ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ.3

Έκτακτη ΟΣΣ

25/06/2017

Νίκος Δημητρίου

nikodim@iit.demokritos.gr

Περιεχόμενα

- Λύσεις 5ης Εργασίας
- Επαναληπτικές Ασκήσεις

<u>Σημείωση</u>: *Η έκτακτη ΟΣΣ έχει ως σκοπούς: να αναλυθεί η φετινή ΓΕ5, να απαντηθούν απορίες σχετικά με την ύλη, να δοθεί ένα κίνητρο για μια πρώτη επανάληψη και να αναπτυχθεί το σχετικό σκεπτικό στην επίλυση των θεμάτων παλαιοτέρων εργασιών και εξετάσεων* ***<u>χωρίς σε καμία περίπτωση</u>*** *να περιορίζεται με τον τρόπο αυτό η εξεταστέα ύλη.*

Ψηφιακές Επικοινωνίες

ΘΕΜΑ 4

ΓΕ1/1314

Στόχος της άσκησης *Η εξοικείωση με τη διερεύνηση της περιοδικότητας σημάτωντόσο στο πεδίο του χρόνου όσο στο πεδίο των συχνοτήτων, όπως επίσης και η εφαρμοφή του κριτηρίου Nyquist για την εύρεση της ελάχιστης συχνότητας δειγματοληψίας.*

Σχετικές ασκήσεις: *Άσκηση 1 (σελ.1), Άσκηση 5 (σελ.8) - Επεξεργασία Σημάτων και Φάσμα και Άσκηση 4 (σελ.27)-Διαμόρφωση από το plh22_oss1-final.pdf*

Δίνονται τα σήματα $x_1(t)=\cos(10\pi t)$, $x_2(t)=\sin(t)$.

Να διερευνηθεί η περιοδικότητα και να υπολογιστούν οι αντίστοιχες περίοδοι (αν υπάρχουν) των παρακάτω σημάτων:

(α) $y_1(t)=x_1(t)-x_2(t)$

(β) $y_2(t)=x_1(t)\cdot x_2(\pi t)$

Δίνονται τα σήματα $x_3(t)=\delta(t-100)+\delta(t+100)$, $x_4(t)=\frac{1}{200}\sin c\left(\frac{t}{200}\right)$

Να βρεθούν η περίοδος και η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας Nyquist (αν υπάρχουν) των παρακάτω σημάτων:

(γ) $y_3(t)=x_3(t)+x_4(t)$

(δ) $y_4(t)=x_3(t)*x_4(t)$

Θ4 /ΓΕ1 /1314

$x_1(t) = \cos(10\pi t) \qquad x_2(t) = \sin(t)$

α) $y_1(t) = x_1(t) - x_2(t) = \cos(10\pi t) - \sin(t) = \cos\left(2\pi \frac{10\pi}{2\pi} t\right) - \sin\left(2\pi \frac{1}{2\pi} t\right)$

$f_1 = 5\ Hz \qquad f_2 = \frac{1}{2\pi}\ Hz$

$T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{5}\ sec \qquad T_2 = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{1/2\pi} = 2\pi\ sec$

$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1/5}{2\pi} = \frac{1}{10\pi}$ άρρητος, ⇒ σήμα μη περιοδικό

Συχν. δειγματοληψίας? $\quad f_{s\,min} = 2 f_{max} = 2 \cdot 5\ Hz = 10\ Hz$

1

(β) $y_2(t) = x_1(t) \cdot x_2(\pi t) = \cos(10\pi t)\sin(\pi t) = \frac{1}{2}\{\sin(10\pi t + \pi t) + \sin(\pi t - 10\pi t)\}$

$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A$

$\sin(A-B) = \sin A \cos B - \sin B \cos A$

$\sin(A+B) + \sin(A-B) = 2\sin A \cos B \Rightarrow \sin A \cos B = \frac{1}{2}\{\sin(A+B) + \sin(A-B)\}$

$y_2(t) = \frac{1}{2}\{\sin(11\pi t) + \sin(-9\pi t)\} = \frac{1}{2}[\sin(11\pi t) - \sin(9\pi t)] =$

$= \frac{1}{2}\left[\sin\left(2\pi \frac{11\pi}{2\pi} t\right) - \sin\left(2\pi \frac{9\pi}{2\pi} t\right)\right]$

$f_1 = \frac{11}{2} Hz \qquad f_2 = \frac{9}{2} Hz$

$T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{11/2} = \frac{2}{11} sec$

$T_2 = \frac{1}{9/2} = \frac{2}{9} sec$

$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2/11}{2/9} = \frac{9}{11}$ ρητός. Άρα σήμα περιοδικό με $T_{ολ} = 11T_1 = 9T_2 = 2 sec$

Επίσης $f_{s\min} = 2 f_{max} = \frac{11}{2} \cdot 2 = 11 Hz$

2

$$y_3(t) = \underbrace{\left[\delta(t-100) + \delta(t+100)\right]}_{x_3(t)} + \underbrace{\frac{1}{200}\,\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{200}\right)}_{x_4(t)}$$

Αν $x(t) \xleftrightarrow{F} G(f)$
τότε $G(t) \xleftrightarrow{F} x(-f)$

$X_3(f) = ?$

γνωρίζουμε ότι

$$2\cos(2\pi A t) \xleftrightarrow{F} \delta(f-A) + \delta(f+A)$$

$A \in \mathbb{R}$ (ένας πραγμ. αριθμός)

. Ιδιότητα Δυϊσμού: $\delta(t-A) + \delta(t+A) \xleftrightarrow{F} 2\cos\left[2\pi A(-f)\right] = 2\cos(2\pi A f)$

Άρα $X_3(f) = 2\cos(2\pi\, 100 f)$

$X_4(f) = ?$

γνωρίζουμε ότι

$$\mathrm{sinc}(t) \xleftrightarrow{F} \mathrm{rect}(f) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mathrm{sinc}\left(\frac{t}{200}\right) \xleftrightarrow{F} 200\,\mathrm{rect}(200 f) \Leftrightarrow$$

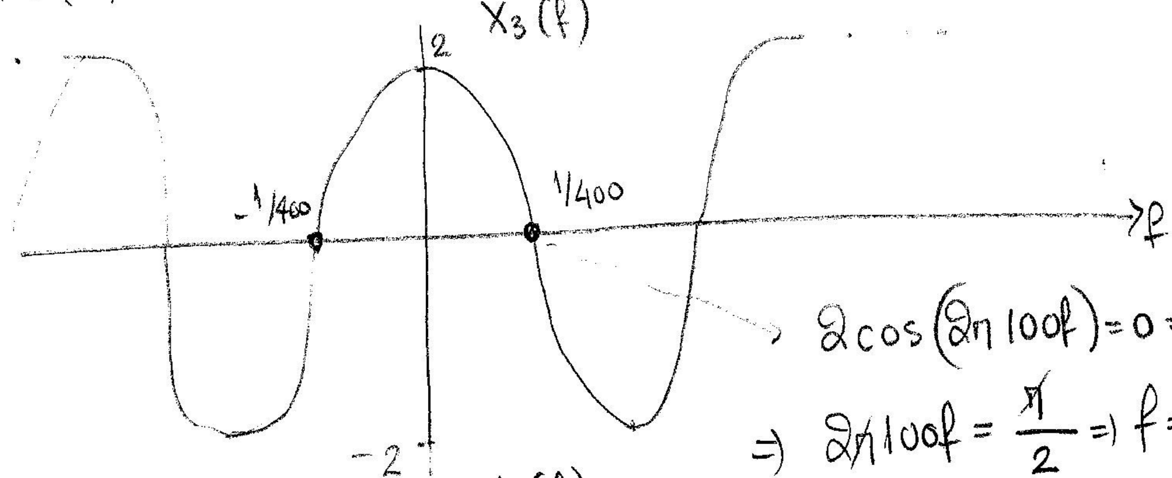
$$\Leftrightarrow \frac{1}{200}\,\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{200}\right) \xleftrightarrow{F} \mathrm{rect}\left(\frac{f}{1/200}\right) = X_4(f)$$

$Y_3(f) = \underbrace{X_3(f) + X_4(f)}_{\text{υπέρθεση συνεχών φασμάτων}}$

άρα $y_3(t)$ μη περιοδικό

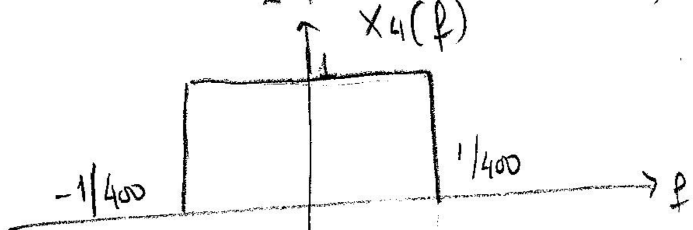
$X_3(f)$ μη περιορισμένου εύρους ζώνης. Άρα $\nexists\ f_{s\,min}$ με κριτήριο Nyquist

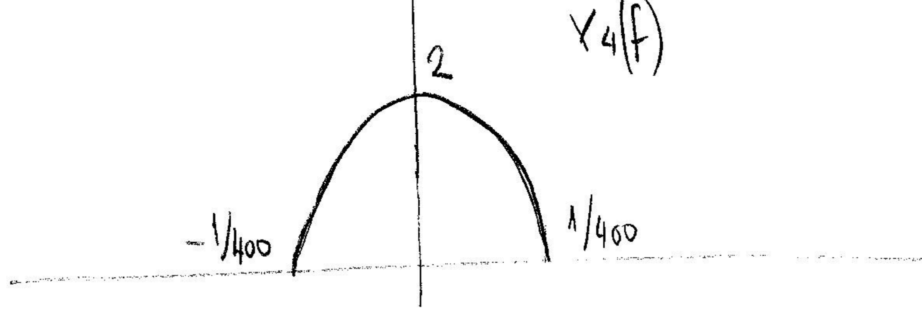
$$(\gamma)\quad y_4(t) = x_3(t) * x_4(t) \xleftrightarrow{F} X_3(f) \cdot X_4(f) = 2\cos(2\pi\, 100 f) \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{f}{1/200}\right)$$



$$2\cos(2\pi\, 100f) = 0 \Rightarrow \cos(2\pi\, 100 f) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\pi 100 f = \frac{\pi}{2} \Rightarrow f = \frac{1}{400}\ Hz$$





Φάσμα $Y_4(f)$ συνεχές

$\Rightarrow y_4(t)$ μη περιοδικό

$f_{max} = \frac{1}{400}\ Hz$

$f_{s\,min} = 2 f_{max} = \frac{1}{200}\ Hz$

4

ΘΕΜΑ 2 ΕΞ2013Α

Δίνεται το σήμα $X(f) = rect\left(\frac{f}{4a}\right)$.

α) Να προσδιοριστούν για το σήμα $y(t) = x(t) + \frac{1}{2}x\left(\frac{t}{2}\right)$, οι εκφράσεις του δειγματισμένου σήματος στο πεδίο του χρόνου $y_\delta(n)$. *(5 μονάδες)*

β) Να εξηγήσετε αν τα παρακάτω σήματα είναι περιοδικά και να υπολογιστούν οι περίοδοι (αν υπάρχουν)

i) $y(t)$ και *(3 μονάδες)*

ii) $z(t) = \dfrac{\Im^{-1}\left\{X(f) * \left[\delta(f-20) + \delta(f+20)\right]\right\}}{2a\pi \sin c(4at)}$, *(7 μονάδες)*

(όπου με $\Im^{-1}\{\ \}$ εννοείται αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier και με '*' εννοείται η πράξη της συνέλιξης).

γ) Προκειμένου να μεταδοθούν τα σήματα *y(t)* και *z(t)* κάθε ένα θα υποστεί δειγματοληψία σε ρυθμό Nyquist, θα κωδικοποιηθεί κατά PCM με 8 bits και κατόπιν θα μεταδοθούν και τα δύο με πολυπλεξία FDMA. Να υπολογιστεί το συνολικό απαιτούμενο εύρος ζώνης αν *α=10*. *(5 μονάδες)*

Θ2 ΕΞ 2013Α

$$X(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{4a}\right)$$

(α)

$$y(t) = x(t) + \frac{1}{2}\, x\left(\frac{t}{2}\right)$$

$x(t) = ?$ γνωρίζουμε ότι: $\text{sinc}(t) \xleftrightarrow{F} \text{rect}(f) \Leftrightarrow$

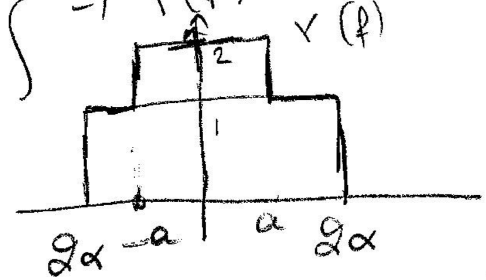
$$\Leftrightarrow 4a\,\text{sinc}(4at) \xleftrightarrow{F} \text{rect}\left(\frac{f}{4a}\right)$$

$$y(t) = 4a\,\text{sinc}(4at) + \frac{1}{2}\,4a\,\text{sinc}(2at) = 4a\,\text{sinc}(4at) + 2a\,\text{sinc}(2at)$$

$y_\delta(n) = ?$ πρέπει να βρεθεί η $f_{\delta,min}$

άρα η f_{max}, άρα το $Y(f)$

$$\left.\begin{array}{l} 4a\,\text{sinc}(4at) \xleftrightarrow{F} \text{rect}\left(\frac{f}{4a}\right) \\ 2a\,\text{sinc}(2at) \xleftrightarrow{F} \text{rect}\left(\frac{f}{2a}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow Y(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{4a}\right) + \text{rect}\left(\frac{f}{2a}\right)$$



$f_{max} = 2a$

$f_{\delta,min} = 2f_{max} = 4a$

$T_{\delta,min} = \frac{1}{4a}$ sec

5

Άρα $y_\delta(n) = \underset{t \to nT_{\delta,min}}{y(t)} = 2a\,\mathrm{sinc}\left(2a\, n \frac{1}{4a}\right) + 4a\,\mathrm{sinc}\left(4a\, n \frac{1}{4a}\right)$ $\quad n \in \mathbb{Z}$

Αν το θέμα ζητούσε έκφραση του δειγματισμένου σήματος και στο πεδίο συχνοτήτων

$$Y_\delta(f) = f_{\delta,min} \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y(f - m f_{\delta,min}) = 4a \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ \mathrm{rect}\left(\frac{f-m4a}{4a}\right) + \mathrm{rect}\left(\frac{f-m4a}{2a}\right) \right\}$$

6

(β) i) $y(t)$ περιοδικό ;

όχι γιατί φάσμα $Y(f)$ συνεχές

ii) $$z(t) = \frac{F^{-1}\{X(f) * [\delta(f-20)+\delta(f+20)]\}}{2a\pi \operatorname{sinc}(4at)}$$

ισχύει ότι $2\cos(2\pi \cdot 20t) \xleftrightarrow{F} [\delta(f+20)+\delta(f-20)]$

άρα $$z(t) = \frac{x(t)\cdot 2\cos(2\pi 20t)}{2a\pi \operatorname{sinc}(4at)} = \frac{4\cancel{a}\,\cancel{\operatorname{sinc}(4at)}\cdot\cancel{2}\cos(2\pi 20t)}{\cancel{2}\cancel{a}\pi\,\cancel{\operatorname{sinc}(4at)}} =$$

$$= \frac{4}{\pi}\cos(2\pi \underset{\uparrow}{20}t) \qquad T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{20}\ \text{sec}$$

$f_1 = 20Hz$

περιοδικό

γ) $B_{PCM} = \frac{1}{2} f_{\delta,min} \cdot \log_2 L$

για το $y(t)$ $f_{\delta min} = 4a = 4 \cdot 10 = 40\,Hz$

$B_{PCM_1} = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 8 = 160\,Hz$

για το $z(t)$ $f_{\delta,min_z} = 2 f_1 = 2 \cdot 20\,Hz = 40\,Hz$

$B_{PCM_2} = \frac{1}{2} \cdot 40\,Hz \cdot 8 = 160\,Hz$

Άρα $B_{PCM,ολ} = B_{PCM_1} + B_{PCM_2} = 160 + 160 = 320\,Hz$

8

<u>ΘΕΜΑ 1</u> ΕΞ2015Α

Να υπολογίσετε τις τιμές του α>0 για τις οποίες ισχύει η κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

α) Το σήμα $\cos(2\pi a t)+\sin(2\pi f_2 t)$ είναι περιοδικό. ***(3 μονάδες)***

β) Το σήμα $\cos(2\pi f_1 t) * a\sin c(at)$ είναι περιοδικό. ***(3 μονάδες)***

γ) Ισχύει ότι $a\sin c(at) * g(t) = g(t)$ όπου $g(t) \xleftrightarrow{F} G(f)$ και $\begin{array}{l} G(f)>0, |f|<60 \\ G(f)=0, |f|>60 \end{array}$ ***(4 μονάδες)***

δ) Η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας κατά Nyquist του $x(t)=a\sin c(at)\cdot 100a\sin c^2(100at)$ είναι 804Hz. ***(6 μονάδες)***

ε) Το εύρος ζώνης του σήματος που προκύπτει από διαμόρφωση FM συνημιτονικού φέροντος από σήμα πληροφορίας $x(t)=a\sin c^3(100t)$ με $k_f=50\pi$ είναι 600Hz. ***(6 μονάδες)***

[<u>Υπόδειξη :</u> ο τελεστής ∗ αντιστοιχεί σε συνέλιξη]

(Σύνολο μονάδων 22)

Θ1 / ΕΞ 2015 Α

α) $\cos(2\pi a t) + \sin(2\pi f_2 t)$ περιοδικό

$T_1 = \frac{1}{a}$

$T_2 = \frac{1}{f_2}$ $\quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{f_2}} = \frac{f_2}{a}$

για να είναι το σήμα περιοδικό θα πρέπει ο λόγος $\frac{T_1}{T_2}$ να είναι ρητός

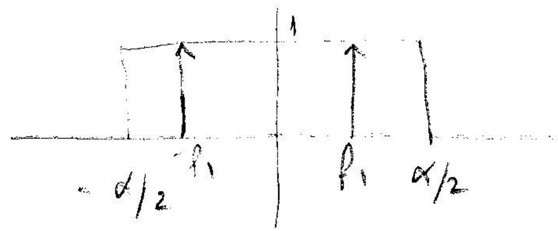
άρα το $\frac{f_2}{\alpha}$ ρητός

$\frac{f_2}{\alpha} = \frac{m}{n} \Rightarrow \alpha = \frac{n}{m} f_2 \quad , n, m \in \mathbb{Z}$

9

β) $x(t) = \cos(2\pi f_1 t) * a\,\mathrm{sinc}(at)$ περιοδικό

$$X(f) = \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_1) + \delta(f+f_1)\right] \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{f}{a}\right)$$



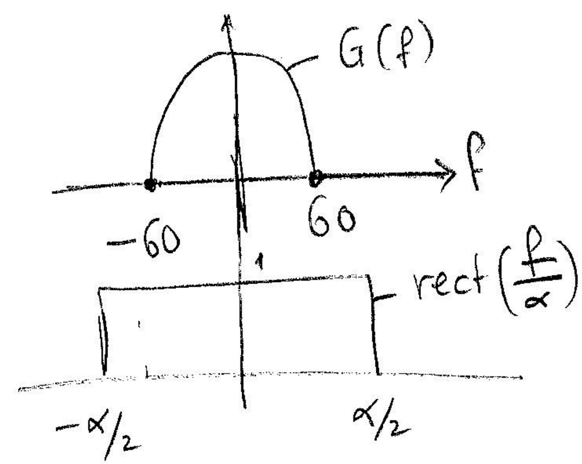
Θα πρέπει $f_1 \le \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha \ge 2f_1$

γ) $a\,\mathrm{sinc}(\alpha t) * g(t) = g(t)$ όπου $g(t) \leftrightarrow G(f)$ $\begin{cases} G(f) > 0, & |f| < 60 \\ G(f) = 0, & |f| > 60 \end{cases}$

$F \updownarrow$

Ισοδύναμα στο πεδίο των συχνοτήτων

$$\mathrm{rect}\left(\frac{f}{\alpha}\right) \cdot G(f) = G(f)$$



Θα πρέπει να ισχύει $\frac{\alpha}{2} \ge 60$

$\alpha \ge 120$

10

(δ) $x(t) = \alpha \operatorname{sinc}(\alpha t) \cdot 100\alpha \operatorname{sinc}^2(100\alpha t)$

$$\Big\updownarrow F$$

$$X(f) = \left(\operatorname{rect}\frac{f}{\alpha}\right) * \operatorname{tri}\left(\frac{f}{100\alpha}\right)$$

Η συνέλιξη 2 φασμάτων σημάτων περιορισμένου εύρους ζώνης έχει φάσμα με μέγιστη συχνότητα ίση με το άθροισμα των μέγιστων συχνοτήτων των 2 σημάτων

$\operatorname{rect}\left(\frac{f}{\alpha}\right) \longrightarrow f_{max_1} = \frac{\alpha}{2}$

$\operatorname{tri}\left(\frac{f}{100\alpha}\right) \longrightarrow f_{max_2} = 100\alpha$

$f_{max_{X(f)}} = \frac{\alpha}{2} + 100\alpha = \frac{201\alpha}{2}$

Άρα $f_{s\,min_{X(f)}} = 2 \cdot \frac{201}{2}\alpha = 201\alpha$

Θέτουμε $201\alpha = 804 \Rightarrow \alpha = 4$

11

ε)

$$x(t) = a\,\text{sinc}^3(100t) \qquad k_f = 50\pi$$

FM διαμόρφωση

$$x(t) = a\,\text{sinc}^2(100t)\cdot\text{sinc}(100t) \Rightarrow \max|(x(t))| = \alpha$$

$$X(f) = \alpha\cdot\frac{1}{100}\,\text{tri}\left(\frac{f}{100}\right) * \frac{1}{100}\,\text{rect}\left(\frac{f}{100}\right)$$

$f_{max} = 100\,Hz$ $\qquad$ $f_{max} = 50\,Hz$

$$f_{max} = 150\,Hz = \text{εύρος ζώνης } x(t) = f_x$$

$$D = \frac{\Delta f_{max}}{f_x} = \frac{k_f \max|x(t)|}{2\pi f_x} = \frac{\cancel{50}\cancel{\pi}\cdot\alpha}{2\cancel{\pi}\cdot\cancel{150}_{3}} = \frac{\alpha}{6}$$

$X(f)$

καν. Carson

$$W_{FM} = 2(D+1)\cdot f_x = 2\cdot\left(\frac{a}{6}+1\right)\cdot 150 = 600 \Rightarrow \frac{\alpha}{6}+1 = 2 \Rightarrow \alpha = 6$$

ΕΞ2016Β

ΘΕΜΑ 3

Υποθέστε ότι X είναι μια τυχαία μεταβλητή που παίρνει δυαδικές τιμές βάσει της ομοιόμορφης κατανομής και ότι το μήκος της κάθε δυαδικής τιμής αποτελείται από 8 ψηφία π.χ. X=00000000, 00000001, … 11111111. Υποθέστε επίσης ότι μία άλλη τυχαία μεταβλητή Y παίρνει τις τιμές βάσει της συνάρτησης $f(X)=X_{10}$ όπου X_{10} είναι η δεκαδική τιμή της αντίστοιχης δυαδικής τιμής της X, π.χ. f(00000000)=0, f(00000001)=1, f(00000010)=2, …, f(11111111)=255.

(α) Βρείτε τις τιμές τις H(X) και H(Y), δηλαδή τις εντροπίες της X και Y? Ποια είναι η σχέση μεταξύ τους (H(X)=H(Y), H(X)>H(Y) ή H(X)<H(X));

(β) Ποιά είναι η H(Y/X), δηλαδή η υπο συνθήκη εντροπία του Y δεδομένου του X?

(γ) Ποιά είναι η η H(X/Y), δηλαδή η υπο συνθήκη εντροπία του X δεδομένου του Y?

(δ) Ποιά είναι η H(X, Y), δηλαδή η από κοινού εντροπία του X και του Y?

(ε) Υποθέστε τώρα ότι η συνάρτηση Y=f(X) ΔΕΝ είναι αναστρέψιμη. Με άλλα λόγια, διαφορετικές τιμές του X μπορεί να δίνουν ίδια τιμή για το f(X) π.χ. Y=f(X)=0 αν X=άρτιος και Y=f(X)=1 αν X είναι περιττός. Σε αυτήν την περίπτωση, τι θα μπορούσατε να πείτε για την H(Y) σε σχέση με αυτή της H(X)?

$X = \{\underbrace{00000000}_{8}, \underbrace{00000001}, \ldots, \underbrace{11111111}_{8}\}$ 256 τιμές

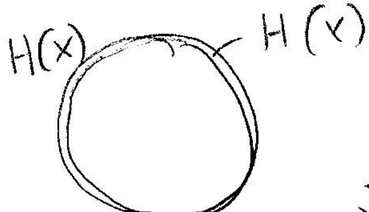
$Y = f(X) = \{0, 1, \ldots, 255\}$ 256 τιμές

Δεκαδική τιμή

X ομοιόμορφα κατανεμημένη, άρα και η Y ομοιόμορφα κατανεμημένη.

α) $H(X) = \log_2(256) = 8 = H(Y)$

β) X και Y πλήρως εξαρτημένες ('1 προς 1' αντιστοίχιση κάθε x_i με ένα y_j)



$H(X) = H(Y)$

γ) $H(X/Y) = H(Y/X) = 0$

δ) $I(X;Y) = H(X) = H(Y) = 8$

$H(X,Y) = H(X) + H(X/Y) = H(Y) + H(Y/X) = 8$

13

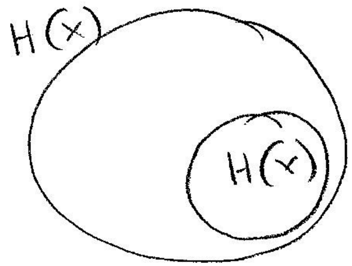
Αν δεν έχουμε '1-1' αντιστοίχιση μεταξύ X, Y

δηλ περισσότερα x_i αντιστοιχούν στο ίδιο y_j

π.χ. $Y=0$ αν $X=$ άρτιος

$Y=1$ αν $X=$ περιττός

$$H(Y)=\log 2=1 < H(X)$$



$$I(X;Y)=H(Y)=1$$

$$H(X/Y)=H(X)-I(X,Y)=8-1=7$$

$$H(Y/X)=H(Y)-I(X;Y)=0$$

14

ΕΞ2014Α

Θέμα 3

Δίνονται οι ακόλουθοι κώδικες

	Κώδικας 1		Κώδικας 2		Κώδικας 3		Κώδικας 4		Κώδικας 5	
		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα
S1	00	0.6	1	0.55	11	0.3	10	0.45	0	0.5
S2	10	0.2	01	0.25	10	0.25	00	0.30	01	0.25
S3	00	0.1	001	0.15	00	0.2	11	0.15	011	0.15
S4	11	0.1	000	0.05	010	0.1	110	0.10	0111	0.10
S5					0111	0.1				
S6					0110	0.05				

α) Ζητείται να εξεταστεί, οι ακόλουθοι κώδικες σε ποια(-ες) κατηγορία(-ες) ανήκουν: Ι). Μη ιδιάζοντες ΙΙ). Μοναδικά αποκωδικοποιήσιμοι ΙΙΙ). Αμεσοι.

Ποιοι από αυτούς τους κώδικες θα μπορούσε να είναι κώδικες Huffman.

β). Για τους κώδικες Huffman που βρέθηκαν στο προηγούμενο ερώτημα, να προτείνετε κατάλληλες κατανομές πιθανοτήτων των συμβόλων της πηγής που τους κωδικοποιούν.

γ). Για τους κώδικες Huffman, που τυχόν βρέθηκαν, να υπολογίσετε την επίδοση του καθενός κώδικα Huffman.

Θ3/ΕΞ 2014 Α

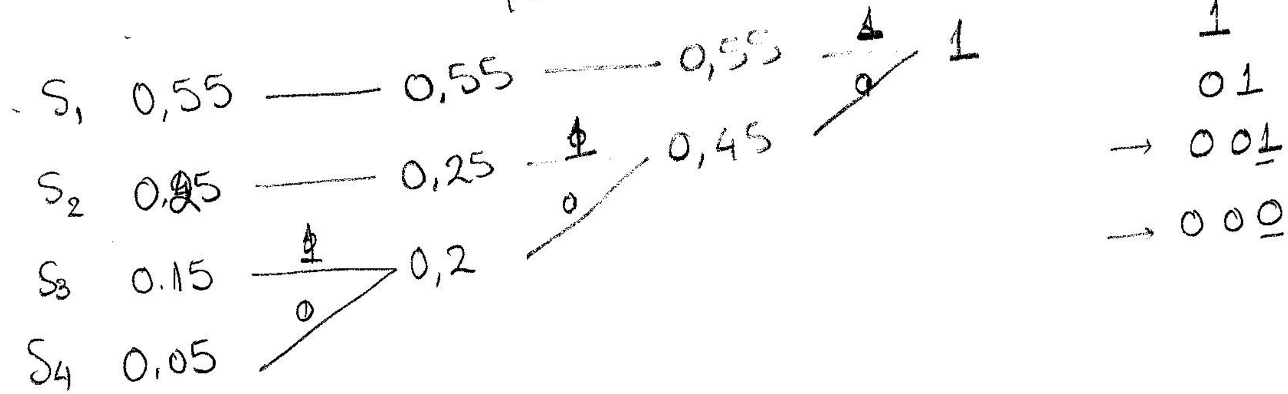
Κώδικας 1 ιδιάζων ($S_1 \equiv S_3$)

Κώδικας 4 προθεματικός (όχι άμεσος)

Κώδικας 5 προθεματικός (όχι άμεσος)

Κώδικες 2,3 άμεσοι (άρα και μοναδικά αποκωδικοποιήσιμοι)

και Huffman (οι 2 μεγαλύτερες κωδικολέξεις έχουν το ίδιο μήκος με διαφορά μόνο στο τελευταίο bit)



ΘΕΜΑ 5 ΕΞ2015Β

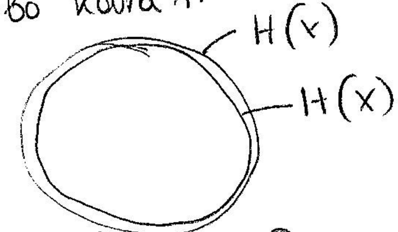
Για τα ακόλουθα κανάλια επικοινωνίας, για τα οποία η τ.μ. $X=\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$ αναπαριστά την είσοδο και η $Y=\{y_1,y_2,y_3,y_4\}$ την έξοδο, δίνεται ο πίνακας μετάβασης που περιλαμβάνει τις πιθανότητες P(Y/X) και ζητούνται η αβεβαιότητα του καναλιού H(X/Y) και η χωρητικότητα C. Προσπαθήστε να δώσετε τις απαντήσεις σας, χωρίς να κάνετε υπολογισμούς, αλλά παρατηρώντας τους πίνακες μετάβασης και συμπεραίνοντας για τα ζητούμενα μεγέθη.

α.	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	***(4 μονάδες)***	**β.**	$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$	***(4 μονάδες)***
γ.	$\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$	***(6 μονάδες)***	**δ.**	$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$	***(6 μονάδες)***

Θ5 / ΕΞ 2015 Β

α

$$P(Y/X) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \text{αθόρυβο κανάλι}$$



$$\max H(Y) = H(X) = \log 4 = 2$$

$$H(X/Y) = H(Y/X) = 0$$

$$C = 2 \ (= \max H(X))$$

16

β) $$P(Y/X) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

ενθόρυβη γραφομηχανή

$C = \log\left(\frac{4}{2}\right) = 1$ bit

συμμετρικό κανάλι $\Rightarrow$ $H(Y/X) = \left(-\frac{1}{2}\log\frac{1}{2}\right)\cdot 2 = -\log\frac{1}{2} = 1$ bit

γ) $$\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

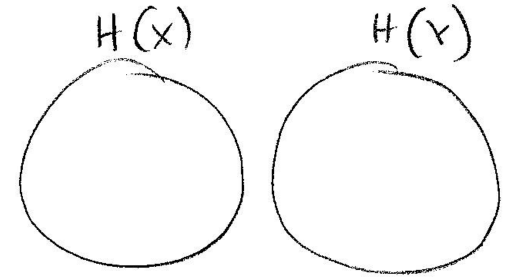
ενθόρυβο κανάλι

$H(X/Y) = H(X)$

$I(X;Y) = 0$

$C = 0$

$\max H(X/Y) = \max H(X) = 2$ bits



(δ)

$$P(Y/X) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

συμμετρικό κανάλι

$$H(Y/X) = -\frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{2}\right) - 2\cdot\frac{1}{4}\log\left(\frac{1}{4}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot 2 = 3/2$$

$$C = \max\left(H(\cancel{X}) - H(Y/X)\right) =$$

$$= \max\{H(Y)\} - H(Y/X) = 2 - 1{,}5 = 0{,}5 \text{ bits}$$

18

Τυπολόγιο με διάφορες κατηγορίες καναλιών
(από τις διαφάνειες της 4ης ΟΣΣ)

Δυαδικό κανάλι χωρίς θόρυβο

$$\begin{tikzcd} x_1 \quad 0 \arrow[r, "1"] & 0 \quad y_1 \\ x_2 \quad 1 \arrow[r, "1"'] & 1 \quad y_2 \end{tikzcd}$$

$X, p_X(x_i)$ $\qquad$ $Y, p_Y(y_j)$

- $\boxed{C(Q)=\max\limits_{P_x} I(X;Y)=1 \text{ bit, Προσοχή: } I(X,Y)=H(X)}$

$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)] = [p_x(0) \quad p_x(1)]\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ενθόρυβο κανάλι με μη επικαλυπτόμενες εξόδους

$$\begin{tikzcd} & y_1 \\ x_1 \arrow[ur, "1/2"] \arrow[r, "1/2"'] & y_2 \\ & y_3 \\ x_2 \arrow[ur, "1/3"] \arrow[r, "2/3"'] & y_4 \end{tikzcd}$$

$X, p_X(x_i)$ $\qquad$ $Y, p_Y(y_j)$

$\boxed{C(Q)=\max\limits_{P_x} I(X;Y)=1 \text{ bit}}$

$$[p_Y(y_1) \quad p_Y(y_2) \quad p_Y(y_3) \quad p_Y(y_4)] = [p_x(x_1) \quad p_x(x_2)]\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

Το κανάλι Z

$$\begin{tikzcd} x_1 \quad 0 \arrow[r, "1"] & 0 \quad y_1 \\ x_2 \quad 1 \arrow[ur, "f"] \arrow[r, "(1-f)"'] & 1 \quad y_2 \end{tikzcd}$$

$X, p_X(x_i)$ $\qquad$ $Y, p_Y(y_j)$

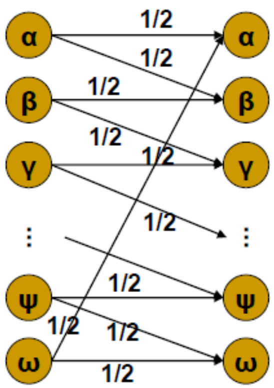
$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)] = [p_x(0) \quad p_x(1)]\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ f & 1-f \end{bmatrix}$$

Αν θέσουμε $p_X(x_1=0)=1-\pi$, και $p_X(x_2=1)=\pi$, τότε από τα $p_Y(y_i)$, $i=1,2$ δίνονται από τους τύπους (βλ. διαφάνεια 11) τότε

- $H(Y)=H((1-f)\pi)$
- $H(Y/X)=\pi^*H(Y/X=1)=\pi^*H(f)$

Οπότε $\max I(X;Y)=\max(H(Y)-H(Y/X))$
$=\max(H((1-f)\pi) - \pi^*H(f))$

- **_Ενθόρυβη Γραφομηχανή_**
  - {α,β,γ,δ,…,χ,ψ,ω}



$$
\begin{array}{c|ccccccccc|}
 & \alpha & \beta & \gamma & \delta & \varepsilon & \cdots & \chi & \psi & \omega \\
\hline
\alpha & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\beta & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\gamma & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\delta & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\chi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1/2 & 1/2 & 0 \\
\psi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1/2 & 1/2 \\
\omega & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1/2 \\
\end{array}
$$

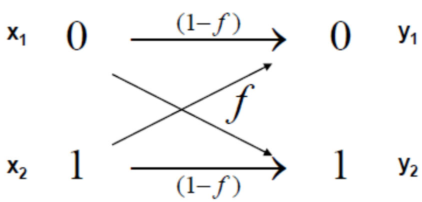
Παρατηρούμε ότι κάθε ένα γράμμα είτε λαμβάνεται σωστά είτε λαμβάνεται το επόμενό του με πιθανότητα ½. Με δεδομένο ότι έχουμε 24 διαφορετικά σύμβολα εάν μεταδίδαμε μόνο κάθε δεύτερο σύμβολο δηλ. β,δ,ζ,θ,…,χ,ω, τότε μόνο αυτά τα 12 σύμβολα από τα 24 θα μπορούσαν να μεταδοθούν και στη συνέχεια να αποκωδικοποιηθούν χωρίς σφάλματα. Με άλλα λόγια η χωρητικότητα του καναλιού είναι log12 bits

Στο ίδιο συμπέρασμα θα καταλήγαμε εάν χρησιμοποιούσαμε τον ορισμό

- $\boxed{\max_{P_x} I(X;Y)=\max_{P_x} [H(Y)-H(Y/X)]=\max_{P_x} H(Y) -1=\log 24-1=\log 12}$

- **_Δυαδικό συμμετρικό κανάλι_**

X, $p_X(x_i)$



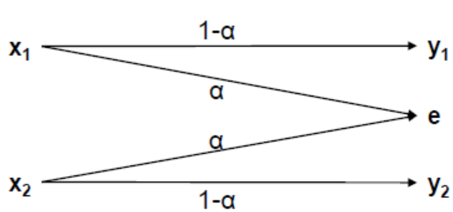
Y, $p_Y(y_j)$

$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)]=[p_x(0) \quad p_x(1)]\begin{bmatrix}1-f & f \\ f & 1-f\end{bmatrix}$$

- $I(X;Y)=H(Y)-H(Y/X)$
  $=H(Y)-\sum p(x)H(Y/X=x)$
  $=H(Y)-\sum p(x)H(f)$
  $=H(Y)-H(f)$
  $\boxed{\leq 1-H(f)}$

Δυαδικό κανάλι με αποσβέσεις

X, $p_X(x_i)$



Y, $p_Y(y_j)$

$$[p_Y(y_1) \quad p_Y(e) \quad p_Y(y_2)]=[p_x(x_1) \quad p_x(x_2)]\begin{bmatrix}1-a & a & 0 \\ 0 & a & 1-a\end{bmatrix}$$

$\max I(X;Y)=\max(H(Y)-H(Y/X))$
$=\max(H(Y)-H(\alpha))$
$=\max H(Y)-H(\alpha)$

Θα μπορούσε να είναι max H(Y)=log3 αλλά αυτή η τιμή δεν είναι εφικτή για καμμία τιμή της $p_X(x_i)$, i=1,2

Αν θέσουμε $p_X(x_1)=1-\pi$, και $p_X(x_2)=\pi$, τότε από τα $p_Y(y_i)$, i=1,e,2 δίνονται από τους τύπους (βλ. διαφάνεια 10) τότε

- $\max H(Y)=\max H((1-\alpha)\pi,\alpha,(1-\alpha)(1-\pi))=\max[(1-\alpha)*H(\pi)+H(\alpha)]=(1-\alpha)*\max H(\pi)+H(\alpha)$

Οπότε προκύπτει ότι

- $\boxed{\max I(X;Y)=\max H(Y)-H(\alpha)=(1-\alpha)*\max_{\pi=1/2} H(\pi)+H(\alpha)-H(\alpha)=1-\alpha}$

ΘΕΜΑ 6

ΕΞ2015Β

Δίνεται ο γραμμικός συστηματικός κώδικας C = {1111111, 1110010, 1101000, 1100101, 1011001, 1010100, 1001110, 1000011, 0111100, 0110001, 0101011, 0100110, 0011010, 0010111, 0001101, 0000000}

Ζητούνται τα ακόλουθα:

α) Τα χαρακτηριστικά του κώδικα (n, k, d), ***(2 μονάδες)***

β) Ό γεννήτορας πίνακας G, ***(5 μονάδες)***

γ) Ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας H, ***(5 μονάδες)***

δ) Η κωδική λέξη στην οποία κωδικοποιείται ένα μήνυμα πληροφορίας της επιλογής σας ***(4 μονάδες)***

ε) Η αποκωδικοποίηση της ληφθείσας λέξης ‘1100001’. ***(4 μονάδες)***

(Σύνολο μονάδων 20)

Θ6/ ΕΞ 2015Β

α) $\eta = 7$ $\quad k = \log_2\{\text{αριθμός κωδικολέξεων}\} = \log_2(16) = 4$

αριθμός bits /κωδικολέξη.

$d = \min\{\text{βάρος κωδικολέξεων}\} = 3$

λέξεις κώδικα

I_k

β) $G = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$k = 4$ γραμμές

γ) $H = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$ $I_{\eta-k}$

δ.) έστω το μήνυμα 1 1 0 1

Κωδικοποίηση: $1\,1\,0\,1 \cdot G = 1\,1\,0\,1 \vdots 0\,0\,0$

ε.) Αποκωδικοποίηση $x = 1\,1\,0\,0\,0\,0\,1$

$x \cdot H = 1\ 0\ 0$ (→ 5η γραμμή του H
⇒ σφάλμα στο 5ο bit (ΤΔΑ))

$x' = 1100101$

20

ΕΞ2016Β

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ο κώδικας C είναι {111001, 110010, 101100, 100111, 011110, 010101, 001011, 000000}. Ζητούνται τα ακόλουθα:

(α) Να προσδιορίσετε τις παραμέτρους (n, k, d) του κώδικα, τον αριθμό των σφαλμάτων που ανιχνεύει και διορθώνει, τον γεννήτορα πίνακα και τον πίνακα ελέγχου ισοτιμίας.

(β) Να προσδιορίσετε την ΤΔΑ για ΠΑΜΠ.

(γ) Είναι ο δεδομένος κώδικας, 'κώδικας Hamming'; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

(δ) Ο πομπός μετέδωσε την κωδική λέξη που αντιστοιχεί στο μήνυμα '101' και ο δέκτης έλαβε '001011'. Ποιο μήνυμα θα εξάγει ο δέκτης;

(ε) Ο δέκτης έλαβε τη λέξη '010010'. Ποιο μήνυμα θα εξάγει ο δέκτης;

Θ4 ΕΞ 2016 Β

$\eta = 6 \qquad k = \log_2 8 = 3$

α) $d = \min\{\text{βάρος Hamming κωδ/λέξεων}\} = 3$

β) $G = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$ $\qquad H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \leftarrow I_{\eta-k}$

k=3 γραμμές $\quad I_k$

ΤΔΑ	Πρότυπα Σφάλματος (x)	Σύνδρομα (x·H)
	100000	111
	010000	101
	001000	011
	000100	100
	000010	010
	000001	001
	000110 ή 100001	110

Δεν είναι κώδικας Hamming $\nexists r$

$\eta \neq 2^r - 1$

ο πίνακας H Δεν έχει όλους τους δυνατούς (7) συνδυασμοί 3 bits

21

δ) πομπός στέλνει '101' $\longrightarrow$ 101 100

δέκτης έλαβε $\underline{0}01\underline{0}\underline{1}\underline{1}$ $\in$ C άρα εξάγει το μήνυμα '001'

4 λάθη

ε) $x \cdot H = 110\ 010 \times H = 111 \rightarrow$ σφάλμα στο 1ο bit

Διόρθωση : $x' = 110010$

Μήνυμα : 110

22

ΕΞ2016Α

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται γραμμικός κώδικας C με πίνακα ελέγχου ισοτιμίας

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ζητούνται τα ακόλουθα:

α). Ο γεννήτορας πίνακας G.

β). i. Η διάσταση και η απόσταση του κώδικα, δηλαδή οι παράμετροι (7, k, d), καθώς και

ii. Το πλήθος των διαφορετικών συνομάδων του κώδικα.

γ). Να δείξτε ότι η λέξη $s = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$ δεν είναι κωδική λέξη του γραμμικού κώδικα C

δ). Να σχηματίσετε την Τυπική Διάταξη Αποκωδικοποίησης (ΤΔΑ) για ΠΑΜΠ και ΑΑΜΠ

ε) Το σύνδρομο και το πρότυπο σφάλματος που αντιστοιχούν στη ληφθείσα λέξη $r = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$, η οποία αποκωδικοποιείται στη συνέχεια στην κωδική λέξη $z = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$

θ_2 / Εξ 2016Α

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} n-k=3$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

I_4

$n=7$

$k=4$

Εύρεση απόστασης από τον H.

1) όριο Singleton: $d \leq n-k=3$

2) Δεν υπάρχουν 2 όμοιες γραμμές στον H

3) υπάρχουν 3 γραμμές που αθροίζονται σε '000' (π.χ. η 1, 6, 4) άρα $d = \underline{\underline{3}}$

πλήθος συνομάδων $2^{n-k} = 2^3$

γ) $s = [1001000]$ $\quad s \cdot H = 010 \neq 000$ άρα $s \notin C$

23

δ) ΤΔΑ

x	xH
1000000	101
0100000	011
0010000	110
0001000	111
0000100	100
0000010	010
0000001	001

Α ΑΜΠ
&
Γ/ΑΜΠ

ε) $r = 1011001$ $rH = 1\,0\,1$ πρότυπο σφάλματος 1000000

Άρα $r' = 0011001$

ΘΕΜΑ 4

ΕΞ2015Β

α) Το δίκτυο 202.16.4.0 με μάσκα 255.255.255.0 ζητείται να χωριστεί σε 5 υποδίκτυα που το καθένα θα περιέχει 30 το πολύ κόμβους. Προσδιορίστε τη διεύθυνση υποδικτύου σε καθένα από αυτά τα υποδίκτυα, τις αντίστοιχες μάσκες τους καθώς και τις IP διευθύνσεις πολυεκπομπής που αντιστοιχούν στο κάθε υποδίκτυο. ***(8 μονάδες)***

β) Για το δίκτυο του προηγούμενου ερωτήματοσαπαντήστε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις. Αιτιολογήστε την κάθε απάντησή σας.

i. Η υποστήριξη 40 υπολογιστών σε κάθε υποδίκτυο είναι εφικτή. ***(3 μονάδες)***

ii. Η προσθήκη στην παραπάνω τοπολογία 3 ακόμα υποδικτύων που επίσης υποστηρίζουν 30 υπολογιστές το καθένα είναι εφικτή από πλευράς διαθεσίμου IP διευθύνσεων του δικτύου 202.16.4.0/24. ***(3 μονάδες)***

iii. Χρειάζεται να αλλάξει ο αριθμός υποδικτύου σε κάθε ένα από τα 5 υποδίκτυα σε περίπτωση που το καθένα από αυτά χρειάζεται να υποστηρίξει 17 υπολογιστές. ***(3 μονάδες)***

iv. Στην περίπτωση που χρειάζεται να δημιουργηθούν 10 συνολικά υποδίκτυα για το δίκτυο 202.16.4.0/24 ο μέγιστος αριθμός υπολογιστών που μπορούν να συνδεθούν με το κάθε υποδίκτυο είναι 14. ***(3 μονάδες)***

(Σύνολο μονάδων 20)

Θ4/ ΕΞ 2015Β

Δίκτυο 202.16.4.0

Μάσκα 255.255.255.0 ⟶ 8 διαθέσιμα bits

⟶ 5 υποδίκτυα με 30 κόμβους ⟶ $\lceil \log_2 30 \rceil = \lceil 4,90 \rceil = 5$ bits

$\lceil \log_2 5 \rceil = \lceil 2,32 \rceil = 3$ bits

Μάσκα 255.255.255.$\overbrace{111}^{\text{bits για υποδίκτυα}}\underbrace{00000}_{\text{bits για hosts / υποδίκτυο}}$ = 255.255.255.224

1. 202.16.4.$\underline{000}$ 00000 → 0 subnet
   (128 64 32)
   11111 → 31 bcast
2. 202.16.4.001 00000 → 32 subnet
   11111 → 63 bcast
3. 202.16.4.010 00000 → 64 subnet
   11111 → 95 bcast
4. 202.16.4.011 00000 → 96 subnet
   11111 → 127 bcast
5. 202.16.4.100 00000 → 128
   11111 → 159 bcast

25.

β) i) Λάθος max hosts/subnet $= 2^5 - 2 = 30$

ii) Σωστό max subnets: $2^3 = 8$

available subnets $= 8 - 5 = 3$

iii) Αν hosts/subnet $= 17$

έτσι κι αλλιώς πάλι θα χρειαστούν 5 bits/host

Λάθος

iv) Για 10 υποδίκτυα

θέλουμε $\lceil \log_2 10 \rceil = \lceil 3{,}32 \rceil = 4$ bits

Διαθέσιμα bits για hosts: $8 - 4 = 4$

Max hosts/subnet $= 2^4 - 2 = 14$

<u>σωστό</u>

26

ΘΕΜΑ 4

Ένας υπολογιστής έχει τις εξής παραμέτρους στο πρωτόκολλο IP:

Διεύθυνση IP	92.213.193.53
Μάσκα υποδικτύου	255.255.252.0
Προεπιλεγμένη πύλη	92.213.193.35

α) Ποιο είναι το μέγιστο πλήθος υπολογιστών που περιλαμβάνει το υποδίκτυο στο οποίο ανήκει ο παραπάνω υπολογιστής; ***(5 μονάδες)***

β) Ποια είναι η πρώτη διεύθυνση του υποδικτύου (ή διεύθυνση υποδικτύου) και ποια η τελευταία διεύθυνση του υποδικτύου (ή διεύθυνση ευρείας εκπομπής - broadcast); ***(5 μονάδες)***

γ) Δύο πακέτα τα οποία αποστέλλονται από τον παραπάνω σταθμό με διευθύνσεις προορισμού 92.213.196.171 και 92.213.194.171 θα παραδοθούν εντός ή εκτός του υποδικτύου στο οποίο ανήκει ο αποστολέας; Αιτιολογείστε την απάντησή σας. ***(5+5=10 μονάδες)***

(Σύνολο μονάδων 20)

α) Η μάσκα υποδικτύου : 255.255.252.0 σε δυαδική μορφή είναι:

255.255.252.0 → 11111111.11111111.11111100.00000000

άρα τα τελευταία 10 δυαδικά ψηφία χρησιμοποιούνται για τον αριθμό του υπολογιστή ορίζοντας 2^{10}=1.024 συνδυασμούς. Το μέγιστο πλήθος υπολογιστών είναι 1.024-2=1.022 αφού οι διευθύνσεις με αριθμό υπολογιστή 0 (διεύθυνση υποδικτύου) και 1.023 (διεύθυνση broadcast) δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για IP υπολογιστή.

β) Η πρώτη διεύθυνση του υποδικτύου (ή διεύθυνση υποδικτύου) προκύπτει αν θέσουμε τα bits του αριθμού υπολογιστή όλα 0 (λογικό AND ανάμεσα στην IP και στην μάσκα).

IP : 92.213.193.53 → 01011100.11010101.11000001.00110101

Μάσκα υποδικτύου → 11111111.11111111.11111100.00000000

AND

Διεύθυνση υποδικτύου→ 01011100.11010101.11000000.00000000→ **(92.213.192.0)**

Άρα η ζητούμενη τελευταία διεύθυνση του υποδικτύου (ή διεύθυνση broadcast) είναι: **92.213.195.255**

01011100.11010101.11000011.11111111

γ) Για να βρει ο υπολογιστής αν μια IP διεύθυνση προορισμού ανήκει στο ίδιο υποδίκτυο ή όχι, θα πρέπει να διαπιστώσει αν τα bits της δικής του IP διεύθυνσης που αντιστοιχούν στη μάσκα του υποδικτύου στο οποίο ανήκει ο υπολογιστής, ταυτίζονται με τα αντίστοιχα bits της IP διεύθυνσης προορισμού. Δηλαδή.

IP (προορ) :	92.213.196.171	→	01011100.11010101.11000100.10101011
IP (υπολ):	92.213.193.53	→	01011100.11010101.11000001.00110101
	255.255.252.0	→	11111111.11111111.11111100.00000000

Είναι φανερό ότι οι δύο IP διευθύνσεις διαφέρουν σε κάποιο από τα πρώτα 22 bits (που είναι 1) της μάσκας, και συγκεκριμένα στο ενδέκατο από δεξιά bit. Άρα η διεύθυνση προορισμού δεν βρίσκεται το ίδιο υποδίκτυο. Το IP πακέτο πρέπει να σταλεί στον δρομολογητή (προεπιλεγμένη πύλη) που συνδέει τον υπολογιστή με το διαδίκτυο, άρα η διεύθυνση του επόμενου άλματος είναι η 92.213.193.35.

Ομοίως και για την IP διεύθυνση προορισμού 92.213.194.171

IP (προορ) :	92.213.194.171	→	01011100.11010101.11000010.10101011
IP (υπολ):	92.213.193.53	→	01011100.11010101.11000001.00110101
	255.255.252.0	→	11111111.11111111.11111100.00000000

Είναι φανερό ότι οι δύο IP διευθύνσεις δεν διαφέρουν σε κάποιο από τα πρώτα 22 bits (που είναι 1) της μάσκας. Άρα η διεύθυνση προορισμού βρίσκεται το ίδιο υποδίκτυο το 92.213.192.0. Το IP πακέτο θα σταλεί μέσω MAC απευθείας στον υπολογιστή με IP διεύθυνση αυτή του προορισμού δηλαδή 92.213.194.171.

ΘΕΜΑ 3 ΕΞ2013Β

Σε ένα κανάλι μετάδοσης με καθυστέρηση μονόδρομης διάδοσης 150 ms και ρυθμό μετάδοσης δεδομένων 1 Mbit/sec (1024*1024 bit/sec), γίνεται μετάδοση πλαισίων μεγέθους 1 Kbytes (1 byte = 8 bits) χρησιμοποιώντας πρωτόκολλο GO-BACK-N με μέγεθος παραθύρου 63. Αν το μέγεθος των κεφαλίδων των πλαισίων και των πλαισίων επιβεβαίωσης (TRANSA=0) θεωρείται αμελητέο, να υπολογισθούν:

α) Η απόδοση η_{GBN} του πρωτοκόλλου,

β) Η απόδοση η_{GBN} του πρωτοκόλλου αν το μέγεθος παραθύρου είναι 15

γ) Αν το μέγεθος παραθύρου είναι 31, να υπολογισθεί το μέγεθος πλαισίου σε bytes ώστε να επιτευχθεί απόδοση η_{GBN} ίση με 38%

δ) Θεωρώντας μέγεθος παραθύρου 31, πλαίσια μεγέθους 1 Kbytes και χρόνο προθεσμίας T ίσο με την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ'επιστροφής που δίνει την μέγιστη απόδοση του 100% απουσία σφαλμάτων μεταφοράς, να υπολογισθεί η πιθανότητα p να μεταφερθεί σωστά ένα πλαίσιο δεδομένων ώστε να επιτευχθεί η απόδοση η_{GBN}=38%,

α) Χρόνος μετάδοσης πλαισίου TRANSP = μήκος πλαισίου / ρυθμός μετάδοσης δεδομένων = 1024 bytes / 1 Mbit/sec = 8 * 1024 bits / 1024 * 1024 bits/sec = 7.8 ms
Ο χρόνος S μεταξύ της έναρξης της μετάδοσης ενός πλαισίου και της άφιξης της αντίστοιχης επιβεβαίωσης υπολογίζεται από S = TRANSP + TRANSA + 2 * TROP. Αφού το μέγεθος των πλαισίων επιβεβαίωσης θεωρείται αμελητέο, TRANSA = 0, αρα S= TRANSP + 2 * TROP = 7.8 ms + 2 * 150 ms = 307.8 ms.
Αφού S<W* TRANSP επειδή 307.8ms<63*7.8ms=491.4ms, τότε
η_{GBN} = 100%

β) πρωτόκολλο GO-BACK-N
Αφού S>W* TRANSP επειδή 307.8ms>15*7.8ms=117ms, τότε
η_{GBN} = W * TRANSP / S = 15 * 7.8ms / 307.8 ms = 38.01%

γ) πρωτόκολλο GO-BACK-N

$$\eta_{GBN} = \frac{W*TRANSP}{S} = \frac{W*TRANSP}{TRANSP+2*TROP} = \frac{W*\frac{L}{C}}{\frac{L}{C}+2*TROP} = \frac{W*L}{L+2*C*TPROP} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \frac{2\cdot C\cdot \eta_{GBN}\cdot T_{prop}}{W-\eta_{GBN}} = \frac{2\cdot 1024\cdot 1024\cdot bits/\sec\cdot 0,38\cdot 150\cdot 10^{-3}\sec}{31-0,38};\ 3904\ bits \Rightarrow L = 488\ bytes$$

δ) πρωτόκολλο GO-BACK-N
Σύμφωνα με την σχέση (4.9) του Τόμου Γ' (Δικτυα Υπολογιστών Ι)

$$\eta_{GBN} = \frac{1}{1+W\frac{1-p}{p}} \Leftrightarrow \eta_{GBN}*W\frac{1-p}{p} = 1-\eta_{GBN} \Leftrightarrow \frac{1-p}{p} = \frac{1-\eta_{GBN}}{\eta_{GBN}*W} = \frac{1-0.38}{0.38*31} = 0.0526 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 = p(1+0.0526) \Leftrightarrow p = 0.95$$

ΘΕΜΑ 3 ΕΞ2015Α

Δύο κόμβοι Α και Β συνδέονται μεταξύ τους με οπτική ίνα για την οποία ισχύει ότι η πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης πλαισίου δεδομένων είναι p ενώ οι επιβεβαιώσεις παραδίδονται χωρίς απώλειες.

Για κάθε ένα από τα πρωτόκολλα επανεκπομπής Go-Back-N και SRP, υπολογίστε ποια είναι η μέγιστη τιμή του χρόνου προθεσμίας (συναρτήσει της καθυστέρησης μετάδοσης *TRANSP* και της πιθανότητας p), ώστε η απόδοση του πρωτοκόλλου να είναι πάνω από 90% θεωρώντας ότι για το κάθε πρωτόκολλο ο χρόνος προθεσμίας είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ' επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% κάτω από συνθήκες απουσίας σφαλμάτων μεταφοράς.

Κάντε εφαρμογή για *TRANSP* = 2 msec και p = 0,99. Θεωρείστε ότι ισχύουν όλες οι προϋποθέσεις εφαρμογής του τύπου του βιβλίου σχετικά με την απόδοση του πρωτοκόλλου SRP.

(9 μονάδες για κάθε πρωτόκολλο επανεκπομπής. Σύνολο μονάδων 18)

α) Go-Back-N

Με δεδομένο ότι ο χρόνος προθεσμίας είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ' επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% κάτω από συνθήκες απουσίας σφαλμάτων μεταφοράς η απόδοση του πρωτοκόλλου Go-Back-N είναι:

$$n_{GBN} = \frac{p}{p + (1 - p)W}$$

οπότε

$$\frac{p}{p + (1 - p)W} \geq 0.9 \Rightarrow p \geq 0.9p + 0.9(1 - p)W \Rightarrow \frac{0.1p}{0.9(1 - p)} \geq W \Rightarrow$$

$$\frac{p}{9(1 - p)} \geq W$$

Άρα η μέγιστη τιμή του χρόνου προθεσμίας T=WxTRANSP είναι

$$\frac{p}{9(1 - p)} TRANSP \geq T$$

Άρα αντικαθιστώντας τις τιμές στον παραπάνω τύπο έχουμε

T_{GBN}=22 msec

β) SRP

Ομοίως για την απόδοση του πρωτοκόλλου SRP η απόδοση δίνεται από τον τύπο:

$$n_{SRP}=\frac{2+(1-p)(W-1)}{2+(1-p)(3W-1)}$$

οπότε

$$\frac{2+(1-p)(W-1)}{2+(1-p)(3W-1)}\geq 0.9 \Rightarrow 2+(1-p)(W-1)\geq 0.9[2+(1-p)(3W-1)] \Rightarrow \frac{0.1(1+p)}{1.7(1-p)}\geq W \Rightarrow$$

$$\frac{1+p}{17(1-p)}\geq W$$

Άρα η μέγιστη τιμή του χρόνου προθεσμίας T=WxTRANSP είναι

$$\frac{1+p}{17(1-p)}TRANSP \geq T$$

Άρα αντικαθιστώντας τις τιμές στον παραπάνω τύπο έχουμε

T_{SRP}=23,41 msec

Σημείωση για τις ΨΕ

- Με βάση απορία που διατυπώθηκε στην έκτακτη ΟΣΣ:
- Το σήμα sin(t) όπως και οι δυνάμεις του $\sin^2(t)$, $\sin^3(t)$,… είναι περιοδικά
- Το σήμα sinc(t)=[sin(t) / (πt)] όπως και οι δυνάμεις του $\mathrm{sinc}^2(t)$, $\mathrm{sinc}^3(t)$,… ΔΕΝ είναι περιοδικά