $C + H(X/Y) \geq H(X)$, σωστό, αφού η δεδομένη ανισωτική σχέση γράφεται $C \geq H(X) - H(X/Y) = I(X;Y)$ που ισχύει (ορισμός της χωρητικότητας),

5. $H(X) > H(Y) > L$, όπου L το μέσο μήκος των κωδικών λέξεων κώδικα Huffman της πηγής X.

5. $H(X) > H(Y) > L$, λάθος, αφού αν και η εντροπία της εισόδου μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την εντροπία της εξόδου ενθόρυβου καναλιού, δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη του μέσου μήκους των κωδικών λέξεων κώδικα πηγής του αλφάβητου εισόδου (η εντροπία αποτελεί το όριο της συμπίεσης που μπορεί να επιτευχθεί).

6. $H(X,Y) = -4\text{bits},$

6. $H(X,Y) = -4$, λάθος, αφού η εντροπία είναι μη αρνητική ποσότητα,

7. $I(X;Y) > L$ bits, όπου L το μέσο μήκος των κωδικών λέξεων του κώδικα της πηγής.

7. $I(X;Y) > L$, λάθος, αφού η αμοιβαία πληροφορία είναι μικρότερη ή ίση της εντροπίας της εισόδου, ενώ το $L \geq H(X)$,

8. $I(X;Y)=1\,\text{bit}$,

8. $I(X;Y)=1$, σωστό για κατάλληλες ακραίες και υπό συνθήκη πιθανότητες των συμβόλων εισόδου και εξόδου του καναλιού,

9. $I(X;Y) = 0\text{bits}$,

9. $I(X;Y) = 0$, είναι σωστό για εξόδους ανεξάρτητες από τις εισόδους,

10. $C < I(X;Y)$.

10. $C < I(X;Y)$, λάθος, αφού η χωρητικότητα είναι ίση με τη μέγιστη αμοιβαία πληροφορία μεταξύ εισόδου και εξόδου του καναλιού.

ΕΞ 2015Α

## ΘΕΜΑ 5

Δίνεται ένα διακριτό κανάλι επικοινωνίας χωρίς μνήμη. Το κωδικό αλφάβητο συμβόλων στην είσοδο του καναλιού δίνεται από την τυχαία μεταβλητή $X = \{x_1, x_2\}$. Το κωδικό αλφάβητο συμβόλων στην έξοδο του καναλιού δίνεται από την τυχαία μεταβλητή $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\}$. Η υπό συνθήκη συνάρτηση πιθανότητα μάζας $P(Y = y_j/X = x_i)$, όπου $x_i = x_1, x_2$ και $y_i = y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$ δίνεται από τον παρακάτω πίνακα

$$P(Y/X) = \begin{bmatrix} 1/4 & a & 4/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & \beta \end{bmatrix}$$

**α)** Να προσδιορισθεί ο πίνακας μετάβασης P(Y/X) αφού προσδιοριστούν οι τιμές των α και β και να παρασταθεί το διάγραμμα καταστάσεων του καναλιού. ***(3 μονάδες)***

**β)** Να υπολογιστεί η χωρητικότητα του καναλιού καθώς και οι πιθανότητες εμφάνισης συμβόλων εισόδου που επιτυγχάνουν τη χωρητικότητα του καναλιού. ***(7 μονάδες)***

**γ)** Να υπολογιστεί η αβεβαιότητα *H(X/Y)*. ***(4 μονάδες)***

**δ)** Να υπολογιστεί ποια/ποιες από τις εξόδους $y_i = y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$ έχουν το μέγιστο ποσό πληροφορίας και ποια/ποιες το ελάχιστο; ***(4 μονάδες)***

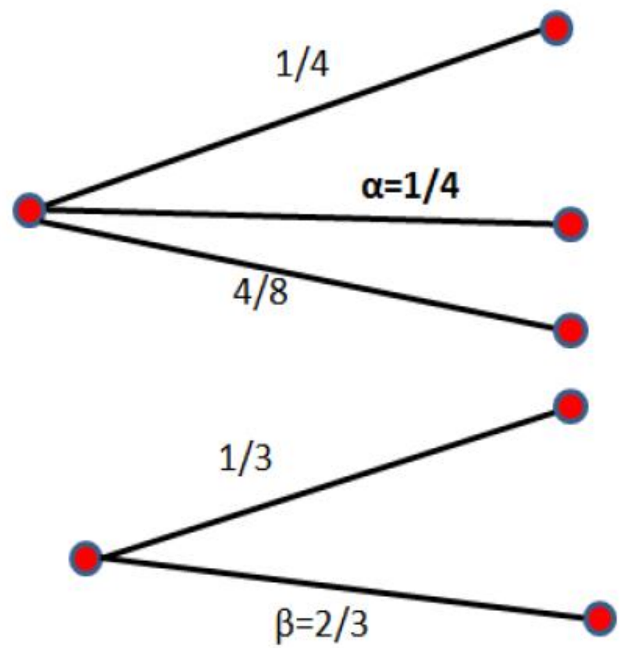
***(Σύνολο μονάδων 18)***

**α).** Γνωρίζω ότι πρέπει να ισχύει

- $\frac{1}{4} + a + \frac{4}{8} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$
- $\frac{1}{3} + \beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{2}{3}$

Και επομένως ο πίνακας μετάβασης δίνεται ως

$$P(Y/X) = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & 4/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$$



**β).** Όπως αναφέρεται και στο βιβλίο, *σελ. 89, "Τόμος Α : Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης"* το κανάλι εμφανίζεται ως ενθόρυβο αλλά επειδή από το σύμβολο εξόδου μπορούμε να συμπεράνουμε με βεβαιότητα το σύμβολο εισόδου και επομένως το κανάλι είναι στην ουσία ΑΘΟΡΥΒΟ αφού για κάθε σύμβολο εξόδου γνωρίζουμε με βεβαιότητα σύμβολο εισόδου.

Άρα η χωρητικότητα του καναλιού είναι ίση με **C=1 bit/μετάδοση**

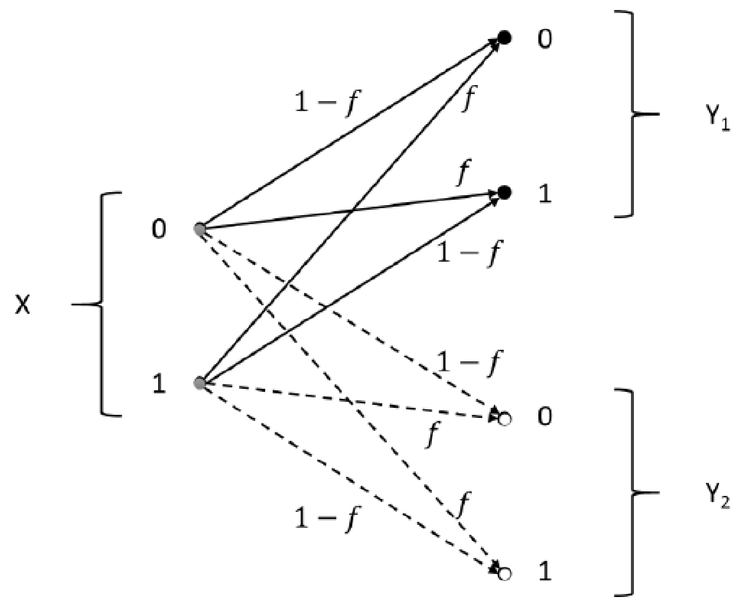
**γ).** Αφού μπορούμε με βεβαιότητα από το σύμβολο εξόδου να συμπεράνουμε το σύμβολο εισόδου, τότε ισχύει $H(X/Y)=0$. Εναλλακτικά από τον τύπο $I(X;Y)=H(X)-H(X/Y)$ και επειδή το κανάλι μας είναι άνευ θορύβου και άρα $I(X;Y)=H(X)$ συνεπάγεται ότι $H(X/Y)=0$.

**δ).** Οι πιθανότητες των συμβόλων εισόδου όπως δίνεται και στο βιβλίο, σελ. 90, οι πιθανότητες είναι
$$p(x_1) = p((x_2) = 1/2$$

***ε).*** Οι πιθανότητες των εξόδων $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$
$$p(y_1) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_1}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_1}{x_2}\right) = (1/2) \cdot (1/4) + (1/2) \cdot 0 = 1/8$$
$$p(y_2) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_2}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_2}{x_2}\right) = (1/2) \cdot (1/4) + (1/2) \cdot 0 = 1/8$$
$$p(y_3) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_3}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_3}{x_2}\right) = (1/2) \cdot (4/8) + (1/2) \cdot 0 = 4/16$$
$$p(y_4) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_4}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_4}{x_2}\right) = (1/2) \cdot 0 + (1/2) \cdot (1/3) = 1/6$$
$$p(y_5) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_5}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_5}{x_2}\right) = (1/2) \cdot 0 + (1/2) \cdot (2/3) = 1/3$$
Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι το μέγιστο ποσό πληροφορίας έχουν οι έξοδοι y1 και y2 γιατί έχουν την ελάχιστη τιμή πιθανότητας εμφάνισης ενώ το ελάχιστο η έξοδος y5 γιατί έχει την μέγιστη τιμή πιθανότητας εμφάνισης.

**ΘΕΜΑ 4** ΕΞ2014Α

Θεωρούμε ένα διακριτό κανάλι χωρίς μνήμη με μία είσοδο και δύο εξόδους οι οποίες αντιστοιχούν σε δύο διαφορετικούς δέκτες. Ο πομπός έχει στη διάθεσή του δύο σύμβολα, έστω X=0 και X=1 και συνδέεται με κάθε έναν από τους δέκτες μέσω δυαδικού συμμετρικού καναλιού (BSC) με παράμετρο $f \le \frac{1}{2}$, όπως φαίνεται στο Σχήμα, όπου θεωρούμε επίσης ότι κάθε μία από τις τ.μ. $Y_1$ και $Y_2$ παίρνουν τιμές από το σύνολο {0,1}. Δηλαδή όταν υπάρχει ένα σύμβολο εισόδου προς μετάδοση αυτό στέλνεται και στα **2 κανάλια ταυτόχρονα**.




Σχήμα : Δύο ανεξάρτητα BSC με κοινή είσοδο

Τα δύο δυαδικά συμμετρικά κανάλια είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα, δηλαδή $p(y_1, y_2 / x) = p(y_1 / x) \cdot p(y_2 / x)$.

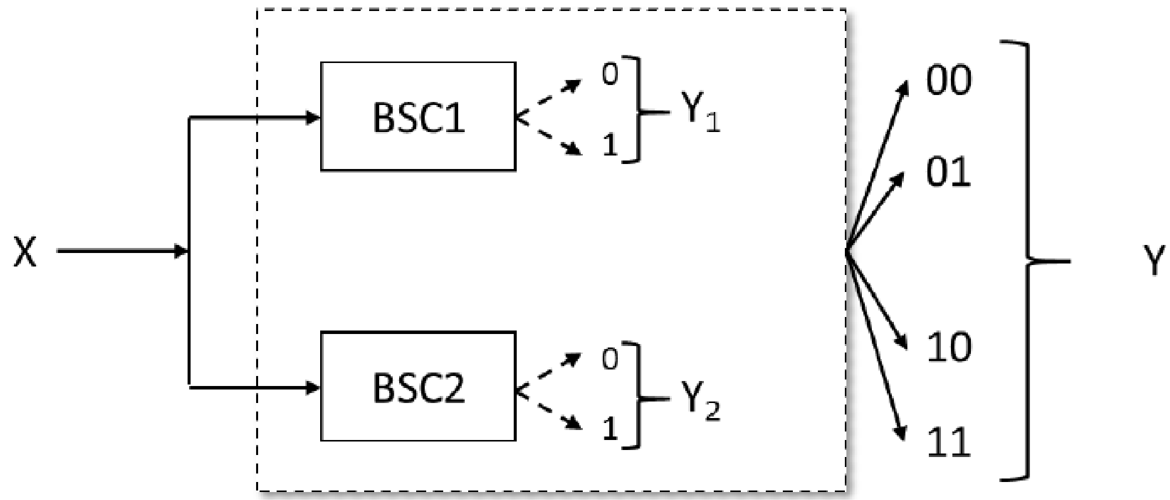
**α)** Ποιος είναι ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης (η χωρητικότητα του καναλιού), που μπορούμε να επιτύχουμε για κάθε ένα από τα κανάλια BSC ξεχωριστά και ποια η κατανομή εισόδου που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε

**Απάντηση**

**α)** Επειδή κάθε ένα από τα δύο κανάλια συμπεριφέρεται σαν δυαδικό συμμετρικό κανάλι τότε ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης ανά κανάλι είναι ίσος με τη χωρητικότητα του καναλιού. Επομένως μπορούμε να μεταδώσουμε με χωρητικότητα C=1-H(f)

Η κατανομή που πρέπει να χρησιμοποιηθεί είναι η ομοιόμορφη.

**β)** Έστω τώρα ότι μπορούμε να παρατηρήσουμε και τις δύο εξόδους, $Y_1$ και $Y_2$ σαν μία ενιαία έξοδο Y όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.




*(i)* Να αποδείξετε ότι ο πίνακας μετάβασης του συνδυασμένου καναλιού με είσοδο την X και έξοδο την Y είναι ο παρακάτω

$$
P = \begin{array}{c} \\ \\ X\ 0 \\ X\ 1 \end{array}
\begin{array}{cccc} Y_1Y_2 & Y_1Y_2 & Y_1Y_2 & Y_1Y_2 \\ 0\,0 & 0\,1 & 1\,0 & 1\,1 \\ \end{array}
$$

$$
P = \begin{array}{c} X\ 0 \\ X\ 1 \end{array}\begin{bmatrix} (1-f)^2 & f(1-f) & f(1-f) & f^2 \\ f^2 & f(1-f) & f(1-f) & (1-f)^2 \end{bmatrix}
$$

*(Υπόδειξη: Θεωρείστε ότι ο συνδυασμός των δύο εξόδων $Y_1$ και $Y_2$ δημιουργεί μία έξοδο Y η οποία έχει ως σύμβολα εξόδου τα {00,01,10,11} . Στη συνέχεια κάντε χρήση της ανεξαρτησίας των δύο καναλιών όπως αναφέρεται στην εκφώνηση παραπάνω. Προσοχή! Η σχέση ανεξαρτησίας $p(y_1, y_2 / x) = p(y_1 / x) \cdot p(y_2 / x)$. που δόθηκε παραπάνω δεν σημαίνει ότι η αμοιβαία πληροφορία I(X;Y) είναι το άθροισμα των επιμέρους καναλιών.)*

**β)**

**(i)**

Για να βρούμε τον πίνακα μετάβασης P πρέπει να βρούμε τις πιθανότητες μετάβασης P(Y/X) δηλαδή τις p(Y=00/X=0), p(Y=01/X=0), p(Y=10/X=0), p(Y=11/X=0) και p(Y=00/X=1), p(Y=01/X=1), p(Y=10/X=1), p(Y=11/X=1)

Από την ανεξαρτησία των καναλιών όπου ισχύει ότι $p\left(y_1, y_2 / x\right) = p\left(y_1 / x\right) \cdot p\left(y_2 / x\right)$ οπότε έχουμε

$p(Y=00/X=0) = p(Y_1=0, Y_2=0/X=0) = p(Y_1=0/X=0).\ p(Y_1=0/X=0)=(1-f)(1-f)=(1-f)^2.$

Ομοίως υπολογίζουμε και τις υπόλοιπες πιθανότητες μετάβασης

p(Y=01/X=0) = f(1-f).

p(Y=10/X=0) = f(1-f).

p(Y=11/X=0) = $f^2$.

p(Y=00/X=1) = $f^2$.

p(Y=01/X=1) = f(1-f).

p(Y=10/X=1) = f(1-f).

p(Y=11/X=0) = $(1-f)^2$.

Άρα ο πίνακας μετάβασης P είναι

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} \quad 00 \quad & \quad 01 \quad & \quad 10 \quad & \quad 11 \quad \end{array} \\
P = & \begin{bmatrix} (1-f)^2 & f(1-f) & f(1-f) & f^2 \\ f^2 & f(1-f) & f(1-f) & (1-f)^2 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

***(ii)*** Ποιος είναι ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης (χωρητικότητα του καναλιού), που μπορούμε να επιτύχουμε για το συνδυασμένο κανάλι με f=0.2 αν γνωρίζουμε ότι η αμοιβαία πληροφορία μεγιστοποιείται για ισοπίθανα σύμβολα εισόδου

*(Δίδονται οι τιμές των λογαρίθμων log0.64=-0.644, log0.16=-2.644, log0.04=-4.644, log0.34=-1.556)*

**(ii)**

Ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης που μπορεί να επιτευχθεί ισούται με την χωρητικότητα του καναλιού που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι η αμοιβαία πληροφορία για ισοπίθανα σύμβολα εισόδου. Αρκεί λοιπόν να βρούμε

$$I(X;Y)=H(Y)-H(Y/X) \text{ όπου } P(X=0)=P(X=1)=1/2.$$

Επειδή f=0.2 ο παραπάνω πίνακας μετάβασης παίρνει την μορφή

$$P=\begin{bmatrix}0.64 & 0.16 & 0.16 & 0.04\\ 0.04 & 0.16 & 0.16 & 0.64\end{bmatrix}$$

Με βάση τα παραπάνω θα πρέπει να υπολογίσουμε τα H(Y/X) και H(Y)

$$H(Y/X)=H(Y/X=0)\cdot P(X=0)+H(Y/X=1)\cdot P(X=1)=\frac{1}{2}\left[H(Y/X=0)+H(Y/X=1)\right]$$

Αλλά τα H(Y/X=0) = H(Y/X=1) λόγω του ότι οι δύο σειρές του πίνακα είναι ίδιες και άρα H(Y/X)=H(Y/X=0) ή ισοδύναμα H(Y/X)=H(Y/X=1). Άρα αρκεί να υπολογίσουμε μόνο τη μία, π.χ. H(Y/X=0)

$$H(Y/X=0)=-\sum_{i\in\{00,01,10,11\}}P(Y=i/X=0)\log\left(P(Y=i/X=0)\right)$$

$$H(Y/X=0)=-(0.64\log 0.64+0.16\log 0.16+0.16\log 0.16+0.04\log 0.04)$$

$$H(Y/X=0)=1.444$$

Άρα

$$H(Y/X) = H(Y/X=0) = 1.444 \text{ bits}$$

Τέλος αρκεί αν υπολογίσουμε την H(Y) η οποία προκύπτει από τη σχέση

$$P_Y\left(y_j\right) = \sum_{i=0}^{1} P\left(X = i\right)\left[P_{ij}\right],\ j \in \left\{00, 01, 10, 11\right\}$$

Δηλαδή

P(00)= ½ * 0.64 + ½ * 0.04 = 0.34
P(01)= ½ * 0.16 + ½ * 0.16 = 0.16
P(10)= ½ * 0.16 + ½ * 0.16 = 0.16
P(11)= ½ * 0.04 + ½ * 0.64 = 0.34

Άρα

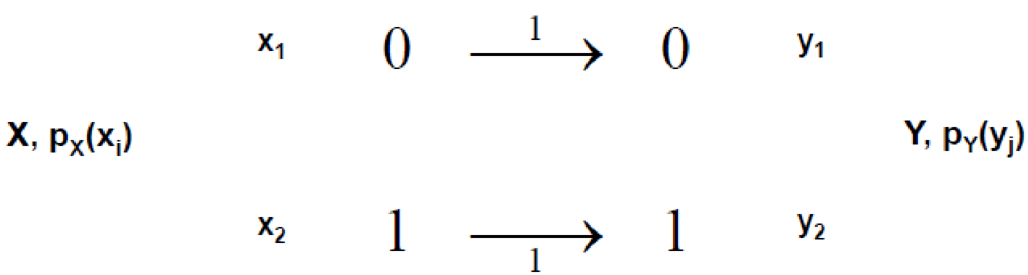
$$H\left(Y\right) = -\left(0.34\log 0.34 + 0.16\log 0.16 + 0.16\log 0.16 + 0.34\log 0.34\right)$$

H(Y)= 1.904 bits

Συνεπώς η χωρητικότητα του καναλιού είναι **C=1.904-1.444 = 0.46 bits.**

Τυπολόγιο με διάφορες κατηγορίες καναλιών (από τις διαφάνειες της $4^{ης}$ ΟΣΣ)

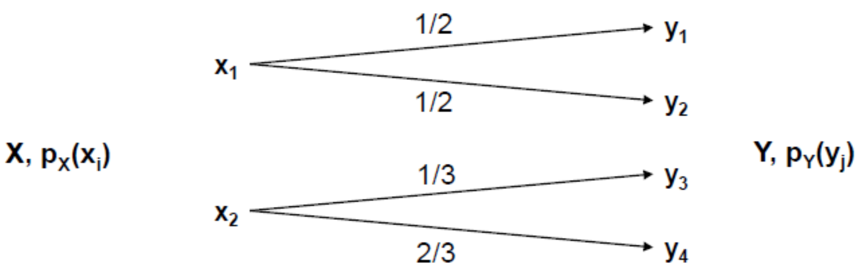
## Δυαδικό κανάλι χωρίς θόρυβο




- $C(Q)=\max_{P_X} I(X;Y)=1$ bit, Προσοχή: $I(X,Y)=H(X)$

$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)] = [p_x(0) \quad p_x(1)]\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Ενθόρυβο κανάλι με μη επικαλυπτόμενες εξόδους

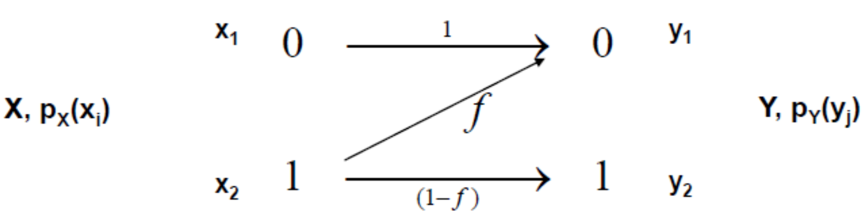



$C(Q)=\max_{P_X} I(X;Y)=1$ bit

$$[p_Y(y_1) \quad p_Y(y_2) \quad p_Y(y_3) \quad p_Y(y_4)] = [p_x(x_1) \quad p_x(x_2)]\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$$



## Το κανάλι Z



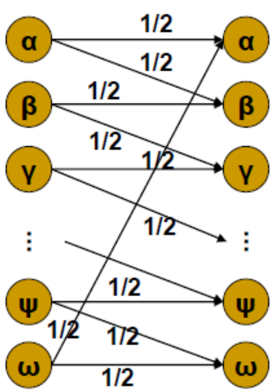

Αν θέσουμε $p_X(x_1=0)=1-\pi$, και $p_X(x_2=1)=\pi$, τότε από τα $p_Y(y_i)$, i=1,2 δίνονται από τους τύπους (βλ. διαφάνεια 11) τότε

- $H(Y)=H((1-f)\pi)$
- $H(Y/X)=\pi^*H(Y/X=1)=\pi^*H(f)$

Οπότε $\max I(X;Y)=\max(H(Y)-H(Y/X))$
$=\max(H((1-f)\pi) - \pi^*H(f))$

$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)] = [p_x(0) \quad p_x(1)]\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ f & 1-f \end{bmatrix}$$

- *Ενθόρυβη Γραφομηχανή*
  - {α,β,γ,δ,...,χ,ψ,ω}



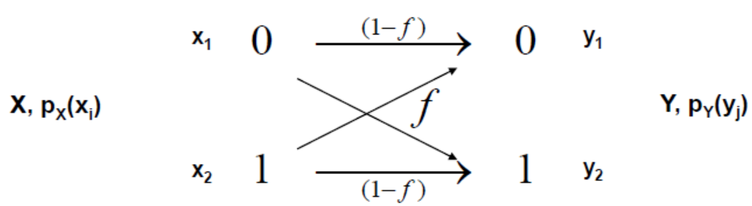

$$
\begin{array}{c|ccccccccc}
 & \alpha & \beta & \gamma & \delta & \varepsilon & \cdots & \chi & \psi & \omega \\
\hline
\alpha & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\beta & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\gamma & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\delta & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\chi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1/2 & 1/2 & 0 \\
\psi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1/2 & 1/2 \\
\omega & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1/2
\end{array}
$$

Παρατηρούμε ότι κάθε ένα γράμμα είτε λαμβάνεται σωστά είτε λαμβάνεται το επόμενό του με πιθανότητα ½. Με δεδομένο ότι έχουμε 24 διαφορετικά σύμβολα εάν μεταδίδαμε μόνο κάθε δεύτερο σύμβολο δηλ. β,δ,ζ,θ,...,χ,ω, τότε μόνο αυτά τα 12 σύμβολα από τα 24 θα μπορούσαν να μεταδοθούν και στη συνέχεια να αποκωδικοποιηθούν χωρίς σφάλματα. Με άλλα λόγια η χωρητικότητα του καναλιού είναι log12 bits

Στο ίδιο συμπέρασμα θα καταλήγαμε εάν χρησιμοποιούσαμε τον ορισμό

- $\boxed{\max_{P_X} I(X;Y)=\max_{P_X} [H(Y)-H(Y/X)]=\max_{P_X} H(Y) -1=\log 24-1=\log 12}$

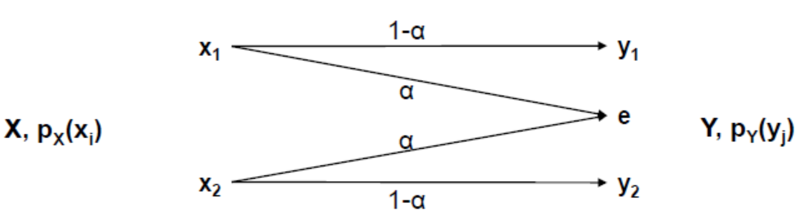
- *Δυαδικό συμμετρικό κανάλι*




$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)]=[p_x(0) \quad p_x(1)]\begin{bmatrix}1-f & f\\ f & 1-f\end{bmatrix}$$

- $I(X;Y)=H(Y)-H(Y/X)$
  $=H(Y)-\sum p(x)H(Y/X=x)$
  $=H(Y)- \sum p(x)H(f)$
  $=H(Y)-H(f)$
  $\boxed{\leq 1-H(f)}$

*Δυαδικό κανάλι με αποσβέσεις*




$$[p_Y(y_1) \quad p_Y(e) \quad p_Y(y_2)]=[p_x(x_1) \quad p_x(x_2)]\begin{bmatrix}1-a & a & 0\\ 0 & a & 1-a\end{bmatrix}$$

max $I(X;Y)=\max(H(Y)-H(Y/X))$
$=\max(H(Y)-H(\alpha))$
$=\max H(Y)-H(\alpha)$

Θα μπορούσε να είναι max $H(Y)=\log 3$ αλλά αυτή η τιμή δεν είναι εφικτή για καμμία τιμή της $p_X(x_i)$, i=1,2

Αν θέσουμε $p_X(x_1)=1-\pi$, και $p_X(x_2)=\pi$, τότε από τα $p_Y(y_i)$, i=1,e,2 δίνονται από τους τύπους (βλ. διαφάνεια 10) τότε

- $\max H(Y)=\max H((1-\alpha)\pi,\alpha,(1-\alpha)(1-\pi))=\max[(1-\alpha)*H(\pi)+H(\alpha)]=(1-\alpha)*\max H(\pi)+H(\alpha)$

Οπότε προκύπτει ότι

- $\boxed{\max I(X;Y)=\max H(Y)-H(\alpha)=(1-\alpha)*\max_{\pi=1/2} H(\pi)+H(\alpha)-H(\alpha)=1-\alpha}$

ΕΞ2014Α

## Θέμα 3

Δίνονται οι ακόλουθοι κώδικες

| | Κώδικας 1 | | Κώδικας 2 | | Κώδικας 3 | | Κώδικας 4 | | Κώδικας 5 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **Πιθανότητα** | | **Πιθανότητα** | | **Πιθανότητα** | | **Πιθανότητα** | | **Πιθανότητα** |
| **S1** | 00 | 0.6 | 1 | 0.55 | 11 | 0.3 | 10 | 0.45 | 0 | 0.5 |
| **S2** | 10 | 0.2 | 01 | 0.25 | 10 | 0.25 | 00 | 0.30 | 01 | 0.25 |
| **S3** | 00 | 0.1 | 001 | 0.15 | 00 | 0.2 | 11 | 0.15 | 011 | 0.15 |
| **S4** | 11 | 0.1 | 000 | 0.05 | 010 | 0.1 | 110 | 0.10 | 0111 | 0.10 |
| **S5** | | | | | 0111 | 0.1 | | | | |
| **S6** | | | | | 0110 | 0.05 | | | | |

α) Ζητείται να εξεταστεί, οι ακόλουθοι κώδικες σε ποια(-ες) κατηγορία(-ες) ανήκουν: Ι). Μη ιδιάζοντες ΙΙ). Μοναδικά αποκωδικοποιήσιμοι ΙΙΙ). Αμεσοι.

Ποιοι από αυτούς τους κώδικες θα μπορούσε να είναι κώδικες Huffman.

β). Για τους κώδικες Huffman που βρέθηκαν στο προηγούμενο ερώτημα, να προτείνετε κατάλληλες κατανομές πιθανοτήτων των συμβόλων της πηγής που τους κωδικοποιούν.

γ). Για τους κώδικες Huffman, που τυχόν βρέθηκαν, να υπολογίσετε την επίδοση του καθενός κώδικα Huffman.

| | Κώδικας 1 | | Κώδικας 2 | | Κώδικας 3 | | Κώδικας 4 | | Κώδικας 5 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα |
| **S1** | 00 | 0.6 | 1 | 0.55 | 11 | 0.3 | 10 | 0.45 | 0 | 0.5 |
| **S2** | 10 | 0.2 | 01 | 0.25 | 10 | 0.25 | 00 | 0.30 | 01 | 0.25 |
| **S3** | 00 | 0.1 | 001 | 0.15 | 00 | 0.2 | 11 | 0.15 | 011 | 0.15 |
| **S4** | 11 | 0.1 | 000 | 0.05 | 010 | 0.1 | 110 | 0.10 | 0111 | 0.10 |
| **S5** | | | | | 0111 | 0.1 | | | | |
| **S6** | | | | | 0110 | 0.05 | | | | |

- Ο Κώδικας 1 ΔΕΝ είναι «Μη Ιδιάζων» καθώς υπάρχουν δύο Κωδικές λέξεις όμοιες («00») μεταξύ τους και επομένως ο Κώδικας ΔΕΝ είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» αφού όμοιες Κωδικές Λέξεις οδηγούν σε όμοιες δυνατές ακολουθίες. Τέλος ο Κώδικας 1 ΔΕΝ είναι «Αμεσος» αφού δεν είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος».

| | Κώδικας 1 | | Κώδικας 2 | | Κώδικας 3 | | Κώδικας 4 | | Κώδικας 5 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα |
| **S1** | 00 | 0.6 | 1 | 0.55 | 11 | 0.3 | 10 | 0.45 | 0 | 0.5 |
| **S2** | 10 | 0.2 | 01 | 0.25 | 10 | 0.25 | 00 | 0.30 | 01 | 0.25 |
| **S3** | 00 | 0.1 | 001 | 0.15 | 00 | 0.2 | 11 | 0.15 | 011 | 0.15 |
| **S4** | 11 | 0.1 | 000 | 0.05 | 010 | 0.1 | 110 | 0.10 | 0111 | 0.10 |
| **S5** | | | | | 0111 | 0.1 | | | | |
| **S6** | | | | | 0110 | 0.05 | | | | |

- Ο Κώδικας 2 είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» και «Μη Ιδιάζων» αφού όλες οι κωδικές λέξεις είναι διαφορετικές μεταξύ τους αλλά και οι ακολουθίες κωδικών λέξεων που μπορούν να σχηματισθούν επίσης είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Ο κώδικας αυτός είναι «Αμεσος» αφού οι κωδικές του λέξεις μπορούν να αποκωδικοποιηθούν χωρίς να απαιτείται η γνώση της επόμενης κωδικής λέξης.

| | Κώδικας 1 | | Κώδικας 2 | | Κώδικας 3 | | Κώδικας 4 | | Κώδικας 5 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα |
| **S1** | 00 | 0.6 | 1 | 0.55 | 11 | 0.3 | 10 | 0.45 | 0 | 0.5 |
| **S2** | 10 | 0.2 | 01 | 0.25 | 10 | 0.25 | 00 | 0.30 | 01 | 0.25 |
| **S3** | 00 | 0.1 | 001 | 0.15 | 00 | 0.2 | 11 | 0.15 | 011 | 0.15 |
| **S4** | 11 | 0.1 | 000 | 0.05 | 010 | 0.1 | 110 | 0.10 | 0111 | 0.10 |
| **S5** | | | | | 0111 | 0.1 | | | | |
| **S6** | | | | | 0110 | 0.05 | | | | |

- Ο Κώδικας 3 είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» και «Μη Ιδιάζων» αφού όλες οι κωδικές λέξεις είναι διαφορετικές μεταξύ τους αλλά και οι ακολουθίες κωδικών λέξεων που μπορούν να σχηματισθούν επίσης είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Ο κώδικας αυτός είναι «Αμεσος» αφού οι κωδικές του λέξεις μπορούν να αποκωδικοποιηθούν χωρίς να απαιτείται η γνώση της επόμενης κωδικής λέξης.

| | Κώδικας 1 | | Κώδικας 2 | | Κώδικας 3 | | Κώδικας 4 | | Κώδικας 5 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα |
| **S1** | 00 | 0.6 | 1 | 0.55 | 11 | 0.3 | 10 | 0.45 | 0 | 0.5 |
| **S2** | 10 | 0.2 | 01 | 0.25 | 10 | 0.25 | 00 | 0.30 | 01 | 0.25 |
| **S3** | 00 | 0.1 | 001 | 0.15 | 00 | 0.2 | 11 | 0.15 | 011 | 0.15 |
| **S4** | 11 | 0.1 | 000 | 0.05 | 010 | 0.1 | 110 | 0.10 | 0111 | 0.10 |
| **S5** | | | | | 0111 | 0.1 | | | | |
| **S6** | | | | | 0110 | 0.05 | | | | |

- Ο Κώδικας 4 είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» και «Μη Ιδιάζων» αφού όλες οι κωδικές λέξεις είναι διαφορετικές μεταξύ τους αλλά και οι ακολουθίες κωδικών λέξεων που μπορούν να σχηματισθούν επίσης είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Ο κώδικας αυτός ΔΕΝ είναι «Αμεσος» αφού οι κωδικές του λέξεις δεν μπορούν να αποκωδικοποιηθούν χωρίς να απαιτείται η γνώση της επόμενης κωδικής λέξης π.χ. το «11» αποτελεί πρόθεμα της Κωδικής λέξης «110».

| | Κώδικας 1 | | Κώδικας 2 | | Κώδικας 3 | | Κώδικας 4 | | Κώδικας 5 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα | | Πιθανότητα |
| **S1** | 00 | 0.6 | 1 | 0.55 | 11 | 0.3 | 10 | 0.45 | 0 | 0.5 |
| **S2** | 10 | 0.2 | 01 | 0.25 | 10 | 0.25 | 00 | 0.30 | 01 | 0.25 |
| **S3** | 00 | 0.1 | 001 | 0.15 | 00 | 0.2 | 11 | 0.15 | 011 | 0.15 |
| **S4** | 11 | 0.1 | 000 | 0.05 | 010 | 0.1 | 110 | 0.10 | 0111 | 0.10 |
| **S5** | | | | | 0111 | 0.1 | | | | |
| **S6** | | | | | 0110 | 0.05 | | | | |

- Ο Κώδικας 5 είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» και «Μη Ιδιάζων» αφού όλες οι κωδικές λέξεις είναι διαφορετικές μεταξύ τους αλλά και οι ακολουθίες κωδικών λέξεων που μπορούν να σχηματισθούν επίσης είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Ο κώδικας αυτός ΔΕΝ είναι «Αμεσος» αφού οι κωδικές του λέξεις μπορούν να αποκωδικοποιηθούν χωρίς να απαιτείται η γνώση της επόμενης κωδικής λέξης.

Οι κώδικες που μπορεί να είναι Huffman είναι οι Κώδικες 2 και 3.

**β).** Χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο Huffman θα έχουμε

- Για τον **Κώδικα 2**, έχω τα σύμβολα {S1, S2, S3, S4}. Όπως γνωρίζω από τον πίνακα οι πιθανότητες είναι ο εξής : {0.55, 0.25, 0.15, 0.05}

| Σύμβολα | Βήμα 1 | Βήμα 2 | Βήμα 3 | Κωδική Λέξη | Μήκος |
|---|---|---|---|---|---|
| S1 | 0.55 | 0.55 | 0.55 (1) | 1 | 1 |
| S2 | 0.25 | 0.25 (1) | 0.45 (S2, S3,S4) (0) | 01 | 2 |
| S3 | 0.15 (1) | 0.2 (0) (S4, S3) | | 001 | 3 |
| S4 | 0.05 (0) | | | 000 | 3 |

- Για τον **Κώδικα 3**, έχω τα σύμβολα {S1, S2, S3, S4, S5, S6} με πιθανότητες {0.3, 0.25, 0.2, 0.1, 0.1, 0.05}

Οπότε

| Σύμβολα | Βήμα 1 | Βήμα 2 | Βήμα 3 | Βήμα 4 | Βήμα 5 | Κωδική Λέξη | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S1 | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.45 (S3, S4, S5, S6) | 0.55 (1) (S1, S2) | 11 | 2 |
| S2 | 0.25 | 0.25 | 0.25 | 0.3 (1) (S1) | 0.45 (0) (S3, S4, S5, S6) | 10 | 2 |
| S3 | 0.2 | 0.2 | 0.25 (1) (S4, S5, S6) | 0.25 (0) (S2) | | 00 | 2 |
| S4 | 0.1 | 0.15 (1) (S5, S6) | 0.2 (0) (S3) | | | 010 | 3 |
| S5 | 0.1 (1) | 0.1 (0) (S4) | | | | 0111 | 4 |
| S6 | 0.05 (0) | | | | | 0110 | 4 |

**γ).** Υπολογίζουμε, στον Κώδικα 2, την επίδοση του κώδικα.

- **Κώδικας 2**

  Η επίδοση του κώδικα δίνεται από

$$\alpha = \frac{H(S)}{\sum_{i=1}^{4} l_i p_i log_2 2}$$

Όπου

$$H(S) = -\sum_{i=1}^{4} p(S_i) log_2\big(p(S_i)\big) =$$

$$-\big(0.55 \cdot log_2(0.55) + 0.25 \cdot log_2(0.25) + 0.15 \cdot log_2(0.15) + 0.05 \cdot log_2(0.05)\big) = 1.601$$

Για το μέσο μήκος θα έχουμε

$$\sum_{i=1}^{4} l_i p_i = 1.65$$

Επομένως

$$\alpha = \frac{H(S)}{\sum_{i=1}^{4} l_i p_i log_2 2} = \frac{1.601}{1.65} = 97.03\%$$

- **Κώδικας 3**

  Η επίδοση του κώδικα δίνεται από

$$\alpha = \frac{H(S)}{\sum_{i=1}^{6} l_i p_i log_2 2}$$

Όπου

$$H(S) = -\sum_{i=1}^{6} p(S_i) log_2\big(p(S_i)\big) =$$

$$-\big(0.30 \cdot log_2(0.30) + 0.25 \cdot log_2(0.25) + 0.20 \cdot log_2(0.20) + 0.1 \cdot log_2(0.1) + 0.1 \cdot log_2(0.1) + 0.05 \cdot log_2(0.05)\big) = 2.365$$

Για το μέσο μήκος θα έχουμε

$$\sum_{i=1}^{6} l_i p_i = 2 \cdot 0.30 + 0.25 \cdot 2 + 0.20 \cdot 2 + 3 \cdot 0.1 + 4 \cdot 0.1 + 0.05 \cdot 4 = 2.4$$

$$\alpha = \frac{H(S)}{\sum_{i=1}^{6} l_i p_i log_2 2} = \frac{2.365}{2.4} = 98.54\%$$

## <u>ΘΕΜΑ 6</u> ΕΞ2015Β

Δίνεται ο γραμμικός συστηματικός κώδικας $C$ = {1111111, 1110010, 1101000, 1100101, 1011001, 1010100, 1001110, 1000011, 0111100, 0110001, 0101011, 0100110, 0011010, 0010111, 0001101, 0000000}

Ζητούνται τα ακόλουθα:

**α)** Τα χαρακτηριστικά του κώδικα (n, k, d), ***(2 μονάδες)***

**β)** Ό γεννήτορας πίνακας G, ***(5 μονάδες)***

**γ)** Ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας H, ***(5 μονάδες)***

**δ)** Η κωδική λέξη στην οποία κωδικοποιείται ένα μήνυμα πληροφορίας της επιλογής σας ***(4 μονάδες)***

**ε)** Η αποκωδικοποίηση της ληφθείσας λέξης '1100001'. ***(4 μονάδες)***

***(Σύνολο μονάδων 20)***

**α)** Αφού οι κωδικές λέξεις είναι 16, έχουμε k=4 και παρατηρούμε επίσης ότι n=7 και d=3.

**β)** Ο γεννήτορας πίνακας μπορεί να σχηματιστεί εύκολα επιλέγοντας από τον κώδικα τις κατάλληλες κωδικές λέξεις ώστε να προκύπτει σε μορφή ΠΚΔΓ, δηλαδή οι κωδικές λέξεις που τον απαρτίζουν είναι (1000011, 0100110, 0010111, 0001101).

**γ)** Ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας είναι (011, 110, 111, 101, 100, 010, 001).

**δ)** Έστω το μήνυμα πληροφορίας '1010', αυτό κωδικοποιείται με την κωδική λέξη που έχει τα ίδια τέσσερα πρώτα bits, δηλαδή '1010100'.

**ε)** Αν πολλαπλασιάσουμε τη ληφθείσα λέξη με τον H θα λάβουμε '100' που αποτελεί την 5$^{η}$ γραμμή του H, επομένως το σφάλμα έγινε στο 5$^{ο}$ bit που αν το αλλάξουμε στη ληφθείσα λέξη παίρνουμε τη ζητούμενη κωδική λέξη '1100101'.

## ΘΕΜΑ 5

ΕΞ 2013Β

Δίνεται η βάση του γεννήτορα πίνακα του δυϊκού κώδικα $C^{\perp}$

{111000111011000, 100110110110100, 010101101110010, 001011011110001}

Ζητούνται :

**α)** Ο πίνακας ισοτιμίας Η, ο γεννήτορας πίνακας G του κώδικα C καθώς και τα χαρακτηριστικά (n, k, d),

**β)** Να βρεθεί αν ο κώδικας αυτός αντιστοιχεί σε κώδικα Hamming

**γ)** Αν ένας ΠΑΜΠ αποκωδικοποιητής παρέλαβε δύο συνεχόμενες λέξεις

$$x = \{0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1\} \text{ και}$$

$$y = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0\}$$

να βρεθούν οι λέξεις αυτές είναι κωδικές λέξεις και αν όχι να διορθωθούν.

<u>*Υπόδειξη :*</u> *Για την επίλυση του (γ) ερωτήματος, δεν απαιτείται η ανάλυση της ΠΑΜΠ αποκωδικοποίησης και η δημιουργία του ολόκληρου του πίνακα συνδρόμων με τους αντίστοιχους οδηγούς συνομάδων*

**α).** Γνωρίζουμε από το βιβλίο ότι η βάση του δυϊκού κώδικας $C^{\perp}$ αποτελείται από τις στήλες του πίνακα H (τόμος «Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης» σελ. 137) όπου όπως θα πρέπει να αναδιαταχθεί έτσι ώστε να σχηματισθεί ο πίνακας H στη μορφή

$$H = \begin{bmatrix} M \\ I \end{bmatrix}$$

Επομένως, αφού η βάση του δυϊκού κώδικας $C^{\perp}$ αποτελείται από τέσσερα διανύσματα ο I θα είναι διάστασης [4x4]. Οπότε η αναδιάταξη θα πρέπει να γίνει έτσι να σχηματίζεται ο πίνακας I από τέσσερα τελευταία ψηφία της κάθε στήλης της βάσης του δυϊκού κώδικα.

1° διάνυσμα→ 1η στήλη
2° διάνυσμα → 2η στήλη
3° διάνυσμα → 3η στήλη
4° διάνυσμα → 4η στήλη

Ώστε

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Από τον παραπάνω πίνακα συνάγουμε τον πίνακα M ως

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Οπότε ο πίνακας γεννήτορας G είναι της μορφής $G = [I \quad M]$ οπότε

$$G = \begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&1 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&1&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&1&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&0&1&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&1&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Και επομένως τα χαρακτηριστικά του είναι 11 γραμμές και 15 στήλες, αυτό σημαίνει ότι ο κώδικας C θα είναι

**C** (15,11,d)

Για την εύρεση της απόστασης **d** θα βρώ πρώτα τον πίνακα ισοτιμίας H που σχηματίζεται ως εξής:
H απόσταση του κώδικα C μπορεί να βρεθεί με τον κανόνα υπολογισμού με τη χρήση *του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας, δηλαδή τον ελάχιστο αριθμό γραμμών του πίνακα των οποίων το άθροισμα είναι 0.*
*Ώστε θεωρώντας τη γραμμή* $1^{\eta}$, $2^{\eta}$, $4^{\eta}$ *του πίνακα H θα έχουμε*
$[1 \quad 1 \quad 0 \quad 0] + [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0] + [0 \quad 1 \quad 1 \quad 0] = 0$
*Οπότε **d=3***
*Τα χαρακτηριστικά του κώδικα C είναι **C(15,11,3).***

**β).** Ο κώδικας αυτός είναι Hamming επειδή

1. Στο μήκος του κώδικα ισχύει ο μαθηματικός τύπος (τόμος «Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης» σελ. 151)

$$n = 2^r - 1 \;\; \gamma\iota\alpha \; r \geq 2$$

*με n=15 και r=4 και*

2. *Ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας Η,* οποίος απαρτίζεται από όλες τις δυνατές μη μηδενικές λέξεις μήκους r

*γ). Δεδομένου ότι ο κώδικας είναι Hamming θα ελέγξουμε αν η λέξη είναι κωδική λέξη οπότε έχουμε:*

$x = \{0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1\}$

$s = x \cdot H \Leftrightarrow$

$$[0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 1]$$

Επομένως το σύνδρομο είναι $[0 \quad 0 \quad 1 \quad 1]$ που δεν είναι μηδενικό και άρα η ληφθείσα λέξη δεν ανήκει στον κώδικα. Σύμφωνα με το κριτήριο της σελ. 145 – Τόμος Α’ Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης η κωδική λέξη έχει υποστεί αλλοίωση.

Ο πίνακας Hamming διορθώνει έως ένα σφάλμα. Το σύνδρομο αντιστοιχεί στην 6η γραμμή του πίνακα Η και επομένως το σφάλμα έχει υπεισέλθει στο 6ο bit της ληφθείσας λέξης από αριστερά.

Ο οδηγός της συνομάδας που είναι και το πρότυπο σφάλμα **ε** και αντιστοιχεί στο προηγούμενο σύνδρομο είναι της μορφής

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

δεδομένου ότι ο κώδικας είναι Hamming.

Οπότε η ληφθείσα λέξη διορθώνεται στην κωδική λέξη (σελ. 143, Τόμος Α' Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης) που φαίνεται παρακάτω

[001001000001001]+[000001000000000]= 001000000001001

Για την ληφθείσα κωδική λέξη y, $y = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0\}$

Παρατηρούμε ότι το σύνδρομο είναι το [0 1 1 1], οπότε ο οδηγός συνομάδας που είναι και το πρότυπο σφάλμα θα είναι το ε=[000000000100000]

Οπότε η διορθωμένη λέξη θα είναι

[000001000000100]+[ 000000000100000]=[000001000100100]

**ΘΕΜΑ 5** ΕΞ 2012Β

Δίνονται οι συστηματικοί γραμμικοί κώδικες C1={00000, 10010, 01101, 11111} και C2={000000, 100101, 011010, 111111} και C3= {0000000, 1001011, 0110110, 1111101}. Ζητούνται τα ακόλουθα:

1. Ο ρυθμός πληροφορίας του κάθε κώδικα,
2. Μια βάση σε μορφή ΠΚΔΓ,
3. Τη διάσταση και την απόσταση καθενός από τους κώδικες C1, C2 και C3.
4. Ο αριθμός των σφαλμάτων που ανιχνεύει και διορθώνει καθένας από τους κώδικες C1, C2 και C3.
5. Δείξτε από ένα πρότυπο σφάλματος ελάχιστου βάρους που δεν ανιχνεύει και από ένα πρότυπο σφάλματος ελάχιστου βάρους που δεν διορθώνει σωστά καθένας από τους κώδικες C1, C2 και C3.

**Απάντηση**

1. Αφού όλοι οι κώδικες έχουν 4 κωδικές λέξεις, δηλαδή τα διαφορετικά μηνύματα είναι 4, αρκούν 2 bits για την παράστασή τους. Επομένως, ο ρυθμός πληροφορίας για τον κώδικα C1 είναι 2/5, για τον κώδικα C2 είναι 2/6 και για τον κώδικα C3 είναι 2/7.
2. Εύκολα μπορούμε να εξάγουμε τις βάσεις των δεδομένων κωδίκων: για τον C1 η βάση είναι {10010, 01101}, για τον C2 {100101, 011010} και για τον C3 {1001011, 0110110}
3. Η διάσταση όλων των κωδίκων είναι 2 και οι αποστάσεις τους 2, 3 και 4, αντίστοιχα διότι είναι οι λέξεις με το ελάχιστο βάρος.
4. Ο κώδικας C1 ανιχνεύει 1 και δεν διορθώνει κανένα σφάλμα, ο κώδικας, C2 ανιχνεύει 2 και διορθώνει 1 και C3 ανιχνεύει 3 και διορθώνει 1 σφάλματα.
5. Ο κώδικας C1 δεν ανιχνεύει το πρότυπο σφάλματος ‘10010’ γιατί το βάρος του συμπίπτει με την απόσταση και δεν διορθώνει το πρότυπο σφάλματος ‘10000’ γιατί το βάρος του είναι μικρότερο της απόστασης d-1/2. Ομοίως, ο κώδικας, C2 δεν ανιχνεύει το πρότυπο σφάλματος ‘100101’ και δεν διορθώνει το πρότυπο σφάλματος ‘100001’ , και ο C3 δεν ανιχνεύει το πρότυπο σφάλματος ‘1001011’ και δεν διορθώνει το πρότυπο σφάλματος ‘1000001’.



*ΘΕΩΡΗΜΑ 4.2*

Ένας κώδικας $C$ απόστασης $d$ ανιχνεύει όλα τα μη μηδενικά πρότυπα σφάλματος βάρους μικρότερου ή ίσου του $d - 1$. Επίσης, υπάρχει τουλάχιστον ένα πρότυπο σφάλματος βάρους $d$ που δεν ανιχνεύει ο κώδικας $C$.

*ΘΕΩΡΗΜΑ 4.3*

Ένας κώδικας $C$ απόστασης $d$ διορθώνει όλα τα πρότυπα σφάλματος βάρους μικρότερου ή ίσου του $\lfloor (d-1)/2 \rfloor$. (Υπενθυμίζεται ότι $\lfloor z \rfloor$ συμβολίζει το μεγαλύτερο ακέραιο αριθμό $i$ που ικανοποιεί τη σχέση $i \le z$.) Επίσης, υπάρχει τουλάχιστον ένα πρότυπο σφάλματος βάρους $1 + \lfloor (d-1)/2 \rfloor$ που δε διορθώνει ο κώδικας $C$.

ΕΞ2009Α

**ΘΕΜΑ 5**

Δίδεται ο ακόλουθος Πίνακας Ελέγχου Ισοτιμίας γραμμικού κώδικα **C**

$$H = \begin{bmatrix} 1 & a_2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ a_1 & 1 & a_3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**(α)** Να προσδιοριστούν τα $a_1$, $a_2$, $a_3$ δεδομένου ότι μεταδόθηκε και ελήφθη χωρίς σφάλματα στο δέκτη η κωδική λέξη $r = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ του **C**.

**(β)** Να βρεθεί ο γεννήτορας πίνακας του **C.**

**(γ)** Αν παραληφθούν από τον αποκωδικοποιητή οι λέξεις

$r1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ και $r2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ;

αποκωδικοποιείστε τις λέξεις βάσει ΑΑΜΠ και προσδιορίστε αν θα ζητηθεί επανεκπομπή.

*(Υπόδειξη: Για την απάντηση του ερωτήματος γ) δεν είναι απαραίτητη η δημιουργία όλου του ΤΔΑ)*

**(α)** Αν δεν υπεισέλθουν σφάλματα κατά τη μετάδοση, τότε γνωρίζω ότι ισχύει $r \cdot H = 0$ (σελίδα 145). Επομένως θα έχω

$$r \cdot H = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & a_2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ a_1 & 1 & a_3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 + a_1 + 1 & a_2 + 1 + 1 & 1 + a_3 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Οπότε $\begin{matrix} a_1 = 0 \\ a_2 = 0 \\ a_3 = 0 \end{matrix}$

Οπότε ο τελικός Πίνακας Ισοτιμίας H είναι

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

¶
**(β)** Ο γεννήτορας πίνακας του **C** δίνεται από ¶
¶

$$G=\begin{bmatrix}1&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&1&1\\0&0&1&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0&1\end{bmatrix}$$ ¶

..¶

**(γ)** Για να μπορέσουμε να απαντήσουμε σε αυτό το ερώτημα αρκεί να κάνουμε κάποιες διαπιστώσεις αναλύοντας τις τιμές του H. Έτσι θα αποφύγουμε να κατασκευάσουμε όλο την ΤΔΑ αφού μας ενδιαφέρουν μόνο εκείνα τα σύνδρομα τα οποία αντιστοιχούν στις παραληφθείσες λέξεις r1 και r2.

Έχουμε λοιπόν ότι το σύνδρομο που αντιστοιχεί στη λέξη r1 είναι

r1 . H= [0 1 0]

Άρα για να αποφανθούμε τι θα κάνει ο ΑΑΜΠ αποκωδικοποιητής αρκεί να βρούμε πιο είναι το πρότυπο σφάλματος ε1 και αν αυτό είναι μοναδικό. Το γεγονός ότι επίσης

ε1.H = [0 1 0] σημαίνει ότι ένα από τα ελαχίστου βάρους πρότυπα σφάλματος θα είναι η λέξη που έχει μονάδα στην αντίστοιχη θέση με αυτή της γραμμής του H που δίνει το σύνδρομο δηλαδή που στη συγκεκριμένη περίπτωση συμπίπτει με τη λέξη r1, δηλαδή έχουμε

r1=ε1=[0 0 1 0 0 0]

Άρα πρέπει να διαπιστώσουμε αν αυτό το πρότυπο σφάλματος είναι και το μοναδικό. Παρατηρούμε όμως ότι η 3η γραμμή του H υπάρχει και στη θέση 6 που σημαίνει ότι και η λέξη ε΄1= [0 0 0 0 0 1 0] αντιστοιχεί και αυτή στο ίδιο σύνδρομο το [0 1 0].

Από αυτό συμπεραίνουμε ότι και οι δύο λέξεις, ε1 και ε΄1, αποτελούν πρότυπα σφάλματα ίδιου βάρους για το σύνδρομο [0 1 0] και άρα στην περίπτωση της r1 ο αποκωδικοποιητής θα ζητήσει επανεκπομπή.

Για την περίπτωση της λέξης $r2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ σκεφτόμαστε όπως και στην περίπτωση της r1. Δηλαδή το σύνδρομο της r2 είναι

r2 . H= [1 1 1]

Άρα για να αποφανθούμε τι θα κάνει ο ΑΑΜΠ αποκωδικοποιητής αρκεί να βρούμε ποιο είναι το πρότυπο σφάλματος ε2 και αν αυτό είναι μοναδικό. Το γεγονός ότι το σύνδρομο [1 1 1] μπορεί να προκύψει από πρόσθεση δύο συνδυασμών γραμμών του H, π.χ. $1^{η}$ γραμμή και $2^{η}$ γραμμή, ή $3^{η}$ και $4^{η}$, ή $2^{η}$ και $5^{η}$, ενώ δεν υπάρχει ως γραμμή στον H αυτό σημαίνει ότι το πρότυπο σφάλματος θα έχει βάρος 2 και οι μονάδες θα βρίσκονται στις αντίστοιχες θέσεις της λέξης με αυτές των γραμμών που το άθροισμά τους δημιουργεί το σύνδρομο. Έτσι τα παρακάτω είναι πρότυπα σφάλματος ίδιου βάρους που έχουν το ίδιο σύνδρομο [1 1 1].

[1 1 0 0 0 0 0], [0 0 1 1 0 0 0] και [0 1 0 0 1 0 0]

Άρα και στην περίπτωση r2 ο ΑΑΜΠ αποκωδικοποιητής θα ζητήσει επανεκπομπή.

# Δίκτυα Η/Υ

ΕΞ2015Β

## <u>**ΘΕΜΑ 3**</u>

Δύο κόμβοι Α-Β συνδέονται μεταξύ τους με ζεύξη μήκους 100 km, όπου η ταχύτητα μετάδοσης είναι $2x10^8$ m/sec. Μεταξύ των κόμβων Α-Β εγκαθίσταται κανάλι μετάδοσης πλαισίων μεγέθους 1500 bytes που χρησιμοποιεί το πρωτόκολλο οπισθοχώρησης κατά Ν. Σε κάθε πλαίσιο προστίθενται 20 bytes επικεφαλίδας. Ο ρυθμός μετάδοσης είναι 1 Gbps ($10^9$ bits per sec) ενώ το μέγεθος των πλαισίων επιβεβαίωσης είναι μόνο η επικεφαλίδα (20 bytes).

**α)** Να υπολογίσετε το ελάχιστο μέγεθος του παραθύρου έτσι ώστε να επιτυγχάνεται ο ελάχιστος χρόνος μετάδοσης ενός αρχείου μήκους 9 Gbytes (1 Gbyte = $10^9$ bytes) όταν η πιθανότητα σφάλματος πλαισίων είναι αμελητέα. Στη συνέχεια υπολογίστε και τον ελάχιστο χρόνο μετάδοσης όλου του αρχείου ***(8+7=15 μονάδες)***

**β)** Πως μεταβάλλεται η απόδοση του δικτύου στην περίπτωση πιθανότητας απώλειας πλαισίων ίσης με 1% αν γνωρίζουμε ότι χρόνος προθεσμίας είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ' επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% κάτω από συνθήκες απουσίας σφαλμάτων μεταφοράς και το παράθυρο είναι W=83; ***(5 μονάδες)***

***(Σύνολο μονάδων 20)***

**α)** Ο ελάχιστος χρόνος μετάδοσης του αρχείου επιτυγχάνεται όταν υπάρχει η δυνατότητα να αποστέλλονται συνεχώς πακέτα δηλαδή όταν η απόδοση του πρωτοκόλλου είναι 100%. Γνωρίζουμε ότι προκειμένου να πετύχουμε μέγιστη απόδοση απουσία σφαλμάτων, το μέγεθος του παραθύρου W προκύπτει από την εξίσωση

$n = W\frac{TRANSP}{TRANSP+2PROP+TRANSA}$ και αντικαθιστώντας

$$TRANSP = \frac{(1500+20)8}{10^9} = 0{,}00001216sec \approx 12{,}2\mu sec$$

$$TRANSA = \frac{20x8}{10^9} = 0{,}16\mu sec$$

$$PROP = \frac{100000}{2x10^8} = 500\mu sec$$

και θέτοντας $n = 1$ υπολογίζουμε $W = \eta\frac{TRANSP+2PROP+TRANSA}{TRANSP} = 82{,}98 \approx 83$

Με δεδομένο ότι αποστέλλονται συνεχώς πακέτα αρκεί να βρούμε τον αριθμό των πλαισίων 1500 Bytes που δημιουργούνται από το αρχείο.

$N=9x10^9/1500 = 6x10^6$ πλαίσια.

Σε αυτά προσθέτουμε και τα 20 bytes επικεφαλίδα οπότε καθένα από αυτά χρειάζεται $TRANSP=12{,}16x10^{-6}$ sec χρόνο μετάδοσης.

Άρα ο συνολικός και ελάχιστος χρόνος μετάδοσης του αρχείου είναι

$T_{ολ}=N*TPANSP + PROP = 6x10^6*12{,}16x10^{-6} + 500x10^{-6} = 72{,}9605$ sec

**β)** Η πιθανότητα να μεταδοθεί επιτυχώς ένα πλαίσιο, παρουσία απωλειών είναι η συνδυαστική πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης τόσο του πλαισίου όσο και της επιβεβαίωσης. Ως εκ τούτου η πιθανότητα επιτυχίας είναι

$p = (1 - 0{,}01)x(1 - 0{,}01) = 0{,}98$

Η απόδοση του δικτύου δίνεται από τον τύπο: $\eta = \frac{1}{1+W\frac{1-p}{p}} = \frac{1}{1+83\frac{1-0{,}98}{0{,}98}} \approx 37{,}1\%$

ΕΞ2015Α

## <u>ΘΕΜΑ 3</u>

Δύο κόμβοι A και B συνδέονται μεταξύ τους με οπτική ίνα για την οποία ισχύει ότι η πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης πλαισίου δεδομένων είναι $p$ ενώ οι επιβεβαιώσεις παραδίδονται χωρίς απώλειες.

Για κάθε ένα από τα πρωτόκολλα επανεκπομπής Go-Back-N και SRP, υπολογίστε ποια είναι η μέγιστη τιμή του χρόνου προθεσμίας (συναρτήσει της καθυστέρησης μετάδοσης *TRANSP* και της πιθανότητας $p$), ώστε η απόδοση του πρωτοκόλλου να είναι πάνω από 90% θεωρώντας ότι για το κάθε πρωτόκολλο ο χρόνος προθεσμίας είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ' επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% κάτω από συνθήκες απουσίας σφαλμάτων μεταφοράς.

Κάντε εφαρμογή για *TRANSP* = 2 msec και p = 0,99. Θεωρείστε ότι ισχύουν όλες οι προϋποθέσεις εφαρμογής του τύπου του βιβλίου σχετικά με την απόδοση του πρωτοκόλλου SRP.

***(9 μονάδες για κάθε πρωτόκολλο επανεκπομπής. Σύνολο μονάδων 18)***

**α) Go-Back-N**

Με δεδομένο ότι ο χρόνος προθεσμίας είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ’ επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% κάτω από συνθήκες απουσίας σφαλμάτων μεταφοράς η απόδοση του πρωτοκόλλου Go-Back-N είναι:

$$n_{GBN} = \frac{p}{p+(1-p)W}$$

οπότε

$$\frac{p}{p+(1-p)W} \geq 0.9 \Rightarrow p \geq 0.9p + 0.9(1-p)W \Rightarrow \frac{0.1p}{0.9(1-p)} \geq W \Rightarrow$$

$$\frac{p}{9(1-p)} \geq W$$

Άρα η μέγιστη τιμή του χρόνου προθεσμίας T=WxTRANSP είναι

$$\frac{p}{9(1-p)} TRANSP \geq T$$

Άρα αντικαθιστώντας τις τιμές στον παραπάνω τύπο έχουμε

$T_{GBN}$=22 msec

## β) SRP

Ομοίως για την απόδοση του πρωτοκόλλου SRP η απόδοση δίνεται από τον τύπο:

$$n_{SRP} = \frac{2+(1-p)(W-1)}{2+(1-p)(3W-1)}$$

οπότε

$$\frac{2+(1-p)(W-1)}{2+(1-p)(3W-1)} \geq 0.9 \Rightarrow 2+(1-p)(W-1) \geq 0.9[2+(1-p)(3W-1)] \Rightarrow \frac{0.1(1+p)}{1.7(1-p)} \geq W \Rightarrow$$

$$\frac{1+p}{17(1-p)} \geq W$$

Άρα η μέγιστη τιμή του χρόνου προθεσμίας T=WxTRANSP είναι

$$\frac{1+p}{17(1-p)} TRANSP \geq T$$

Άρα αντικαθιστώντας τις τιμές στον παραπάνω τύπο έχουμε

$T_{SRP}$=23,41 msec

## ΘΕΜΑ 4

ΕΞ2015Β

**α)** Το δίκτυο 202.16.4.0 με μάσκα 255.255.255.0 ζητείται να χωριστεί σε 5 υποδίκτυα που το καθένα θα περιέχει 30 το πολύ κόμβους. Προσδιορίστε τη διεύθυνση υποδικτύου σε καθένα από αυτά τα υποδίκτυα, τις αντίστοιχες μάσκες τους καθώς και τις IP διευθύνσεις πολυεκπομπής που αντιστοιχούν στο κάθε υποδίκτυο. ***(8 μονάδες)***

**β)** Για το δίκτυο του προηγούμενου ερωτήματοςαπαντήστε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις. Αιτιολογήστε την κάθε απάντησή σας.

i. Η υποστήριξη 40 υπολογιστών σε κάθε υποδίκτυο είναι εφικτή. ***(3 μονάδες)***

ii. Η προσθήκη στην παραπάνω τοπολογία 3 ακόμα υποδικτύων που επίσης υποστηρίζουν 30 υπολογιστές το καθένα είναι εφικτή από πλευράς διαθεσίμου IP διευθύνσεων του δικτύου 202.16.4.0/24. ***(3 μονάδες)***

iii. Χρειάζεται να αλλάξει ο αριθμός υποδικτύου σε κάθε ένα από τα 5 υποδίκτυα σε περίπτωση που το καθένα από αυτά χρειάζεται να υποστηρίξει 17 υπολογιστές. ***(3 μονάδες)***

iv. Στην περίπτωση που χρειάζεται να δημιουργηθούν 10 συνολικά υποδίκτυα για το δίκτυο 202.16.4.0/24 ο μέγιστος αριθμός υπολογιστών που μπορούν να συνδεθούν με το κάθε υποδίκτυο είναι 14. ***(3 μονάδες)***

***(Σύνολο μονάδων 20)***

**α)** Κάθε υποδίκτυο χρειάζεται 5 bits για τους 30 κόμβους. Επομένως οι πέντε διευθύνσεις υποδικτύου είναι:

- x.y.z.0/27 (x.y.z.00000000/27), subnet mask 255.255.255.224, broadcast x.y.z.31
- x.y.z.32/27 (x.y.z.00100000/27), subnet mask 255.255.255.224, broadcast x.y.z.63
- x.y.z.64/27 (x.y.z.01000000/27), subnet mask 255.255.255.224, broadcast x.y.z.95
- x.y.z.96/27 (x.y.z.01100000/27), subnet mask 255.255.255.224, broadcast x.y.z.127
- x.y.z.128/27 (x.y.z.10000000/27), subnet mask 255.255.255.224, broadcast x.y.z.159

Όπου x.y.z.* =202.16.4.*

**β)**

- Λ, Δεν είναι εφικτή καθότι από τα διαθέσιμα 8 bits τα τρία έχουν δεσμευτεί για τη δημιουργία υποδικτύων
- Σ, Είναι δυνατή η προσθήκη 3 ακόμα υποδικτύων γιατί τα τρία δεσμευμένα bits για αρίθμηση υποδικτύων παρέχουν συνολικά τη δυνατότητα $2^3 = 8$ υποδικτύων
- Λ, Δεν χρειάζεται αλλαγή αριθμού υποδικτύου εφόσον δεν απαιτείται η δημιουργία περισσότερων των 8 υποδικτύων που είναι δυνατόν να αριθμηθούν.
- Σ, Εφόσον χρειάζεται να δημιουργηθούν 10 υποδίκτυα θα πρέπει να δεσμευτούν 4 bits και άρα τα υπόλοιπα 4 bits μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αρίθμηση υπολογιστών του κάθε υποδικτύου. Άρα μπορούν να υποστηριχθεί ένα μέγιστος αριθμός $2^4$-2=14.

**ΘΕΜΑ 4** ΕΞ2015Α

Ένας υπολογιστής έχει τις εξής παραμέτρους στο πρωτόκολλο IP:

| | |
|---|---|
| Διεύθυνση IP | 92.213.193.53 |
| Μάσκα υποδικτύου | 255.255.252.0 |
| Προεπιλεγμένη πύλη | 92.213.193.35 |

**α)** Ποιο είναι το μέγιστο πλήθος υπολογιστών που περιλαμβάνει το υποδίκτυο στο οποίο ανήκει ο παραπάνω υπολογιστής; ***(5 μονάδες)***

**β)** Ποια είναι η πρώτη διεύθυνση του υποδικτύου (ή διεύθυνση υποδικτύου) και ποια η τελευταία διεύθυνση του υποδικτύου (ή διεύθυνση ευρείας εκπομπής - broadcast); ***(5 μονάδες)***

**γ)** Δύο πακέτα τα οποία αποστέλλονται από τον παραπάνω σταθμό με διευθύνσεις προορισμού 92.213.196.171 και 92.213.194.171 θα παραδοθούν εντός ή εκτός του υποδικτύου στο οποίο ανήκει ο αποστολέας; Αιτιολογείστε την απάντησή σας. ***(5+5=10 μονάδες)***

***(Σύνολο μονάδων 20)***

**α)** Η μάσκα υποδικτύου : **255.255.252.0** σε δυαδική μορφή είναι:

```
255.255.252.0 → 11111111.11111111.11111100.00000000
```

άρα τα τελευταία 10 δυαδικά ψηφία χρησιμοποιούνται για τον αριθμό του υπολογιστή ορίζοντας $2^{10}$=1.024 συνδυασμούς. Το μέγιστο πλήθος υπολογιστών είναι 1.024-2=1.022 αφού οι διευθύνσεις με αριθμό υπολογιστή 0 (διεύθυνση υποδικτύου) και 1.023 (διεύθυνση broadcast) δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για IP υπολογιστή.

**β)** Η πρώτη διεύθυνση του υποδικτύου (ή διεύθυνση υποδικτύου) προκύπτει αν θέσουμε τα bits του αριθμού υπολογιστή όλα 0 (λογικό AND ανάμεσα στην IP και στην μάσκα).

IP : 92.213.193.53 → 01011100.11010101.11000001.00110101

Μάσκα υποδικτύου → 11111111.11111111.11111100.00000000

AND

Διεύθυνση υποδικτύου→ 01011100.11010101.11000000.00000000→ **(92.213.192.0)**

Άρα η ζητούμενη τελευταία διεύθυνση του υποδικτύου (ή διεύθυνση broadcast) είναι: **92.213.195.255**

01011100.11010101.11000011.11111111

**γ)** Για να βρει ο υπολογιστής αν μια IP διεύθυνση προορισμού ανήκει στο ίδιο υποδίκτυο ή όχι, θα πρέπει να διαπιστώσει αν τα bits της δικής του IP διεύθυνσης που αντιστοιχούν στη μάσκα του υποδικτύου στο οποίο ανήκει ο υπολογιστής, ταυτίζονται με τα αντίστοιχα bits της IP διεύθυνσης προορισμού. Δηλαδή.

| | | | |
|---|---|---|---|
| IP (προορ) : | 92.213.196.171 | → | 01011100.11010101.11000**1**00.10101011 |
| IP (υπολ): | 92.213.193.53 | → | 01011100.11010101.11000**0**01.00110101 |
| | 255.255.252.0 | → | 11111111.11111111.11111100.00000000 |

Είναι φανερό ότι οι δύο IP διευθύνσεις διαφέρουν σε κάποιο από τα πρώτα 22 bits (που είναι 1) της μάσκας, και συγκεκριμένα στο ενδέκατο από δεξιά bit. Άρα η διεύθυνση προορισμού δεν βρίσκεται το ίδιο υποδίκτυο. Το IP πακέτο πρέπει να σταλεί στον δρομολογητή (προεπιλεγμένη πύλη) που συνδέει τον υπολογιστή με το διαδίκτυο, άρα η διεύθυνση του επόμενου άλματος είναι η 92.213.193.35.

Ομοίως και για την IP διεύθυνση προορισμού 92.213.194.171

| | | | |
|---|---|---|---|
| IP (προορ) : | 92.213.194.171 | → | 01011100.11010101.11000**0**10.10101011 |
| IP (υπολ): | 92.213.193.53 | → | 01011100.11010101.11000**0**01.00110101 |
| | 255.255.252.0 | → | 11111111.11111111.11111100.00000000 |

Είναι φανερό ότι οι δύο IP διευθύνσεις δεν διαφέρουν σε κάποιο από τα πρώτα 22 bits (που είναι 1) της μάσκας. Άρα η διεύθυνση προορισμού βρίσκεται το ίδιο υποδίκτυο το 92.213.192.0. Το IP πακέτο θα σταλεί μέσω MAC απευθείας στον υπολογιστή με IP διεύθυνση αυτή του προορισμού δηλαδή 92.213.194.171.

## Θ5/ΓΕ5/2015

(β) Σε ένα κανάλι γίνεται μετάδοση πλαισίων σταθερού μεγέθους 1024 bytes με ρυθμό μετάδοσης δεδομένων 4 Mbps, χρησιμοποιώντας το πρωτόκολλο οπισθοδρόμησης κατά Ν με μέγεθος παραθύρου W = 6. Τα πλαίσια δεδομένων δεν έχουν επιβαρύνσεις και το μέγεθος των πλαισίων επιβεβαίωσης θεωρείται αμελητέο. Θεωρούμε ότι στο κανάλι δεν υπάρχουν σφάλματα μετάδοσης. Αν ο χρόνος διάδοσης ενός αρχείου 435928 bytes είναι 1,565 sec και η καθυστέρηση διάδοσης είναι 2 μs/km να βρείτε την απόσταση d μεταξύ των κόμβων εκπομπής και λήψης. (Αν το μέγεθος ενός αρχείου προς μετάδοση δεν αποτελεί ακέραιο πολλαπλάσιο των 1024 bytes, τότε το υπόλοιπο συμπληρώνεται (bit-stuffing))

Αρχικά,· θα· υπολογίσουμε· το· throughput· ως· το· αποτέλεσμα· του· λόγου· των· συνολικών·bits·που·αποστέλλονται·(δηλαδή·μετά·το·bit·stuffing)·διά·του·χρόνου·και· μετά·θα·κινηθούμε·ανάποδα·μέχρι·να·βρούμε·τη·συνολική·καθυστέρηση·διάδοσης· PROP· ώστε· διαιρώντας· τη· με· την· δεδομένη· καθυστέρηση· ανά· χιλιόμετρο,· να· βρούμε·τη·συνολική·απόσταση.¶

¶

$$R = 4Mbps = 4000000bps = 4 \cdot 10^6 \text{ bps}, L_{packet} = 1024bytes = 8192bits, \text{ACK} = 0 \text{ bits}$$

$$\text{T} = \text{S}, \text{h} = 0bits, TRANSP(AB) = \frac{L}{R} = \frac{8192}{4 \cdot 10^6} = 0,002048s$$

$$F = L_{total} = 435928bytes = 3487424bits, M = \frac{F}{L_{packet}} = \frac{3487424}{8192} = 425,710 \rightarrow 426\,packets \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 426 \cdot 8192 = 3489792bits \Rightarrow Throughput = \frac{3489792bits}{1,565\sec} = 2229899bps$$

$$Throughput = \eta_{GBN} \cdot R \Rightarrow \eta_{GBN} = \frac{Throughput}{R} = \frac{2229899\,bps}{4000000bps} = 0,5574$$

$$\eta_{GBN} = \frac{W \cdot TRANSP}{S} \Rightarrow S = \frac{W \cdot TRANSP}{\eta_{GBN}} = \frac{6 \cdot 0,002048s}{0,5574} = 0,02204$$

$$S = RTT = TRANSP(AB) + 2PROP \Rightarrow \frac{S - TRANSP(AB)}{2} = PROP \Rightarrow \frac{0,02204s - 0,002048s}{2} = PROP \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PROP = 0,009996s = 9996\mu\sec$$

$$D = \frac{PROP}{delay} = \frac{9996\mu\sec}{2\mu\sec/km} = 4998km$$

**ΘΕΜΑ 6**

ΓΕ5/2015

***Στόχος της άσκησης*** *είναι η εξοικείωση με τα βασικά πρωτόκολλα επανεκπομπής.*

***Σχετικές ασκήσεις****: ΓΕ0910/Θ5, ΓΕ3/1011/Θ4, ΓΕ3/1112/Θ3, ΓΕ3/1112/Θ4, ΓΕ3/1213/Θ2, ΓΕ3/1213/Θ3.*

Μία ζεύξη επικοινωνίας παρέχει 1 Mbps για την επικοινωνία της Γης με τη σελήνη. Η ζεύξη αυτή χρησιμοποιείται για να την αποστολή έγχρωμων εικόνων από τη σελήνη. Κάθε εικόνα περιέχει 16.000 x 16.000 pixels και 12 bits χρησιμοποιούνται για καθένα από τα συστατικά τριών χρωμάτων (R, G, B) του κάθε pixel ανα συστατικό χρώματος.

α) Να υπολογισθεί ο ρυθμός μετάδοσης εικόνων ανά δευτερόλεπτο μέσω της ζεύξης.

β) Αν κάθε εικόνα μεταδίδεται ως ένα ενιαίο κομμάτι, πόσος χρόνος χρειάζεται μέχρι να ληφθεί μία επιβεβαίωση από τη Γη; Θεωρείστε ότι ο χρόνος επιβεβαίωσης (TRANSA) είναι πολύ μικρότερος από το χρόνο μετάδοσης (TRANSP). Η απόσταση γης-σελήνης είναι 375000 km και η ταχύτητα διάδοσης ενός σήματος είναι $3 \times 10^8$ m/sec.

γ) Να υποθέσετε ότι για την ανωτέρω μετάδοση οι εικόνες υποδιαιρούνται σε πακέτα δεδομένων μεγέθους 5000 bytes και σε κάθε πακέτο προστίθενται 20 bytes επικεφαλίδας. Να υπολογίσετε το βέλτιστο μέγεθος παραθύρου που μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην περίπτωση εφαρμογής πρωτοκόλλων επανεκπομπής Go–Back–N και Selective Repeat υποθέτοντας μηδενικό ρυθμό εσφαλμένων πακέτων και επιβεβαιωσεις μεγέθους 20 bytes (συμπεριλαμβάνεται στο μέγεθος αυτό η επικεφαλίδα). Στη συνέχεια, για το μέγεθος παραθύρου που βρήκατε να υποθέσετε ότι ο ρυθμός σφάλματος bit (Bit Error Rate) είναι ίσος με $3 \times 10^{-8}$ και να υπολογίσετε την απόδοση των 2 πρωτοκόλλων επανεκπομπής Go–Back–N και Selective Repeat υποθέτοντας και για τα δύο πρωτόκολλα ότι ο χρόνος προθεσμίας T να είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ' επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% απουσία σφαλμάτων μεταφοράς.

Α) Ο ρυθμός μετάδοσης των εικόνων ανά δευτερόλεπτο είναι:

$$\frac{1\ x\ 10^6\ \frac{bits}{sec}}{16000^2\ x\ 12\ x\ 3\ \frac{bits}{image}} = 1.085\ x\ 10^{-4}\ image/sec$$

Β) Ο συνολικός χρόνος για τη λήψη μίας επιβεβαίωσης από τη Γη, θεωρώντας ότι TRANSA<<TRANSP είναι:

$$t_0 = TRANSP + 2 * PROP = \frac{\left(16000^2\ x\ 12\ x\ 3\ \frac{bits}{image}\right)}{1\ x\ 10^6\ \frac{bits}{sec}} + 2\,\frac{375000\ x\ 10^3 m}{3\ x\ 10^8\ \frac{m}{sec}}$$

$$= 9216 + 2\ x\ 1.25 = 9218.5\ \text{sec/image}$$

Σημειώστε ότι αν κάθε εικόνα μεταδίδεται σε ένα ενιαίο κομμάτι, η καθυστέρηση διάδοσης $PROP$ είναι ασήμαντη σε σύγκριση με την καθυστέρηση μετάδοσης TRANSP.

Γ) Γνωρίζουμε ότι προκειμένου να βελτιστοποιήσουμε την αποδοτικότητα, η W θα έπρεπε να επιλεχθεί έτσι ώστε, χωρίς σφάλμα, τα πακέτα να μεταδίδονται συνέχεια.

Και για τα 2 πρωτόκολλα επανεκπομπής η απόδοση απουσία σφαλμάτων είναι

$$n = W\frac{TRANSP}{TRANSP + 2PROP + TRANSA}$$

Θέτοντας

$$n = 100\%$$

και αντικαθιστώντας

TRANSP=$\frac{(5000+20)8}{10^6} = 0.04016 sec$

TRANSA=$\frac{(20)8}{10^6} = 0.00016 sec$

2PROP=2.5sec

λαμβάνουμε W=64

Με βάση την τιμή αυτή του παραθύρου υπολογίζουμε τις αποδόσεις των πρωτοκόλλων υποθέτοντας πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης πακέτου δεδομένων και λήψης επιβεβαίωσης την εξής:

$p = p_{succ,data} \cdot p_{succ,ack} = (1 - 3 \cdot 10^{-8})^{(5000+20)8} \cdot (1 - 3 \cdot 10^{-8})^{(20)8}$ =0,9987911

Για να υπολογίσουμε την αποδοτικότητα της μετάδοσης, μπορούμε τώρα να χρησιμοποιήσουμε τους τύπους της σελ.124 του τόμου Γ.

$$n_{GBN} = \frac{1}{1+W\frac{1-p}{p}} = 0{,}9281$$

$$n_{SRP} = \frac{2+(1-p)(W-1)}{2+(1-p)(3W-1)} = 0{,}9306$$

# Πρωτόκολλα Επανεκπομπής

**ABP**

Όταν PER=0 $$n_{ABP} = \frac{TRANSP}{RTT}$$

Όταν PER>0 $$n_{ABP} = \frac{TRANSP}{RTT + T\frac{1-p}{p}}$$

**GBN**

Όταν PER=0 $$n_{GBN} = \min\left\{1, W\frac{TRANSP}{RTT}\right\}$$

Όταν PER>0 $$n_{GBN} = \frac{TRANSP}{TRANSP + T\frac{1-p}{p}}$$

Όταν PER>0

και T=WxTRANSP $$n_{GBN} = \frac{1}{1 + W\frac{1-p}{p}}$$

$$p = \text{Prob(succ.data packet Tx AND succ. ACK Rx)}$$

**SRP**

Όταν PER=0 $$n_{SRP} = \min\left\{1, W\frac{TRANSP}{RTT}\right\}$$

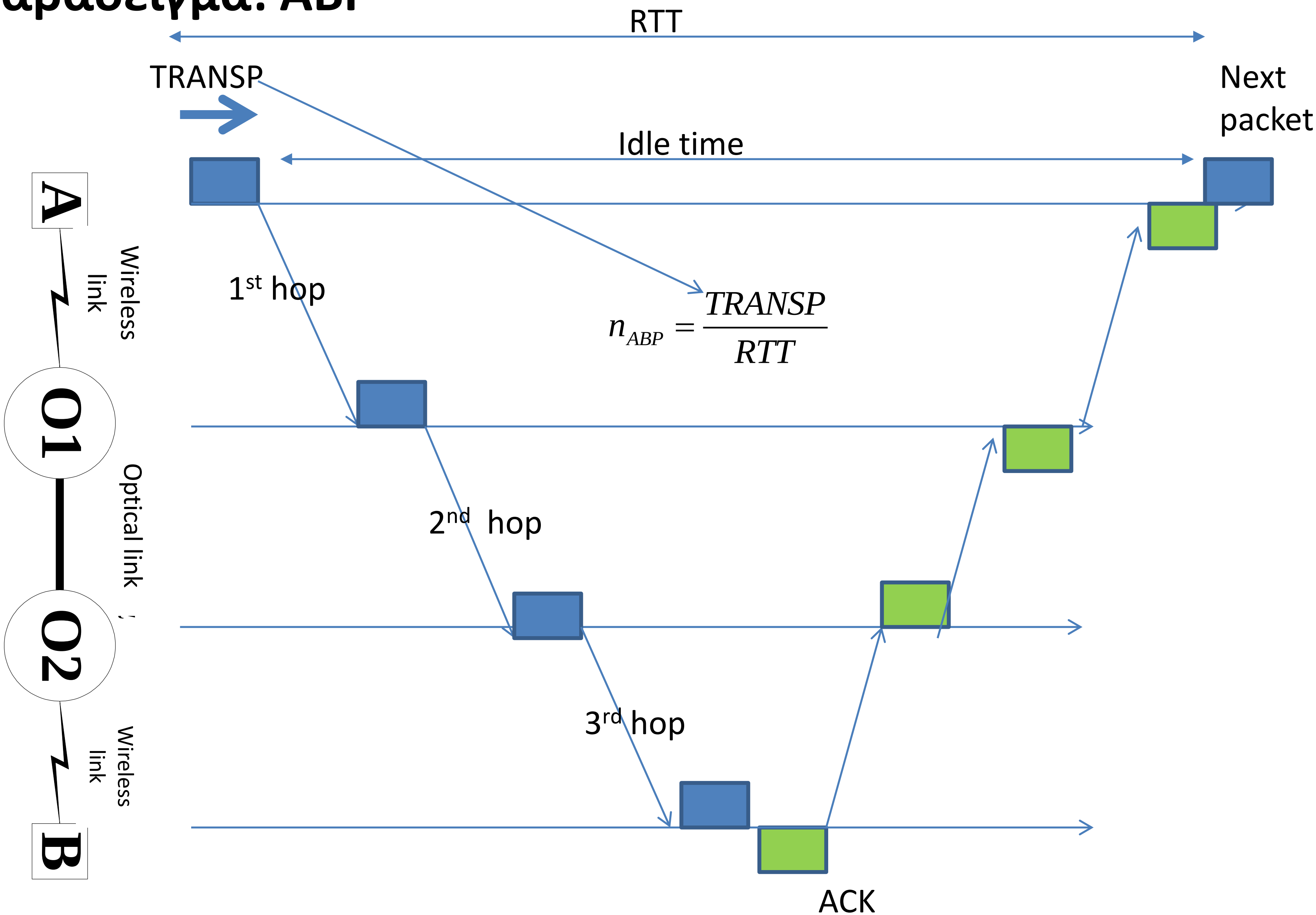
Όταν PER>0

και T=WxTRANSP $$n_{SRP} \approx \frac{2 + (1-p)(W-1)}{2 + (1-p)(3W-1)}$$

και $(1-p)W \le 10\%$

- Σημείωση: Όταν έχουμε διαδοχικούς συνδέσμους μεταξύ αποστολέα και παραλήπτη, στον αριθμητή της έκφρασης που δίνει την απόδοση του πρωτοκόλλου λαμβάνουμε υπόψη *μόνο* το χρόνο μετάδοσης πακέτου/πακέτων στον *πρώτο* σύνδεσμο.

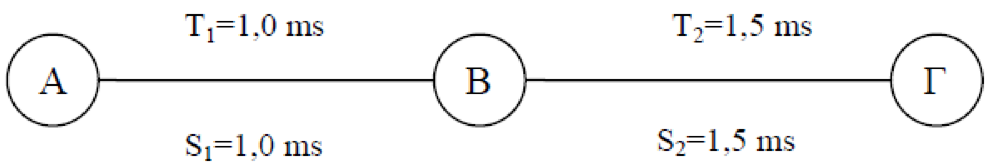
# Παράδειγμα: ABP




$$n_{ABP} = \frac{TRANSP}{RTT}$$

# ΕΞ2007Α/Θ6

**ΘΕΜΑ 6 -** Έστω σταθμός Α που επικοινωνεί με σταθμό Γ μέσω ενός σταθμού Β και δύο συνδέσμων (σύνδεσμος 1 μεταξύ ΑΒ, και σύνδεσμος 2 μεταξύ ΒΓ). Οι χρόνοι μετάδοσης πλαισίου είναι ίδιοι σε κάθε σύνδεσμο ((TRANSP1 = TRANSP2 =$10^{-4}$ s), ενώ οι χρόνοι μετάβασης με επιστροφή (S) και προθεσμίας (T) είναι αντίστοιχα $S_1$=$T_1$=1,0ms και $S_2$=$T_2$=1,5ms.




Η πιθανότητα σφάλματος πακέτου μονόδρομης μετάδοσης είναι: στον 1ο σύνδεσμο $p_{err1} = 10^{-2}$, και στον 2ο σύνδεσμο $p_{err2} = 2\times10^{-2}$ . Πρέπει να επιλέξετε μεταξύ δύο σεναρίων:

1) ένα πρωτόκολλο επανεκπομπής ABP υλοποιείται μεταξύ των σταθμών Α και Γ (end-to-end), ενώ ο Β είναι απλός αναμεταδότης (στην περίπτωση αυτή ο χρόνος προθεσμίας ισούται με το άθροισμα των επιμέρους χρόνων προθεσμίας κάθε συνδέσμου).
2) ξεχωριστά πρωτόκολλα επανεκπομπής ABP υλοποιούνται μεταξύ των σταθμών Α,Β και των σταθμών Β,Γ.

Ποιο σενάριο έχει τη μεγαλύτερη απόδοση;

Για τον προσδιορισμό της επίδοσης του κάθε σεναρίου θα υπολογίσουμε την Αντίστοιχη ρυθμαπόδοση που πετυχαίνει.

Γενικά η ρυθμαπόδοση ισούται με

$$Throughput = Efficiency\ x\ Link\_Bit\_Rate$$

Αν έχουμε πολλαπλούς συνδέσμους με ξεχωριστά πρωτόκολλα επανεκπομπής
Η συνολική ρυθμαπόδοση ισούται με:

$$Throughput = \min_{i=1,..,N}\left\{Throughput_i\right\} = \\ = \min_{i=1,..,N}\left\{Efficiency_i\ x\ Link\_Bit\_Rate_i\right\}$$

Αν  έχουμε πολλαπλούς συνδέσμους με ένα ενιαίο πρωτόκολλο επανεκπομπής end-end
Η ρυθμαπόδοση θα ισούται με:

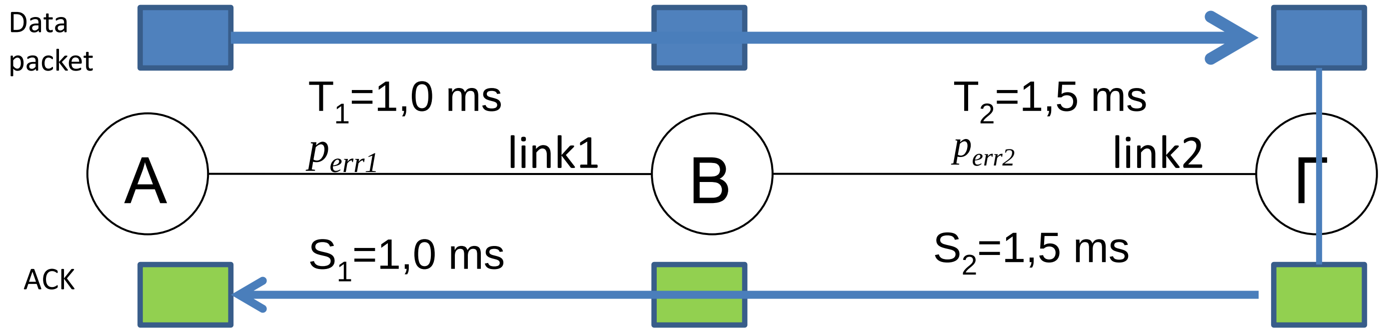
$$Throughput = \min_{i=1,..,N}\left\{Throughput_i\right\} = \\ = \min_{i=1,..,N}\left\{Efficiency\ x\ Link\_Bit\_Rate_i\right\} = \\ = Efficiency\ x \min_{i=1,..,N}\left\{Link\_Bit\_Rate_i\right\}$$

## Απόδοση ABP (με Packet Error Rate>0)

$$\eta_{ABP} = \frac{TRANSP}{S + \dfrac{(1 - p_{success})}{p_{success}} T}$$

# 1ο σενάριο

ABP μεταξύ A and Γ (end-end) . O B θεωρείται ως απλός αναμεταδότης (ο χρόνος προθεσμίας δίνεται ότι ισούται με $T_1+T_2$.




Χρειάζεται υπολογισμός της πιθανότητας επιτυχούς αποστολής πακέτου και λήψης επιβεβαίωσης 'end-end'

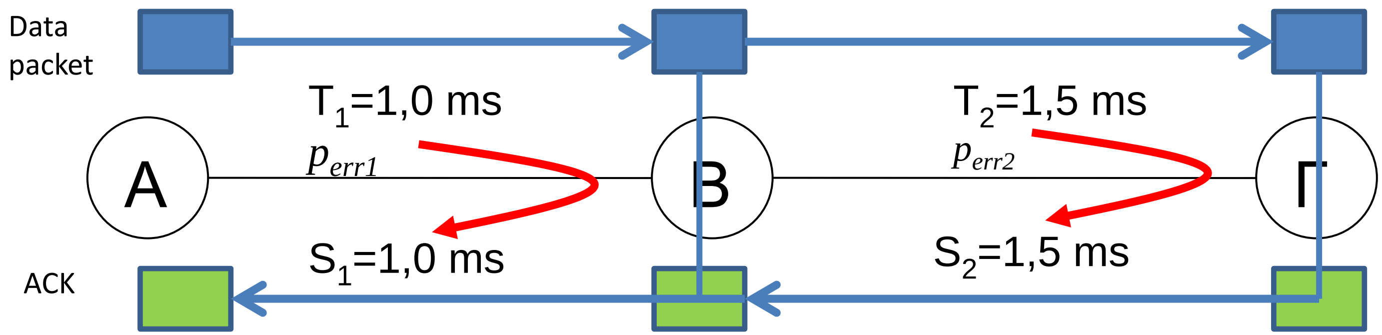
$$p_{12} = P(success, data\_packet\_in\_link\_1) \times P(success, data\_packet\_in\_link\_2) \times$$
$$\times P(success, ACK\_in\_link\_2) \times P(success, ACK\_in\_link\_1) =$$
$$= (1 - p_{err1}) \times (1 - p_{err2}) \times (1 - p_{err2}) \times (1 - p_{err1}) = 0,94128804$$

# 1º σενάριο

$$\eta_{ABP1} = \frac{TRANSP}{S_{12} + \frac{(1-p_{12})}{p_{12}}T_{12}} = \frac{p_{12}TRANSP}{S_1 + S_2} = \frac{0,94128804 \cdot 10^{-4}}{2,5 \cdot 10^{-3}} = 3,76\%$$

# 2ο σενάριο

Ξεχωριστές ABP μεταξύ A-B and B-Γ




Χρειάζεται υπολογισμός της πιθανότητας επιτυχούς αποστολής πακέτου και λήψης επιβεβαίωσης σε καθένα από τους 2 'βρόχους' ABP

$$p_1 = P(success, data\_packet\_in\_link\_1) \times P(success, ACK\_in\_link\_1) =$$

$$= (1 - p_{err1}) \times (1 - p_{err1}) = 0.9801$$

$$p_2 = P(success, data\_packet\_in\_link\_2) \times P(success, ACK\_in\_link\_2) =$$

$$= (1 - p_{err2}) \times (1 - p_{err2}) = 0,9604$$

# 2ο σενάριο

$$\eta_{ABP\,2.1} = \frac{TRANSP}{S_1 + \frac{(1-p_1)}{p_1}T_1} = \frac{p_1 TRANSP}{S_1} = 9.8\%$$

$$\eta_{ABP\,2.2} = \frac{TRANSP}{S_2 + \frac{(1-p_2)}{p_2}T_2} = \frac{p_2 TRANSP}{S_2} = 9.6\%$$

Εφόσον ο ρυθμός μετάδοσης και στα δύο links είναι ο ίδιος,
η απόδοση του συστήματος θα εξαρτάται από το link με τη μικρότερη επιμέρους απόδοση (bottleneck) , που είναι το link 2.

Με βάση τα αποτελέσματα, το 2ο σενάριο θα είναι πιο αποδοτικό, διότι έχει απόδοση 9.6%, σε σχέση με το 1ο σενάριο που έχει απόδοση 3.76%

Προσοχή! Κανονικά πρέπει να ***<u>συγκρίνουμε</u>*** ***<u>ρυθμαποδόσεις</u>***, αλλά -<u>για τη συγκεκριμένη περίπτωση</u>- αφού έχουμε τον ίδιο ρυθμό μετάδοσης σε όλα τα links και τα σενάρια, αρκούν οι αντίστοιχες αποδόσεις

**<u>ΘΕΜΑ 3</u>** ΕΞ 2010Β

Ένας μηχανικός δικτύου θέλει να δημιουργήσει μία ζεύξη μεταξύ 2 σημείων με οπτική ίνα στην οποία θα γίνεται χρήση του πρωτοκόλλου GBN. Έχει παρατηρηθεί ότι σε ζεύξεις με οπτική ίνα ο ρυθμός εσφαλμένων πακέτων (Packet Eror Rate, PER) σε κάθε κατεύθυνση της ζεύξης είναι σταθερός και ίσος με 0,001 και είναι ανεξάρτητος της απόστασης μεταξύ των κόμβων και του μεγέθους των πακέτων. Εάν θεωρήσουμε ότι για το πρωτόκολλο επανεκπομπής ο χρόνος προθεσμίας T να είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ' επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% απουσία σφαλμάτων μεταφοράς, να βρεθούν:

**(α)** Η μέγιστη δυνατή ακέραια τιμή του παραθύρου W του πρωτοκόλλου GBN έτσι ώστε η απόδοση στην οπτική ζεύξη να μην πέσει κάτω από το 95%.

**(β)** Το μήκος L της οπτικής ίνας που συνδέει τα δύο σημεία αν είναι γνωστά ότι: i) TRANSP=TRANSA=$10^{-6}$ sec, ii) το μέγεθος παραθύρου W=52 δίνει απόδοση 100% του πρωτοκόλλου GBN απουσία λαθών και iii) h ταχύτητα διάδοσης φωτός σε οπτική ίνα είναι C=200000 km/sec

**(α)** Γνωρίζουμε ότι η απόδοση του πρωτοκόλλου GBN δίνεται από τον τύπο και η οποία πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση του 95%

$$\eta_{GBN}(p) = \frac{1}{1 + \frac{S}{TRANSP}\frac{1-p}{p}} \geq 0.95$$

Επειδή το T=S και με δεδομένο ότι W=S/TRANSP αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση έχουμε

$$\eta_{GBN}(p) = \frac{1}{1 + W\frac{1-p}{p}} \geq 0.95$$

Λύνοντας ως προς W έχουμε ότι

$$W \leq \frac{p}{1-p}\left(\frac{1}{0.95} - 1\right)$$

Αντικαθιστώντας στη παραπάνω εξίσωση τις τιμές για p=(1-PER)(1-PER)=0,998 βρίσκουμε ότι τα παράθυρο πρέπει να είναι

W ≤ 26,26

Άρα η μέγιστη ακέραια τιμή του παραθύρου πρέπει να είναι W=26 για να μην πέσει η απόδοση του πρωτοκόλλου κάτω από 95%

$$\frac{1}{1+\frac{1-p}{p}W} \geq 0.95 \Leftrightarrow \frac{1}{0.95} \geq 1 + \frac{1-p}{p}W \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{0.95} - 1 \geq \frac{1-p}{p}W \Leftrightarrow W \leq \frac{p}{1-p}\left(\frac{1}{0.95} - 1\right)$$

**(β)** Γνωρίζουμε ότι στην περίπτωση απόδοσης 100% του πρωτοκόλλου GBN απουσία λαθών ισχύει

$$\frac{W \times TRANSP}{S} = 1 \Leftrightarrow W \times TRANSP = S = TRANSP + TRANSA + 2PROP$$

Με δεδομένο ότι PROP=L/C και TRANSP=TRANSA=$10^{-6}$ έχουμε ότι

$$W \times TRANSP = 2TRANSP + 2\frac{L}{C} \Rightarrow$$

$$(W-2)\,TRANSP = 2\frac{L}{C} \Rightarrow$$

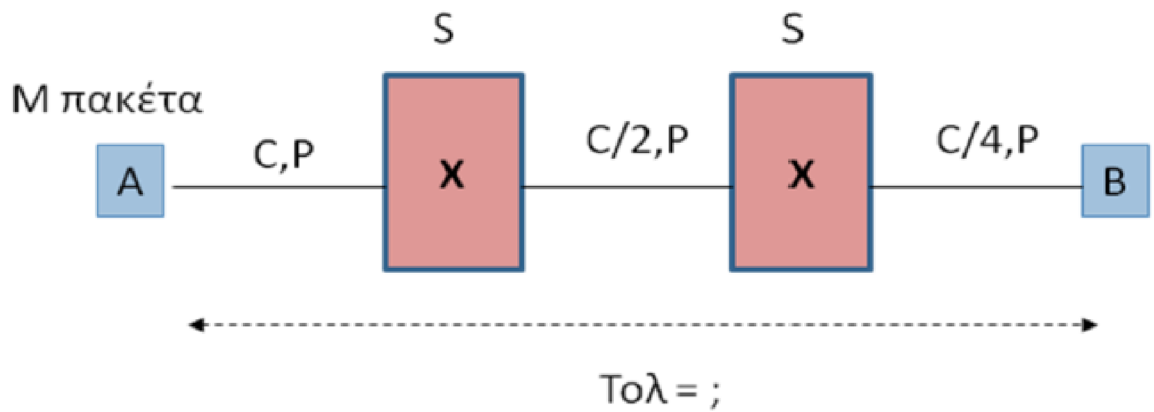
$$L = C(W-2)\frac{TRANSP}{2}$$

Άρα αντικαθιστώντας τις τιμές των TRANSP=$10^{-6}$ sec, W=52 και C=200000 Km/sec βρίσκουμε ότι η απόσταση L της οπτικής ζεύξης είναι 5000 μέτρα

ΕΞ 2014Α

## ΘΕΜΑ 5

Θεωρείστε την απλή τοπολογία του παρακάτω σχήματος.




Έστω ότι ένας κόμβος Α έχει έτοιμα προς αποστολή να στείλει στον κόμβο Β, Μ πακέτα μήκους L bits. Η μετάδοση μεταξύ των δύο κόμβων γίνεται μέσω τριών ζεύξεων (links) και δύο μεταγωγών (switches). Η 1η ζεύξη χαρακτηρίζεται από ρυθμό μετάδοσης (διαμετακομιστική ικανότητα, throughput) C bps, ο πρώτος μεταγωγός από χρόνο εξυπηρέτησης πακέτου (service time) ίσο με S sec, η 2η ζεύξη από ρυθμό μετάδοσης C/2 bps, ο δεύτερος μεταγωγός από χρόνο εξυπηρέτησης S sec, και η 3η ζεύξη από ρυθμό μετάδοσης C/4 bps. Ο χρόνος διάδοσης (propagation time) σε κάθε μία από τις τρεις ζεύξεις είναι ίσος με P sec.
Υποθέτουμε ότι ο χρόνος επεξεργασίας (service time) στους κόμβους Α και Β είναι αμελητέος. Ζητούνται:
α) Η καθυστέρηση (ή χρόνος, latency ή delay ή system time) T1 της μεταφοράς του πρώτου πακέτου από τον κόμβο Α στον κόμβο Β.
β) Η συνολική καθυστέρησηΤολ της μεταφοράς των Μ πακέτων από τον κόμβο Α στον κόμβο Β.

A. Το πρώτο πακέτο χρειάζεται χρόνο

$T1 = L/C + P + S + 2L/C + P + S + 4L/C + P = 7L/C + 3P + 2S$

B.

**Πρώτος Τρόπος Επίλυσης**

Καθώς ο κάθε ρυθμός ζεύξης που ακολουθεί είναι μικρότερος του προηγούμενου, στους μεταγωγείς θα αποθηκεύονται πακέτα.

Έτσι, όταν θα ολοκληρώνεται η αποστολή του πρώτου πακέτου από τον δεύτερο μεταγωγέα στον B, θα υπάρχει ήδη έτοιμο προς αποστολή το δεύτερο πακέτο από τον δεύτερο μεταγωγέα. Η καθυστέρηση που προσθέτει το δεύτερο πακέτο είναι:

$T2 = 4L/C + P+S$

Με την ίδια λογική τα (M-1) πακέτα προσθέτουν καθυστέρηση ίση με:

$T_{M-1} = (M-1)(4L/C+P+S)$

Συνεπώς η ζητούμενη καθυστέρηση είναι ίση με

$T_{ολ} = T1 + T_{M-1}=7L/C + 3P + 2S +(M-1)(4L/C+P+S)=M(4L/C+P+S)+3L/C+2P+S$

**Δεύτερος τρόπος Επίλυσης**

Ο συνολικός χρόνος ισούται με το χρόνο που απαιτείται για την μετάδοση των M πακέτων από την πιο αργή ζεύξη (C/4): $M(4L/C+P+S)$

Συν το χρόνο για την μετάδοση ενός πακέτου από τις υπόλοιπες ζεύξεις: [Πρώτη Ζεύξη]: $L/C + P+S$, Δεύτερη Ζεύξη: $2L/C+P$

Συνολικός χρόνος: $M(4L/C+P+S)+ L/C + P+S+2L/C+P= M(4L/C+P)+3L/C+2P+S$

# ΘΕΜΑ 6

1. Δίνεται η διεύθυνση δικτύου 145.128.0.0/25 (όπου /25 ο συνολικός αριθμός των bits που χρησιμοποιούνται για το δίκτυο). Ζητούνται τα ακόλουθα: η Κλάση Διεύθυνσης, Default Mask, η Custom Subnet Mask, ο συνολικός Αριθμός subnets που μπορούν να ορισθούν με βάση την Custom Subnet Mask, ο συνολικός Αριθμός των host Διευθύνσεων ανα subnet, ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων Διευθύνσεων και ο αριθμός των bits που έχουν δανειστεί για το subneting.
2. Να θεωρήσετε 12 σταθμούς που είναι συνδεδεμένοι σε ένα δίκτυο Ethernet 10 Mbps. Να θεωρήσετε ότι κάθε ένας κόμβος μεταδίδει πλαίσια προς ένα συγκεκριμένο σταθμό με ρυθμό 10 Mbps. Ποιά είναι η μέγιστη (ρυθμο)απόδοση όταν:
    - Κάθε σταθμός είναι συνδεδεμένος σε ένα hub
    - Κάθε σταθμός με μία half-duplex σύνδεση συνδέεται σε Ethernet switch
    - Κάθε σταθμός με μία full-duplex σύνδεση συνδέεται σε Ethernet switch
3. Να θεωρήσετε τους hosts A, B που συνδέονται σε ένα router ο κάθε ένας με MTU=1200 bytes. Η επικοινωνία μεταξύ των A-B γίνεται δια μέσω μιας point-to-point ζεύξης με MTU=600 bytes, όπως φαίνεται και στο σχήμα που ακολουθεί. Η εφαρμογή στο Host A δημιουργεί 2000 bytes τα οποία λαμβάνει από το επίπεδο TCP. Να υπολογίσετε το πλήθος και το μέγεθος των πακέτων που στέλνονται προς το Host B. Να θεωρήσετε ότι το reassembly των fragmented πακέτων γίνεται στο Host B (Μέγεθος TCP Επικεφαλίδας: 20 bytes, IP Επικεφαλίδας: 20 bytes).

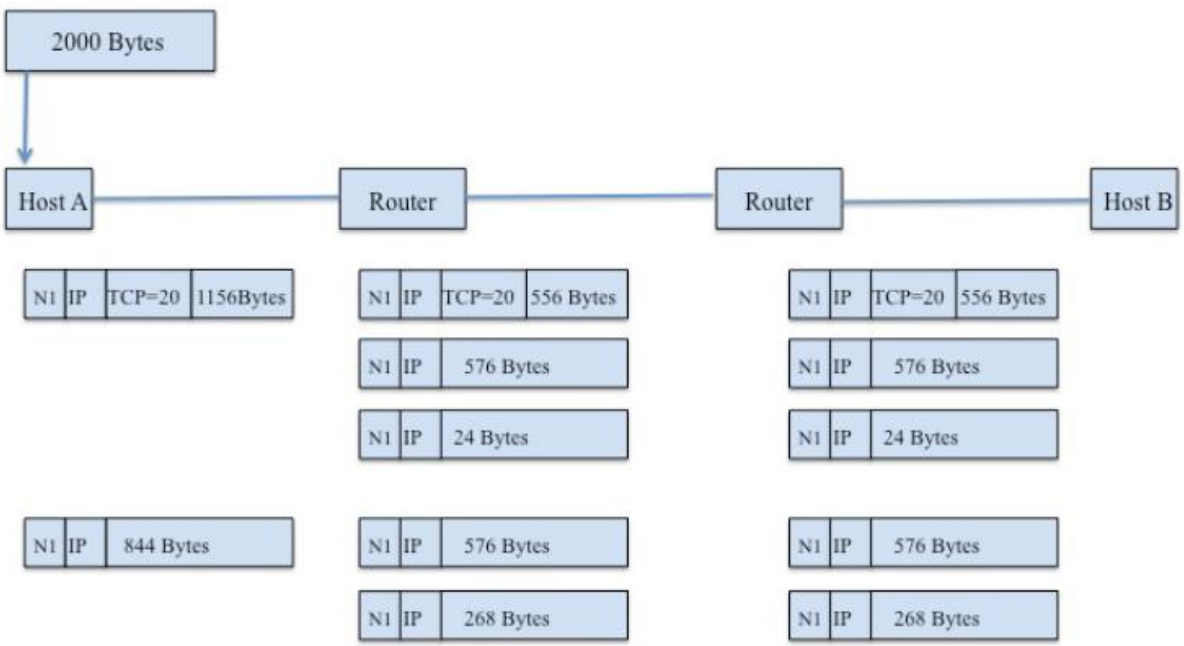
1. Λύση Ερωτήματος 1
   Καθώς οι περιοχές των διευθύνσεων από 128.0.0.0 ως 191.255.255.255 ανήκει στην κλάση B, η διεύθυνση δικτύου 145.128.0.0 ανήκει στην κλάση B. Η default subnet mask είναι 255.255.0.0 και η Custom Subnet Mask: 255.255.255.128. Ο συνολικός αριθμός των subnets είναι 2^9=512, ο συνολικός αριθμός των χρησιμοποιούμενων διευθύνσεων είναι 128-2=126 hosts, ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων διευθύνσεων ανα subnet είναι $2^7$=128, No of Bits που δανείστηκε για το subneting 9

Σημείωση: Η διεύθυνση 145.128.0.0 γράφεται δυαδικά ως 10010001.100000000.00000000.00000000

Επειδή η πρώτη αριστερή 8άδα αρχίζει από '10' η διεύθυνση κατατάσσεται στην Class B που κανονικά έχει δεσμευμένες τις πρώτες 2 αριστερές 8άδες (τα πρώτα 16 bits) για το network ID και τις άλλες 2 8άδες για το host id. Συνεπώς η default subnet mask είναι η 255.255.0.0. (δείτε και διαφάνεια 112)
Η άσκηση αναφέρει ότι για τα custom subnets δεσμεύονται συνολικά 25 bits, οπότε η custom subnet mask είναι 255.255.255.128. Δηλαδή από τα διαθέσιμα 16 host bits δεσμεύονται(ή 'δανείζονται') 9 bits για την αναπαράσταση του κάθε subnet, συνεπώς μπορούμε να έχουμε $2^9$ διαφορετικά subnets. Κάθε subnet έχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσει $2^7$ διαφορετικές διευθύνσεις (τα εναπομείναντα host bits είναι 16-9=7), οι οποίες συμπεριλαμβάνουν 2 διευθύνσεις για το subnet και για broadcasting (άρα κάθε subnet μπορεί να έχει $2^7$-2 hosts).

2. Η απόδοση στο δίκτυο Ethernet είναι ο συνολικός ρυθμός μετάδοσης για το συνολικό ρυθμό που στέλνεται σε όλα τα hosts
    - Στην πρώτη περίπτωση η μέγιστη απόδοση είναι 10Mbps. Αυτό επιτυγχάνεται όταν ένας μόνος host μεταδίδει. Αυτό συμβαίνει διότι το hub κάνει forward τα δεδομένα σε όλα τα ports. Έτσι μόνο ένας host μπορεί να μεταδίδει
    - Στην μετάδοση half-duplex ένας host δεν μπορεί να στέλνει και να λαμβάνει ταυτόχρονα. Στην περίπτωση του half duplex οι μισοί σταθμοί (6) μπορούν να μεταδίδουν και οι άλλοι μισοί (6) μπορούν να λαμβάνουν. Η μέγιστη απόδοση ισούται με 60 Mbps
    - Στην μετάδοση full-duplex ένας host μπορεί να στέλνει και να λαμβάνει ταυτόχρονα. Η μέγιστη απόδοση ισούται με 120 Mbps

3. Τα 2000 bytes της εφαρμογής, ενθυλακώνονται σε ένα TCP πακέτο στο οποίο προστίθεται η επικεφαλίδα 20 bytes. Το συνολικό μέγθος του IP πακέτου είναι 2000+20=2020 bytes. Σε κάθε link το fragmentation γίνεται αν το μέγεθος του πακέτου > MTU. Το payload του κάθε ενός πακέτου είναι ένας αριθμός πολλαπλάσιο του 8 [ (MTU-IP Header) mod 8]. Στην πρώτη ζεύξη το payload του fragmented πακέτου είναι 1176 bytes. Στην δεύτερη ζεύξη το payload του fragmented πακέτου είναι 576 bytes. Στην τρίτη ζεύξη το payload του fragmented πακέτου είναι 1176 bytes. Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει το fragmentation που θα πραγματοποιηθεί σε κάθε μια ζεύξη.




Στην πρώτη ζεύξη δημιουργούνται δύο fragmented πακέτα με payload 1176 και 844 bytes αντίστοιχα.
Στην δεύτερη ζεύξη γίνεται ένα επιπλέον fragmentation λογω του γεγονότος ότι το MTU=600.

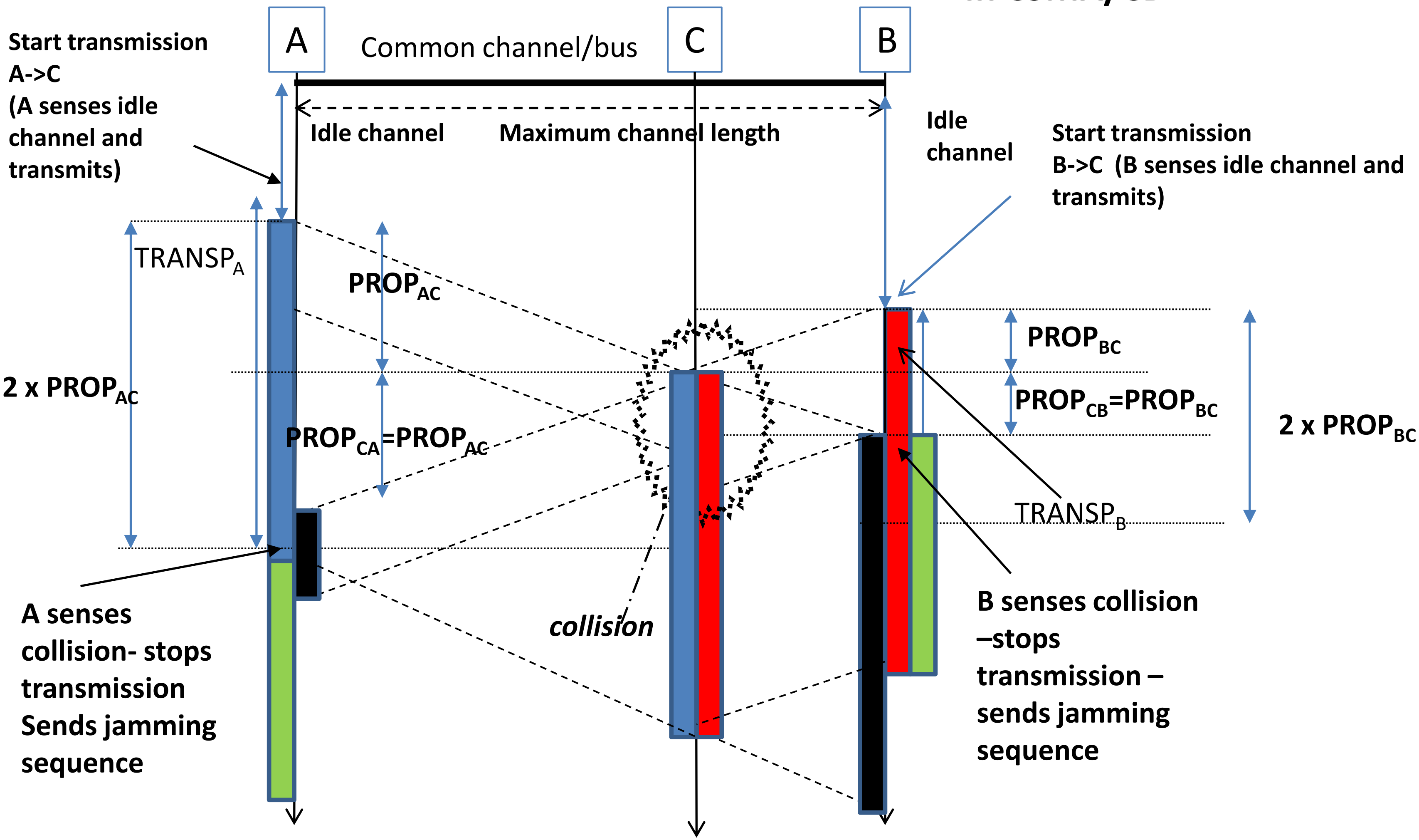
Το πρώτο πακέτο θα γίνει fragmented σε τρία επιμέρους πακέτα με payload 576, 576 και 24 bytes αντίστοιχα.

Το δεύτερο πακέτο θα γίνει fragmented σε δύο επιμέρους πακέτα με payload 576 και 268 bytes αντίστοιχα.

Στο τρίτο link δεν υπάρχει fragmentation γιατί μέγεθος IP πακέτου < MTU.

# Μερικές επισημάνσεις σε ασκήσεις Δικτύων Η/Υ

# Collision Detection condition In CSMA/CD




**In order for the transmitter to sense a collision while transmitting the packet we must have**

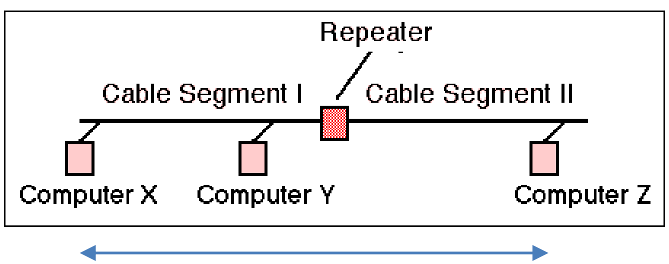
**TRANSP ≥ 2 PROP**

**Worse Case: C is co-located with B (maximum distance from A)**

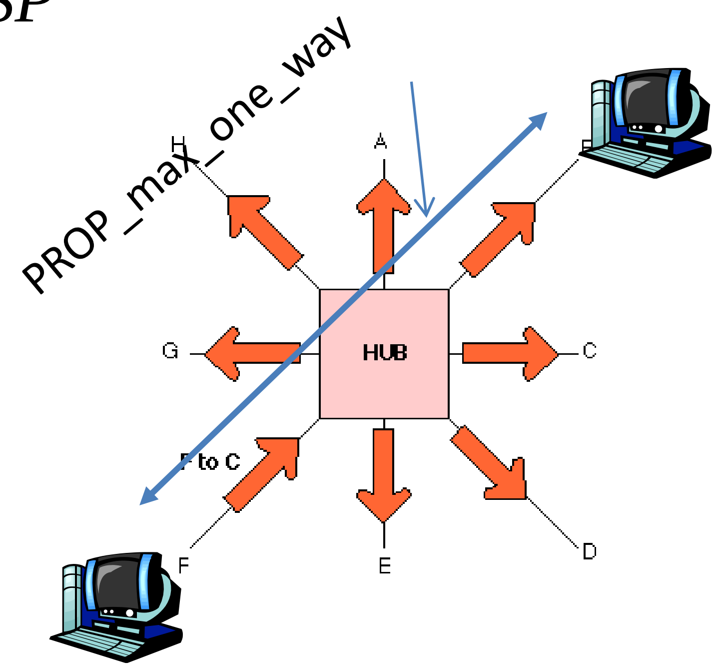
**TRANSP≥2PROP$_{MAX_ONE\ WAY}$ (maximum propagation time end-end)**

# Απόδοση CSMA CD

$$n = \frac{1}{1 + 5\dfrac{PROP_{MAX,one\_way}}{TRANSP}}$$




PROP_max_one_way



## <u>**ΘΕΜΑ 3**</u> ΕΞ 2013Α

Ας θεωρήσουμε ένα κανάλι πολλαπλής πρόσβασης ενός δικτύου με χωρητικότητα C=100 Mbits/sec και μήκος D=600m πάνω στο οποίο συνδέονται Ν σταθμοί διαδοχικά και με ίσες αποστάσεις μεταξύ διαδοχικών σταθμών. Πάνω στο κανάλι χρησιμοποιείται το πρωτόκολλο τύπου CSMA/CD που έχει απόδοση 0,4 ενώ η ταχύτητα διάδοσης του σήματος στο κανάλι είναι V=200000 km/sec.

**α)** Να υπολογίστε το ρυθμό ροής σε frames/sec του καναλιού συνολικά καθώς και το αντίστοιχο ελάχιστο μήκος του frame (πακέτο) το οποίο χρησιμοποιείται από τους Ν σταθμούς όταν αυτοί μεταδίδουν. *(8 μονάδες)*

**β)** Ας υποθέσουμε τώρα ότι χρήστες σε καθένα από τους Ν σταθμούς στέλνουν βίντεο. Το βίντεο που στέλνουν έχει γυριστεί με ρυθμό 24 εικόνες/sec. Η κάθε εικόνα αποτελείται από 1000 στοιχειώδη κομμάτια (pixels). Το κάθε pixel που αντιστοιχεί στην φωτεινότητα είναι δυνατόν να πάρει μία εκ των 256 τιμών, χρειάζονται δηλαδή 8 bits για να κωδικοποιηθεί.

**i)** Πόσα frames ανά sec στέλνει ο κάθε σταθμός στο κανάλι για να μεταδίδει το βίντεο; *(5 μονάδες)*

**ii)** Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός σταθμών Ν που μπορεί να υποστηριχτεί από το παραπάνω δίκτυο απόδοσης 0,4; *(7 μονάδες)*

**α)**

Εφόσον η απόδοση είναι η=0,4 αυτό σημαίνει ότι από τον τύπο της απόδοσης του πρωτοκόλλου CSMA/CD έχουμε

$$\eta_{CSMA/CD} = \frac{1}{1+5a} = 0.4, \quad a = \frac{PROP}{TRANSP}$$

$$\alpha = 0.3$$

Γνωρίζουμε όμως ότι $PROP = \dfrac{D(\text{Απόσταση})}{V(\text{Ταχύτητα Διάδοσης})}$ και $TRASNP = \dfrac{F \text{ (Μέγεθος πλαισίου)}}{C(\text{Χωρητικότητα Καναλιού})}$

Άρα

$$a = \frac{PROP}{TRANSP} = \frac{\frac{D}{V}}{\frac{F}{C}} = 0.3 \Rightarrow F = \frac{C \cdot D}{0.3 \cdot V} = \frac{10^8 (bits/\sec) \cdot 600m}{0.3 \cdot 2 \cdot 10^8 (m/\sec)} \Rightarrow F = 1000\ bits$$

Αφού το κανάλι έχει χωρητικότητα 100 Mbits/sec και η απόδοσή του είναι 0,4 συνεπάγεται ότι ο μέγιστος συνολικός ρυθμός μετάδοσης που υποστηρίζεται είναι

ρ=40 Mbits/sec = 40000 frames/sec.

Προσοχή: Εφόσον δίνεται η απόδοση του πρωτοκόλλου, έχει οριστεί η σχέση μεταξύ TRANSP, PROP, κι εδώ δεν ισχύει ότι TRANSP=TRANSPmin=2PROP, αλλά TRANSP=3.3PROP

**β)**

Ο ρυθμός δεδομένων που παράγεται από έναν χρήστη είναι:

$$r=(24 \text{ εικόνες/sec}) \times 1000 \text{ (pixels/εικόνα)} \times (8 \text{ bits/pixel})=192.000 \text{ bits/sec}=192\text{Kbits/sec}.$$

**(i)** Άρα με δεδομένο ότι το κάθε frame έχει μήκος 1000 bits τότε ο κάθε χρήστης στέλνει 192 frames/sec

**(ii)** Εφόσον ο συνολικός ρυθμός μετάδοσης στο δίκτυο είναι 40000 frames/sec και ο κάθε κόμβος πρέπει να στέλνει 192 frames/sec τότε ο μέγιστος αριθμός των σταθμών που μπορεί να υποστηρίξει το δίκτυο είναι:

$$N_{max}=(40000 \text{ frames/sec})/(192 \text{ frames/sec})=208.33, \text{ δηλαδή } 208 \text{ κόμβοι.}$$

# IP addressing

Subnet Mask : Μετατροπή σε δυαδική μορφή : ‘1’s :network id , ‘0’s :host id bits
Network id: συνδυασμοί αριστερών bits για address classes
0 : Class A
10: Class B
110: Class C

Host id:
All ‘0’s : subnet
All ‘1’s : broadcast address (within subnet)

Εναλλακτική αναπαράσταση: X.Y.Z.W / S
S : ο αριθμός των ‘1’ (από αριστερά προς τα δεξιά) στη subnet mask
e.g. 255.255.255.128 συμβολίζεται στην IP address X.Y.Z.W ως X.Y.Z.W/25

# IP addressing methodology (cont'd)

Subnet address= IP address AND subnet mask

Π.χ. 202.60.215.150/20

| | |
|---|---|
| | 11001010.00111100.11010111.10010110 |
| AND | 11111111.11111111.11110000.00000000 |
| | 11001010.00111100.11010000.00000000 = 202.60.208.0 |

Broadcast Address = IP address OR inverted subnet mask

Π.χ. 202.60.215.150/20

| | |
|---|---|
| | 11001010.00111100.11010111.10010110 |
| OR | 00000000.00000000.00001111.11111111 |
| | 11001010.00111100.11011111.11111111 = 202.60.223.255 |

host number =IP address AND inverted subnet mask

Π.χ. 202.60.215.150/20

| | |
|---|---|
| | 11001010.00111100.11010111.10010110 |
| AND | 00000000.00000000.00001111.11111111 |
| | 00000000.00000000.00000111.10010110 =host id=1942 |

# παράδειγμα

Έστω η classful IP address 181.18.4.200.

1. Σε ποια κλάση ανήκει? Πόσα δίκτυα μπορούν να αναπαρασταθούν με την κλάση αυτή?
2. Ποια είναι η subnet mask? Ποιες είναι οι subnet and broadcast IP addresses? Πόσοι σταθμοί μπορούν να συμπεριληφθούν στο υποδίκτυο?
3. Πώς μπορούμε να διαιρέσουμε το ανωτέρω δίκτυο σε 4 νέα υποδίκτυα?

- 181=10110101 = 10xxxxxx => class B network id
- Δυαδικά Ψηφία για την αναπαράσταση του network id: 14=> $2^{14}$ διαφορετικά δίκτυα
- Subnet Mask 255.255.0.0
- Subnet Address: 181.18.0.0
- Broadcast Address: 181.18.255.255
- Μέγιστος αριθμός hosts: $2^{16}$-2
- Για 4 υποδίκτυα: Δανειζόμαστε 2 δυαδικά από το host part (τα 2 αριστερότερα) , και η subnet mask θα είναι είναι 255.255.192.0
- Host ranges (Η $1^{η}$ και η τελευταία IP address δεσμεύονται για τη subnet και την broadcast address αντίστοιχα):
  - 1st subnet 181.18.0.1-181.18.63.254
  - 2nd subnet 181.18.64.1-181.18.127.254
  - 3rd subnet 181.18.128.1-181.18.191.254
  - 4th subnet 181.18.192.1-181.18.255.254

## ΘΕΜΑ 5 ΕΞ 2014Β

α) Υποθέστε ότι ένας δρομολογητής στο Internet έχει τον παρακάτω πίνακα δρομολόγησης.

| Subnet number | Subnet mask | Next hop |
|---|---|---|
| 128.96.39.0 | 255.255.255.128 | Port 1 (direct) |
| 128.96.39.128 | 255.255.255.128 | Port 2 (direct) |
| 128.96.40.0 | 255.255.255.128 | Port 1 (to R2) |
| ⟨default⟩ | | Port 2 (to R3) |

Ο δρομολογητής μπορεί να προωθήσει απευθείας τα πακέτα στους κόμβους των δικτύων που συνδέονται στις πόρτες 1 και 2 ή μπορεί να τα προωθήσει στους δρομολογητές R2 ή R3. Περιγράψτε πού θα προωθήσει ο δρομολογητής τα πακέτα με τις ακόλουθες διευθύνσεις προορισμού:

I. 128.96.39.10
II. 128.96.40.12
III. 128.96.42.151

**α)** Η μάσκα που χρησιμοποιείται είναι ή 255.255.255.255 δηλαδη
1111111 11111111 11111111 10000000
Η διεύθυνση προορισμού του πακέτου (α) ανήκει στο υποδικτυο
128.96.39.10 & 1111111 11111111 11111111 10000000
δηλαδή στο υποδίκτυο 128.96.39.0. Επομένως προωθείται στην πορτα 1 και ο προορισμός του ανήκει στο υποδίκτυο που είναι συνδεδεμένο σε αυτήν την πόρτα (απευθείας επικοινωνία).
Η διεύθυνση προορισμού του πακέτου (β) ανήκει στο υποδίκτυο
128.96.40.12 & 1111111 11111111 11111111 10000000
δηλαδή στο υποδίκτυο 128.96.40.0. Επομένως προωθείται στην πόρτα 1 προς τον δρομολογητή R2.
Η διεύθυνση προορισμού του πακέτου (γ) ανήκει στο υποδίκτυο
128.96.42.151 & 1111111 11111111 11111111 10000000
δηλαδή στο υποδίκτυο 128.96.42.128. Επομένως προωθείται στην πόρτα 2 χρησιμοποιώντας την Default Επιλογή προς τον δρομολογητή R3.

**β)** Δίνεται το IP υποδικτυο 223.1.1.0/24.Ποιο είναι το κομμάτι υποδικτύου της διεύθυνσης? Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός από κόμβους που μπορεί να ανήκουν σε αυτό το υποδίκτυο? Σε τι τιμή θα έπρεπε να αλλάξετε την μάσκα του υποδικτύου αν ξέρουμε ότι 20 χρήστες/hosts μπορεί να ανήκουν σε αυτό το υποδίκτυο?

**β)**

Το κομμάτι υποδικτυου της διεύθυνσης είναι 223.1.1,
Περιέχει το πολύ 2^8-2=254 κόμβους.
Το μήκος της μάσκας θα έπρεπε να αλλάξει σε 32-5=27.