ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ.2

Έκτακτη ΟΣΣ

17.06.2018

Ν.Δημητρίου

<u>Σημείωση</u>: *Η έκτακτη ΟΣΣ έχει ως σκοπούς να δοθεί ένας οδηγός μελέτης ως κίνητρο για μια πρώτη επανάληψη και να αναπτυχθεί το σχετικό σκεπτικό στην επίλυση των θεμάτων παλαιοτέρων εργασιών και εξετάσεων* ***<u>χωρίς σε καμία περίπτωση</u>*** *να περιορίζεται με τον τρόπο αυτό η εξεταστέα ύλη.*

Ψηφιακές Επικοινωνίες

Διερεύνηση Περιοδικότητας

- Πεδίο του χρόνου:: Σήμα σε μορφή αθροίσματος περιοδικών με περιόδους $T_1, T_2, \dots, T_N$

  Κριτήριο: $\exists$ $m_1, m_2, \dots, m_N$ φυσικοί ώστε $T_{\sigma\lambda} = m_1 T_1 = m_2 T_2 = \dots = m_N T_N$

- Πεδίο των συχνοτήτων:

  Το φάσμα πλάτους να είναι διακριτό
  Παλμοί $\delta(f - f_i)$ σε συχνότητες $f_1, f_2, \dots, f_N$.

  Κριτήριο: $\exists$ $m_1', m_2', \dots, m_N'$ φυσικοί ώστε $f_{\sigma\lambda} = m_1' f_1 = m_2' f_2 = \dots = m_N' f_N$

Ασκήσεις
ΓΕ2/1718/Θ3, 7α.

ΕΞ. 2017Β/Θ1 ΕΞ2015Β/Θ2
2017Α/Θ6 ΕΞ 2015Α/Θ1

ΜΣ Fourier.

$\cos(2\pi f_c t) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2}\{\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)\}$ $\sin(2\pi f_c t) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2j}\{\delta(f-f_c)-\delta(f+f_c)\}$

$\mathrm{sinc}(t) \xleftrightarrow{F} \mathrm{rect}(f)$ $\mathrm{rect}(t) \xleftrightarrow{F} \mathrm{sinc}(f)$

$\mathrm{sinc}^2(t) \xleftrightarrow{F} \mathrm{tri}(f)$ $\mathrm{tri}(t) \xleftrightarrow{F} \mathrm{sinc}^2(f)$

Σημ. $\mathrm{sinc}(t) = \dfrac{\sin(\pi t)}{\pi t}$

Βασικές ιδιότητες

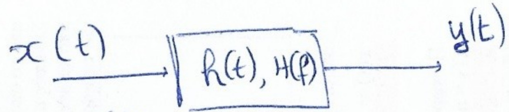
$x(t) \xleftrightarrow{F} X(f) \Leftrightarrow x(at) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{a} X\left(\frac{f}{a}\right)$, $\alpha>0$

$x(t) \xleftrightarrow{F} X(f) \Rightarrow x(t-t_0) \xleftrightarrow{F} e^{-j2\pi f t_0} X(f)$

$x(t) \longleftrightarrow X(f) \Leftrightarrow e^{j2\pi f_0 t} x(t) \longleftrightarrow X(f-f_0)$

$x(t) * g(t) \xleftrightarrow{F} X(f)\cdot G(f)$

Ιδανικά φίλτρα.



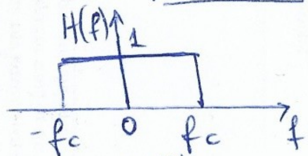
$$\underset{\text{κρουστική απόκριση}}{y(t) = x(t) * h(t)}$$

$$y(t) \overset{F}{\updownarrow} \quad x(t) \overset{F}{\updownarrow} \quad h(t) \overset{F}{\updownarrow}$$

$$Y(f) = X(f) \cdot H(f)$$

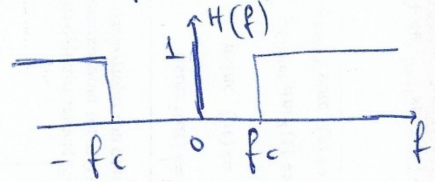
συνάρτηση μεταφοράς (απόκριση συχνότητας)

Βαθυπερατό



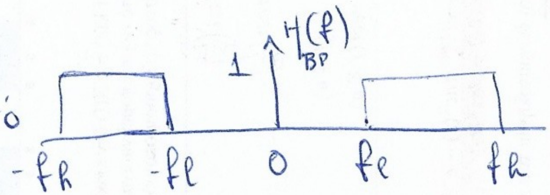
$$H(f) = rect\left(\frac{f}{2f_c}\right)$$

Υψιπερατό



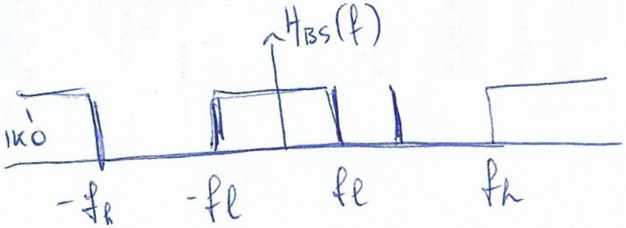
$$H(f) = 1 - rect\left(\frac{f}{2f_c}\right)$$

Ζωνοπερατό



$$H_{BP}(f) = rect\left(\frac{f - \frac{f_l + f_h}{2}}{f_h - f_l}\right) + rect\left(\frac{f + \frac{f_l + f_h}{2}}{f_h - f_l}\right)$$

Ζωνοφρακτικό



$$H_{BS}(f) = 1 - H_{BP}(f)$$

Διαμόρφωση πλάτους

Σήμα $x(t)$ με εύρος ζώνης f_x ← σήμα πληροφορίας/μηνύματος

DSB: $x_{DSB}(t) = x(t) \cdot A_c \cos(2\pi f_c t)$

$$X_{DSB}(f) = \frac{A_c}{2} \cdot \left\{ X(f-f_c) + X(f+f_c) \right\}$$

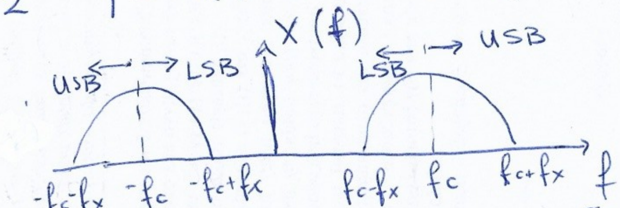
Εύρος Ζώνης $W_{DSB} = 2f_x$

AM: $x_{AM}(t) = \left\{1 + x(t)\right\} A_c \cos(2\pi f_c t)$

Εύρος Ζώνης $W_{AM} = 2f_x$

$$X_{AM}(t) = \frac{A_c}{2} \left\{ X(f-f_c) + X(f+f_c) \right\} + \frac{A_c}{2} \left\{ \delta(f-f_c) + \delta(f+f_c) \right\}$$

SSB:



Εύρος Ζώνης $W_{SSB} = f_x$

Άνω πλευρική USB: Λήψη μέρους συχνοτήτων $[f_c, f_c+f_x]$ και $[-f_c-f_x, -f_c]$

Κάτω πλευρική LSB: Λήψη — " — $[f_c-f_x, f_x]$ και $[-f_c, -f_c+f_x]$

Ασκήσεις

ΓΕ2/Θ2,4,5

ΕΞ2017Β/Θ2 ΕΞ2015Α/Θ2

ΕΞ2017Α/Θ1

Διαμόρφωση Γωνίας

$$X_m(t) = A_c \cos\{2\pi f_c t + \varphi(t)\}$$

περιέχεται σήμα πληροφορίας / μηνύματος εύρους ζώνης f_x
(Βλ. Τέλος διαφάνειας)

Στιγμιαία Γωνία: $\Theta(t) = 2\pi f_c t + \varphi(t)$ (σε rad)

Στιγμιαία Κυκλική συχνότητα: $\omega(t) = \frac{d\Theta(t)}{dt} = 2\pi f_c + \frac{d\varphi(t)}{dt}$ (σε $\frac{rad}{sec}$)

Στιγμιαία Συχνότητα: $f(t) = \frac{\omega(t)}{2\pi} = f_c + \frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi(t)}{dt}$ (σε Hz)

Στιγμιαία Απόκλιση Συχνότητας: $\Delta f(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi(t)}{dt}$

Λόγος Απόκλισης: $\frac{\max|\Delta f(t)|}{f_x} = \frac{\max\left|\frac{d\varphi(t)}{dt}\right|}{2\pi f_x}$

Εύρος Ζώνης Διαμορφωμένου σήματος (Κανόνας Carson) $W = 2(D+1) f_x$

Διαμόρφωση Γωνίας:
- Διαμόρφωση φάσης (PM) $\varphi(t) = k_p x(t)$ → σήμα πληροφορίας
- Διαμόρφωση Συχνότητας (FM) $\varphi(t) = k_f \int_{-\infty}^{t} x(\lambda)\, d\lambda$ → σήμα πληροφορίας

Σχετικές Ασκήσεις ΓΕ3/1718/Θ3,4 ΕΞ 2017Α/Θ2 ΕΞ 2015Α/Θ1

Διερεύνηση Δειγματοληψίας

- Σήμα $x(t)$ με φάσμα περιορισμένου εύρους ζώνης

$$X(f) \neq 0 \ , \quad |f| \leq f_{max}$$
$$X(f) = 0 \ , \quad |f| > f_{max}$$

- Ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας (Nyquist)

$$f_{s,min} = 2 f_{max}.$$

- Έκφραση στο πεδίο του χρόνου. (δειγματισμένο σήμα)

με συχν. δειγματοληψίας f_s.

-" περίοδο -"- $T_s = \frac{1}{f_s}$

$$x_s(n) = x(t)\Big|_{t \to nT_s}$$

- Φάσμα δειγματισμένου σήματος

$$X_s(f) = f_s \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f - m f_s)$$

Ασκήσεις.

ΓΕ3/1718/Θ1

ΕΞ 2017Β/Θ1 2017Α/Θ1
2016Α/Θ6, Θ1

Διαμόρφωση PCM

Σήμα $x(t)$ περιορισμένου εύρους ζώνης δηλ. $|x(t)| \neq 0, |f| \leq f_{max}$, $|x(t)| = 0, |f| > f_{max}$ } δειγματίζεται με συχνότητα δειγματοληψίας

$$f_s \geq f_{s,min} = 2 f_{max} \quad (samples/sec)$$

Υποθέτοντας L στάθμες κβάντισης (samples)

Δυαδικά bits / στάθμη κβάντισης : $\eta = \lceil \log_2(L) \rceil$ (bits/sample)

Ρυθμός μετάδοσης δειγματισμένου σήματος : $R_s = f_s\left(\frac{samples}{sec}\right) \cdot \eta\left(\frac{bits}{sample}\right) = f_s \cdot \eta \left(\frac{bits}{sec}\right)$

$= f_s \cdot \log_2 L$

Δυαδικά κανάλια : μεταφέρουν $2 \frac{bits/sec}{Hz}$.

Άρα Εύρος Ζώνης PCM : $B_{PCM} \geq \frac{1}{2} f_s \cdot \log_2 L \quad (Hz)$

Για ομοιόμορφη Κβάντιση : Σηματοθορυβικός λόγος Κβάντισης

$$SNR_q = 10 \log_{10}(L^2) = 20 \log_{10}(L) \quad (dB)$$

Ασκήσεις

ΓΕ3/1718/Θ2, ΕΞ2013Α/Θ2

ΕΞ2012Β/Θ2

ΕΞ 2017Β

ΘΕΜΑ 1

Δίνονται τα σήματα $x(t)=\cos(2\pi 30t)$ και $y(t)=\cos(10t)$

Για τα παρακάτω σήματα να διερευνηθεί (α) η περιοδικότητα και η δειγματοληψία (με το κριτήριο Nyquist) και (β) να υπολογιστούν (αν υπάρχουν) οι αντίστοιχες περίοδοι και οι ελάχιστες συχνότητες δειγματοληψίας τους:

Ερώτηση 1: $a(t)=1+x(t)+y(t)$

Ερώτηση 2: $b(t)=x(t)+y(t)\cdot rect\left(\frac{t}{10}\right)$

Ερώτηση 3: $c(t)=\left[x(t)+y(t)\right]*20\mathrm{sinc}^2(20t)$

Ερώτηση 4: $d(t)=\mathrm{sinc}(60t)\cdot t\cdot x(t)$

(α)

$$a(t)=1+x(t)+y(t)=1+\cos(2\pi 30t)+\cos(10t)=$$

$$=1+\cos(2\pi 30t)+\cos\left(2\pi\frac{10}{2\pi}t\right)$$

$$\cos(2\pi 30t)$$

$$\text{Περίοδος } T_1=\frac{1}{30}\text{sec}$$

$$\cos\left(2\pi\frac{10}{2\pi}t\right)$$

$$\text{Περίοδος } T_2=\frac{2\pi}{10}\text{sec}$$

Ο λόγος των 2 περιόδων είναι:

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{\frac{1}{30}}{\frac{2\pi}{10}}=\frac{1}{6\pi}$$

Άρρητος άρα το σήμα δεν είναι περιοδικό

Η μέγιστη συχνότητα του σήματος είναι 30 Hz άρα το σήμα έχει ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας 60Hz.

(β)

$$b(t)=\cos(2\pi 30t)+\cos\left(2\pi\frac{10}{2\pi}t\right)\cdot rect\left(\frac{t}{10}\right)$$

$$\mathrm{B}(f)=\frac{1}{2}\left[\delta(f-30)+\delta(f+30)\right]+\frac{1}{2}\left[\delta\left(f-\frac{10}{2\pi}\right)+\delta\left(f+\frac{10}{2\pi}\right)\right]*10\mathrm{sinc}(10f)=$$

$$=\frac{1}{2}\left[\delta(f-30)+\delta(f+30)\right]+\frac{1}{2}\left[10\mathrm{sinc}\left(10\left(f-\frac{10}{2\pi}\right)\right)+10\mathrm{sinc}\left(10\left(f+\frac{10}{2\pi}\right)\right)\right]$$

Το φάσμα πλάτους είναι συνεχές άρα το σήμα δεν είναι περιοδικό.
Το σήμα δεν είναι περιορισμένου εύρους ζώνης άρα δεν ορίζεται συχνότητα Nyquist.

<u>Εναλλακτική Λύση (πιο γρήγορη):</u>
Το σήμα στο πεδίο του χρόνου είναι άθροισμα ενός περιοδικού όρου (cos(2π30t)) κι ενός μη περιοδικού όρου (cos(10t)rect(t/10)) άρα δεν είναι περιοδικό.
Ο όρος cos(10t)rect(t/10) δεν είναι περιοδικός γιατί είναι περιορισμένης χρονικής διάρκειας (τα περιοδικά σήματα είναι άπειρης χρονικής διάρκειας)

Γενικά: Στα περιοδικά σήματα η περιοδικότητα x(t)=x(t+kT) ισχύει για κάθε k ακέραιο και για t πραγματικό αριθμό. Τα περιοδικά σήματα είναι άπειρης διάρκειας στο πεδίο του χρόνου κι έχουν διακριτό φάσμα στο πεδίο των συχνοτήτων.
Αν ένα σήμα είναι περιορισμένης διάρκειας στο πεδίο του χρόνου ή έχει συνεχές φάσμα στο πεδίο των συχνοτήτων δεν είναι περιοδικό.

(γ)

$$c(t)=\left[x(t)+y(t)\right]*20\mathrm{sinc}^2(20t)=\left[\cos(2\pi 30t)+\cos\left(2\pi\frac{10}{2\pi}t\right)\right]*20\mathrm{sinc}^2(20t)$$

$$C(f)=\left\{\frac{1}{2}\left[\delta(f-30)+\delta(f+30)\right]+\frac{1}{2}\left[\delta\left(f-\frac{10}{2\pi}\right)+\delta\left(f+\frac{10}{2\pi}\right)\right]\right\}\cdot tri\left(\frac{f}{20}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\left[\delta\left(f-\frac{10}{2\pi}\right)\left(tri\left(\frac{\left(\frac{10}{2\pi}\right)}{20}\right)\right)+\delta\left(f+\frac{10}{2\pi}\right)\left(tri\left(\frac{\left(-\frac{10}{2\pi}\right)}{20}\right)\right)\right]=$$

$$=\frac{1}{2}\left[\delta\left(f-\frac{10}{2\pi}\right)\left(-\frac{1}{20}\left(\frac{10}{2\pi}\right)+1\right)+\delta\left(f+\frac{10}{2\pi}\right)\left(\frac{1}{20}\left(-\frac{10}{2\pi}\right)+1\right)\right]=$$

$$=\frac{1}{2}\left(-\left(\frac{10}{40\pi}\right)+1\right)\left[\delta\left(f-\frac{10}{2\pi}\right)+\delta\left(f+\frac{10}{2\pi}\right)\right]$$

Το σήμα είναι ένας τόνος συχνότητας 10/2π Hz (άρα η περίοδοςτου είναι 2π/10 Hz) και έχει ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας Nyquist 20/2π Hz.

Σημείωση: Το ερώτημα δεν απαιτούσε τον ακριβή υπολογισμό του πλάτους των παλμών δ (με βάση την τιμή του τριγωνικού παλμού στα σημεία 10/2π Hz, -10/2π Hz).

(δ)

$$d\left(t\right)=\operatorname{sinc}\left(60t\right)\cdot t\cdot x\left(t\right)=$$

$$=\frac{\sin\left(60\pi t\right)}{60\pi t}t\cdot\cos\left(2\pi 30t\right)=\frac{1}{60\pi}\sin\left(2\pi 30\pi t\right)\cos\left(2\pi 30t\right)=\frac{1}{60\pi}\frac{1}{2}\sin\left(2\pi 60\pi t\right)$$

Το σήμα είναι περιοδικό με περίοδο ίση με 1/60 sec.
Το σήμα είναι ένας τόνος συχνότητας 60 Hz και έχει ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας Nyquist 120 Hz.

ΕΞ 2017Α

ΘΕΜΑ 1

Δίνεται το σήμα $x(t)=10\text{sinc}(10t)\cdot\left[1+\text{sinc}(10t)\right]$

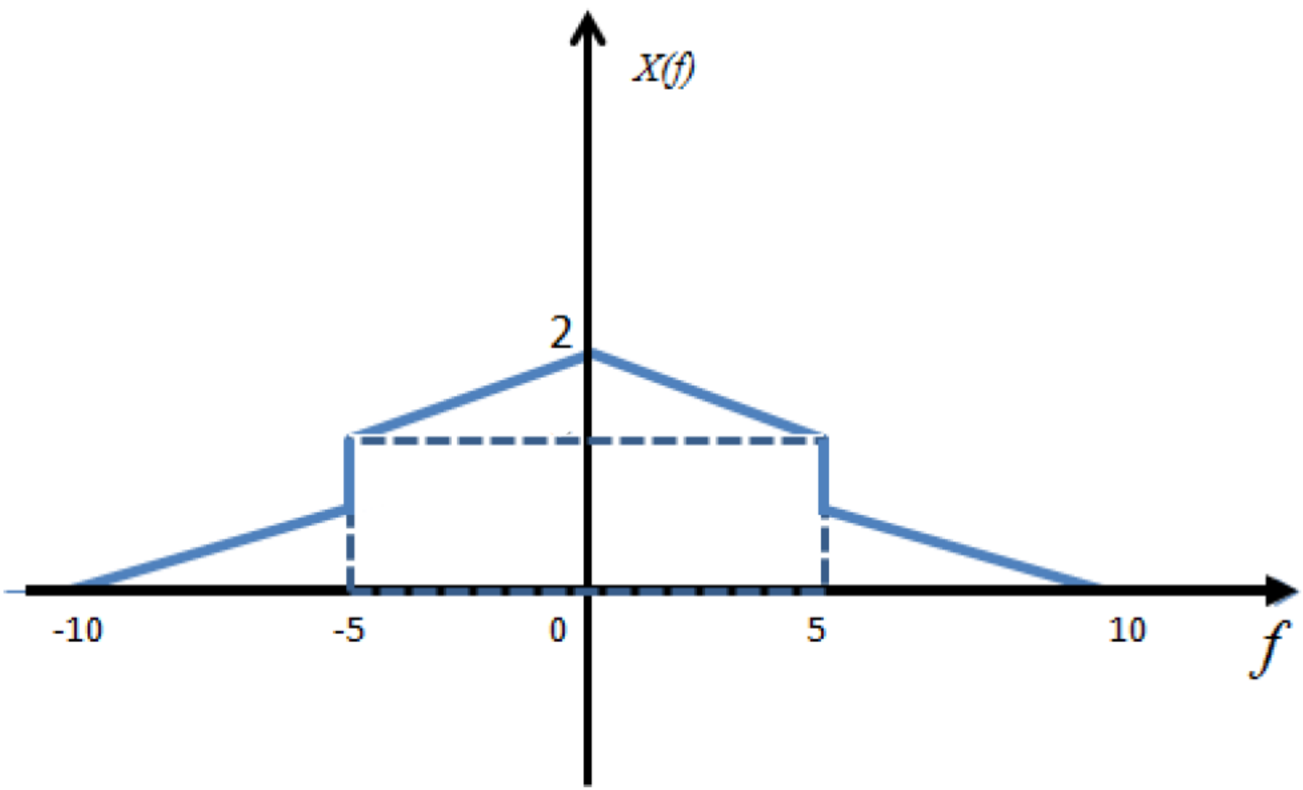
Ερώτηση 1η: Να υπολογιστεί και να σχεδιαστεί το φάσμα πλάτους του $x(t)$

Ερώτηση 2η: Να προσδιοριστεί η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας $f_{s,\min}$ κατά Nyqist του $x(t)$ και να δοθούν οι εκφράσεις του δειγματισμένου σήματος $x_s(t)$ με την υπολογισθείσα συχνότητα δειγματοληψίας στα πεδία χρόνου και συχνοτήτων.

Ερώτηση 3η: Το σήμα $x(t)$ δειγματίζεται με συχνότητα δειγματοληψίας $f_\delta=50\cdot f_{s,\min}$ και διέρχεται από κατάλληλο ζωνοπερατό φίλτρο - με τη μικρότερη δυνατή ζώνη διέλευσης - του οποίου η έξοδος είναι ένα σήμα που μπορεί να προκύψει και με DSB διαμόρφωση συνημιτονοειδούς φέροντος συχνότητας 1000Hz και πλάτους 100 Volt από το σήμα $x(t)$. Η μια συχνότητα αποκοπής του φίλτρου ισούται με $f_{low}=10Hz$ Να υπολογίσετε την άλλη συχνότητα αποκοπής του ζωνοπερατού φίλτρου (f_{high}) και το πλάτος της συνάρτησης μεταφοράς του . Επίσης, να δώσετε την έκφραση της συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου.

(α)

$$x(t)=10\operatorname{sinc}(10t)\cdot\left[1+\operatorname{sinc}(10t)\right]=10\operatorname{sinc}(10t)+10\operatorname{sinc}^2(10t)\xleftrightarrow{F} rect\left(\frac{f}{10}\right)+tri\left(\frac{f}{10}\right)$$



(β)
Η μέγιστη συχνότητα του φάσματος του x(t) είναι 10Hz. Συνεπώς η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας κατά Nyquist είναι 20Hz.

Το δειγματισμένο σήμα στο πεδίο του χρόνου γράφεται:

$$x_s(n) = 10\mathrm{sinc}\left(10\frac{n}{20}\right) + 10\mathrm{sinc}^2\left(10\frac{n}{20}\right),\ n \text{ ακέραιος}$$

Και στο πεδίο των συχνοτήτων το φάσμα του γράφεται:

$$X_s(f) = f_{s,\min}\sum_{m=-\infty}^{\infty} X\left(f - mf_{s,\min}\right) = 20\sum_{m=-\infty}^{\infty} rect\left(\frac{f-m20}{10}\right) + tri\left(\frac{f-m20}{10}\right)$$

(γ)

Το σήμα $x(t)$ δειγματίζεται με συχνότητα δειγματοληψίας $f_\delta = 50 \cdot f_{s,\min} = 50 \cdot 20 = 1000Hz$

και διέρχεται από κατάλληλο ζωνοπερατό φίλτρο του οποίου η έξοδος είναι ένα σήμα που μπορεί να προκύψει και με DSB διαμόρφωση συνημιτονοειδούς φέροντος συχνότητας 1000Hz και πλάτους 100 Volt από το σήμα $x(t)$.

Το σήμα αυτό αντιστοιχεί στο

$$y(t) = x(t)100\cos(2\pi 1000t) \xleftrightarrow{F} 50\left[X(f-1000) + X(f+1000)\right]$$

Προκειμένου να προκύψει το ίδιο σήμα από δειγματοληψία του

$x(t)$ με συχνότητα δειγματοληψίας $f_\delta = 50 \cdot f_{s,\min} = 50 \cdot 20 = 1000Hz$

Θα πρέπει το ζωνοπερατό φίλτρο να έχει συχνότητες αποκοπής τις (f_{low}, f_{high})=(10Hz,1010Hz)

Επίσης, προκειμένου να προκύψει το πλάτος 50 θα πρέπει η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρπου να έχει πλάτος ίσο με 1/20

Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου ισούται με

$$H_{BP}(f) = \frac{1}{20}\left[rect\left(\frac{f-510}{1000}\right) + rect\left(\frac{f+510}{1000}\right)\right]$$

ΘΕΜΑ 2 ΕΞ 2015Β

Με δεδομένο το σήμα $x(t) = 4sinc(4t)$ να υπολογίσετε την περίοδο (αν υπάρχει) και την ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας για καθένα από τα παρακάτω σήματα:

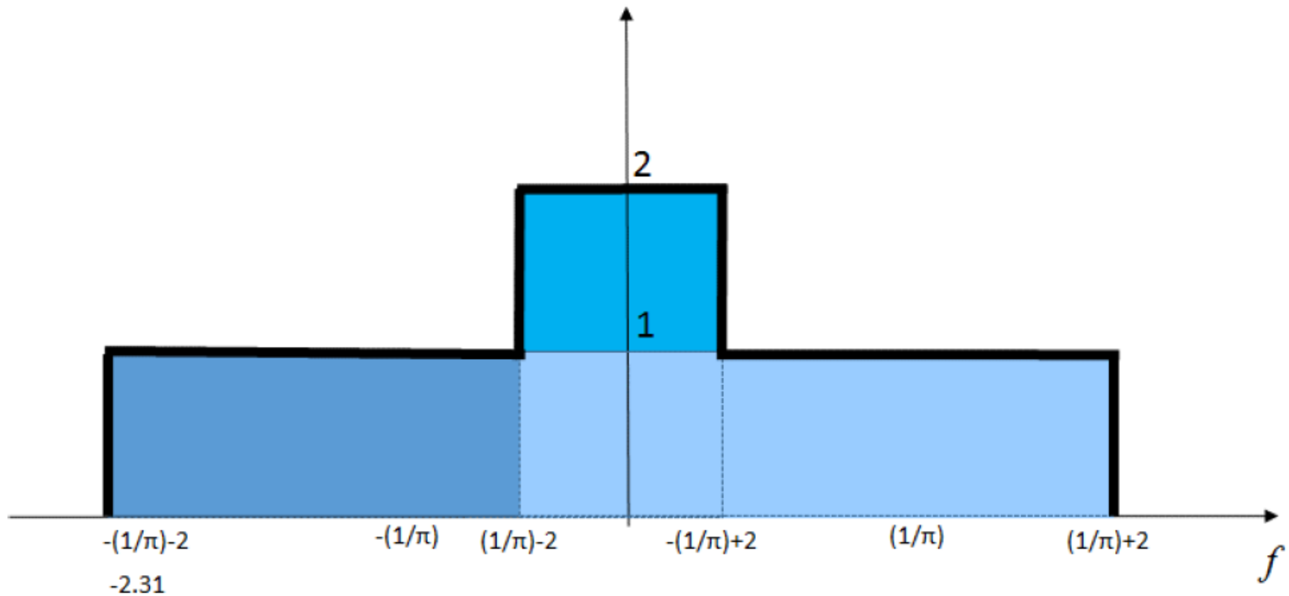
α) $x(t)2cos(2t)$ ***(7 μονάδες)***

β) $x^2(t)2cos(2t)$ ***(7 μονάδες)***

γ) $\dfrac{x^2(t)2cos(2t)}{\pi F^{-1}\left\{tri\left(\frac{f}{4}\right)\right\}}$ ***(6 μονάδες)***

(Σύνολο μονάδων 20)

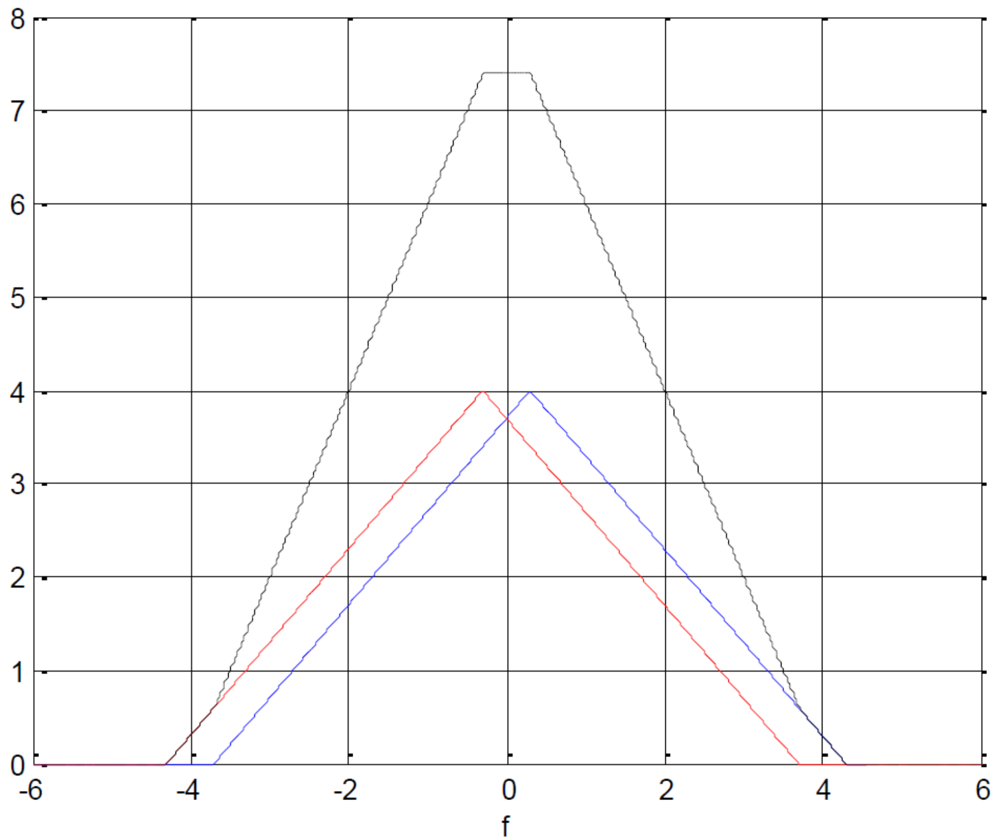
α) $x(t)2cos(2t) \overset{F}{\leftrightarrow} rect\left(\frac{f}{4}\right) * \left\{\delta\left(f-\frac{1}{\pi}\right)+\delta\left(f-\frac{1}{\pi}\right)\right\} = rect\left(\frac{f-\frac{1}{\pi}}{4}\right)+rect\left(\frac{f+\frac{1}{\pi}}{4}\right)$



Το σήμα δεν είναι περιοδικό γιατί εμφανίζει συνέχεια στη συχνότητα.
Η μέγιστη συχνότητα είναι $f_{max} = \frac{1}{\pi} + 2$ και επομένως $f_{s,min} = 2\left(\frac{1}{\pi} + 2\right)$

β) $x^2(t)2cos(2t) = 16sinc^2(4t)\ 2cos(2t) \overset{F}{\leftrightarrow} 4tri\left(\frac{f}{4}\right) * \left\{\delta\left(f-\frac{1}{\pi}\right) + \delta\left(f-\frac{1}{\pi}\right)\right\} =$

$$= 4\left\{tri\left(\frac{f-\frac{1}{\pi}}{4}\right) + tri\left(\frac{f+\frac{1}{\pi}}{4}\right)\right\}$$



Το σήμα δεν είναι περιοδικό γιατί εμφανίζει συνέχεια στη συχνότητα.

Η μέγιστη συχνότητα είναι $f_{max} = \frac{1}{\pi} + 4$ και επομένως $f_{s,min} = 2\left(\frac{1}{\pi} + 4\right)$

γ) $\frac{x^2(t)2cos(2t)}{\pi F^{-1}\left\{tri\left(\frac{f}{4}\right)\right\}} = \frac{x^2(t)2cos(2t)}{\pi 4sinc^2(4t)} = \frac{4*4sinc^2(4t)2cos(2t)}{\pi 4sinc^2(4t)} = \frac{8}{\pi}cos(2t)$

Το σήμα αυτό είναι περιοδικό με συχνότητα 1/π, περίοδο π και $f_{s,min} = 2/\pi$

ΕΞ 2015Β

<u>ΘΕΜΑ 1</u>

Να υπολογίσετε τις τιμές του α>0 για τις οποίες ισχύει η κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

α) Το σήμα $\cos(2\pi a t)+\sin(2\pi f_2 t)$ είναι περιοδικό. ***(3 μονάδες)***

β) Το σήμα $\cos(2\pi f_1 t) * a\sin c(at)$ είναι περιοδικό. ***(3 μονάδες)***

γ) Ισχύει ότι $a\sin c(at) * g(t) = g(t)$ όπου $g(t) \xleftrightarrow{F} G(f)$ και $\begin{matrix} G(f)>0, |f|<60 \\ G(f)=0, |f|>60 \end{matrix}$ ***(4 μονάδες)***

δ) Η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας κατά Nyquist του $x(t)=a\sin c(at)\cdot 100a\sin c^2(100at)$ είναι 804Hz. ***(6 μονάδες)***

ε) Το εύρος ζώνης του σήματος που προκύπτει από διαμόρφωση FM συνημιτονικού φέροντος από σήμα πληροφορίας $x(t)=a\sin c^3(100t)$ με $k_f=50\pi$ είναι 600Hz. ***(6 μονάδες)***

[<u>Υπόδειξη :</u> ο τελεστής $*$ αντιστοιχεί σε συνέλιξη]

(Σύνολο μονάδων 22)

(α) Για το $\cos(2\pi at)+\sin(2\pi f_2 t)$ έχουμε

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{f_2}}=\frac{f_2}{a}$$

Το σήμα θα είναι περιοδικό αν ο λόγος των περιόδων είναι ρητός δηλ.

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{f_2}}=\frac{f_2}{a}=\frac{m}{n}\Leftrightarrow a=\frac{n}{m}f_2$$

(β) Έχουμε:

$\cos(2\pi f_1 t) * a\sin c(at) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_1)+\delta(f+f_1)\right]\cdot rect\left(\frac{f}{a}\right)$ δηλ. διέλευση ενός τόνου από βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής α/2.

Για να είναι περιοδικό το $\cos(2\pi f_1 t)\cdot a\sin c(at)$ θα πρέπει η συχνότητα f_1 να είναι μικρότερη από το εύρος ζώνης του φίλτρου δηλ $f_1 \le \frac{a}{2} \Leftrightarrow a \ge 2f_1$

(γ) $a\sin c(at) * g(t) \xleftrightarrow{F} rect\left(\frac{f}{a}\right)G(f)$ δηλ. διέλευση του φάσματος G(f) από βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής α/2.

$rect\left(\frac{f}{a}\right)G(f) = G(f)$ δηλ. το G(f) διέρχεται αυτούσιο από το φίλτρο εφόσον $\frac{a}{2} \geq 60 \Leftrightarrow a \geq 120$

(δ) Η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας κατά Nyquist του $x(t) = a\sin c(at) \cdot 100a \sin c^2(100at)$ είναι 804Hz
Είναι

$$x(t) = a\sin c(at) \cdot 100a\sin c^2(100at) \xleftrightarrow{F} rect\left(\frac{f}{a}\right) * tri\left(\frac{f}{100a}\right) = X(f)$$

Η μέγιστη συχνότητα της συνέλιξης των 2 φασμάτων αντιστοιχεί στο άθροισμα των επιμέρους μέγιστων συχνοτήτων , δηλ. $f_{\max} = \frac{a}{2} + 100a = \frac{201a}{2}$

Συνεπώς, η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας είναι $f_{s,\min} = 2\frac{201a}{2} = 201a = 804 \Leftrightarrow a = 4$

(ε) $x(t) = a\sin c^3(100t) = a \cdot \mathrm{sinc}(100t)\mathrm{sinc}^2(100t) \xleftrightarrow{F} a\frac{1}{100}rect\left(\frac{f}{100}\right) * \frac{1}{100}tri\left(\frac{f}{100}\right)$

Μέγιστο πλάτος : α

Εύρος ζώνης: 50+100=150Hz

Μέγιστη απόκλιση συχνότητας $\Delta f_{\max} = \frac{k_f}{2\pi}\max\left(\left|x(t)\right|\right) = \frac{50\pi}{2\pi}\alpha = 25\alpha\, Hz$

και ο λόγος απόκλισης είναι

$$D = \frac{25a}{150} = \frac{a}{6}$$

Άρα με βάση τον κανόνα Carson έχουμε:

$$W = 2\left(\frac{a}{6}+1\right)\cdot 150\ Hz = 600\ Hz \Leftrightarrow \frac{a}{6}+1 = 2 \Leftrightarrow a = 6$$

ΘΕΜΑ 2

ΕΞ 2015Β

α) Να σχεδιάσετε το φάσμα του σήματος $x(t) = [40sinc(20t) - 5sinc^2(5t)] * 10sinc(10t)$ και κατόπιν να απλοποιήσετε την έκφρασή του στο πεδίο του χρόνου. ***(12 μονάδες)***

β) Να σχεδιάσετε το φάσμα της κάτω πλευρικής του διαμορφωμένου κατά DSB σήματος, με φέρον μοναδιαίου πλάτους και συχνότητας 1KHz. Κατόπιν να υπολογίσετε την κρουστική συνάρτηση του απαιτούμενου βαθυπερατού φίλτρου για να πάρετε την κάτω πλευρική του διαμορφωμένου κατά DSB σήματος. ***(10 μονάδες)***

α)

$$\mathrm{sinc}^2(t) \xleftrightarrow{F} tri(f) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a \cdot \mathrm{sinc}^2(at) \xleftrightarrow{F} tri\left(\frac{f}{a}\right)$$

και αντίστοιχα

$$sinc(t) \overset{F}{\leftrightarrow} rect(f)$$

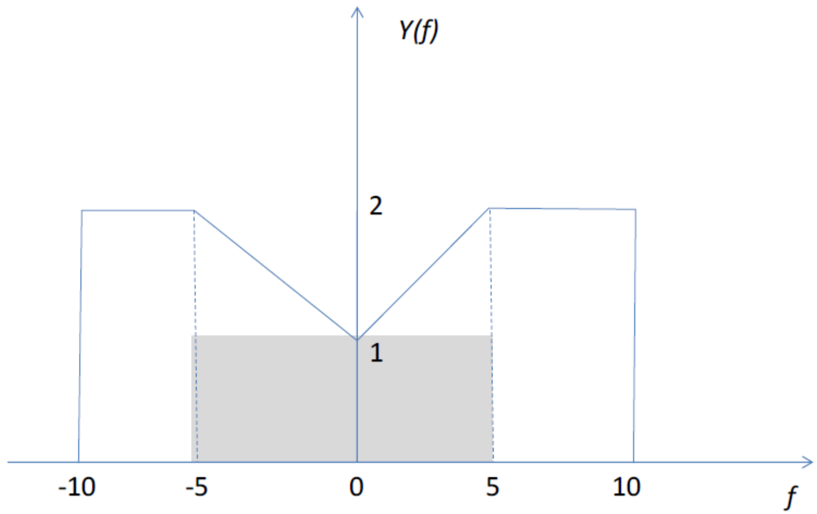
$$asinc(at) \overset{F}{\leftrightarrow} rect\left(\frac{f}{a}\right)$$

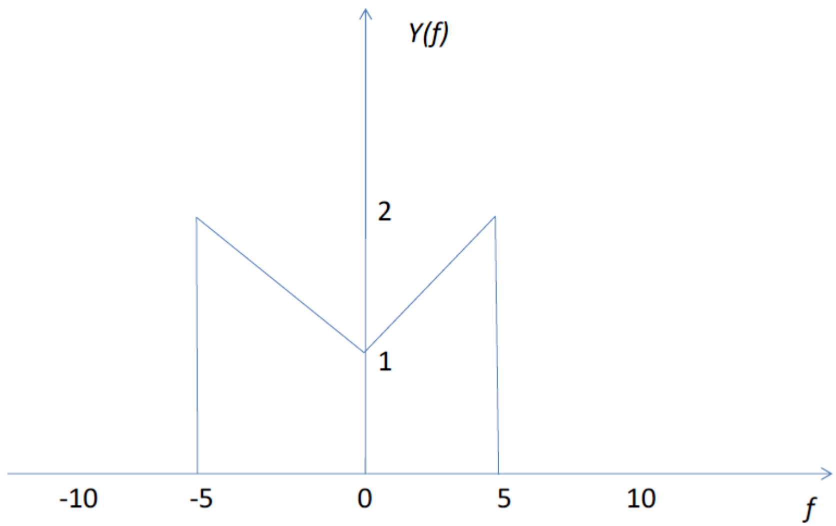
Επομένως

$$x(t) = [2 * 20sinc(20t) - 5sinc^2(5t)] * 10sinc(10t)$$

$$Y(f) = \left[2rect\left(\frac{f}{20}\right) - tri\left(\frac{f}{5}\right)\right] rect\left(\frac{f}{10}\right)$$

με φάσμα





Με βάση το πιο πάνω σχήμα παρατηρούμε ότι

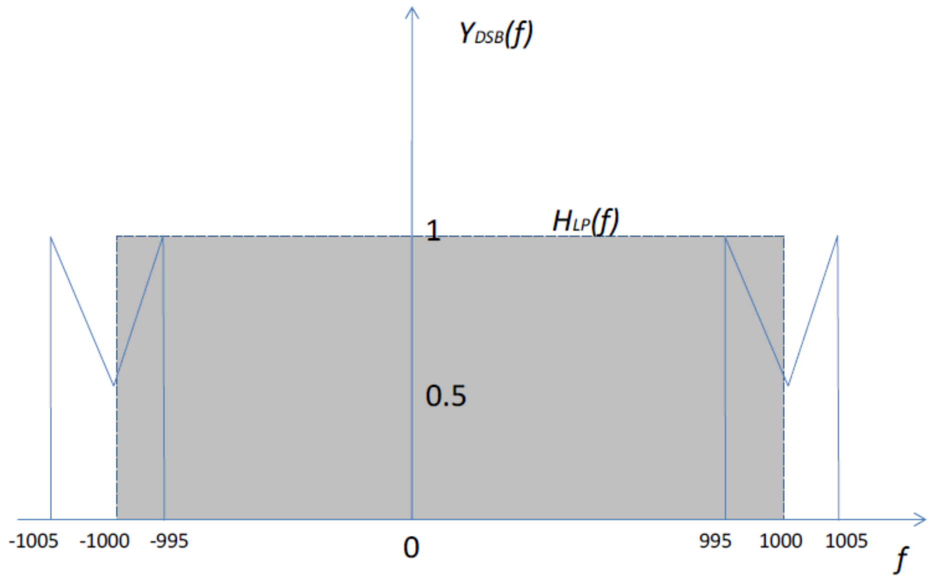
$$Y(f) = \left[2rect\left(\frac{f}{20}\right) - tri\left(\frac{f}{5}\right)\right] rect\left(\frac{f}{10}\right) = 2rect\left(\frac{f}{10}\right) - tri\left(\frac{f}{5}\right)$$

το οποίο έχει αντίστροφο ΜΣ Fourier

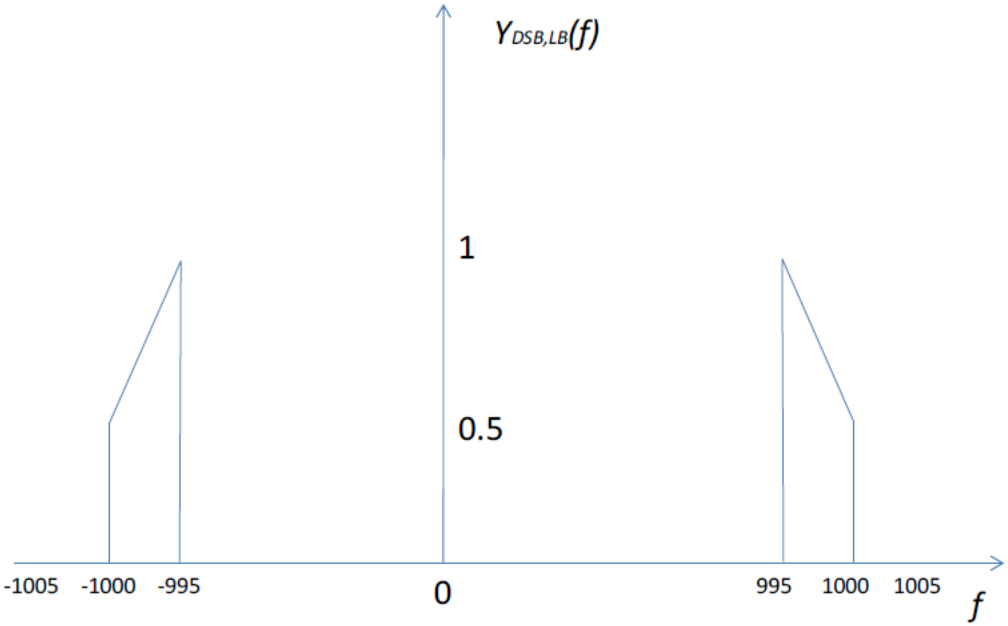
$$x(t) = 2 * 10sinc(10t) - 5sinc^2(5t)$$

β)

Το $Y(f)$ διαμορφώνεται κατά DSB με φέρον μοναδιαίου πλάτους και συχνότητας 1KHz. Το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος είναι:



και το διαμορφωμένο κάτω πλευρικής με κατάλληλη χρήση βαθυπερατού φίλτρου εύρους 1KHz, θα είναι



οπότε η συνάρτηση μεταφοράς του απαιτούμενου βαθυπερατού φίλτρου είναι

$$H(f) = rect\left(\frac{f}{2000}\right)$$

και η κρουστική απόκριση

$$h(t) = 2000sinc(2000t)$$

ΘΕΜΑ 2 ΕΞ 2013Α

Δίνεται το σήμα $X(f)=rect\left(\frac{f}{4a}\right)$.

α) Να προσδιοριστούν για το σήμα $y(t)=x(t)+\frac{1}{2}x\left(\frac{t}{2}\right)$, οι εκφράσεις του δειγματισμένου σήματος στο πεδίο του χρόνου $y_\delta(n)$. *(5 μονάδες)*

β) Να εξηγήσετε αν τα παρακάτω σήματα είναι περιοδικά και να υπολογιστούν οι περίοδοι (αν υπάρχουν)

i) *y(t)* και *(3 μονάδες)*

ii) $z(t)=\dfrac{\Im^{-1}\left\{X(f)*\left[\delta(f-20)+\delta(f+20)\right]\right\}}{2a\pi\sin c(4at)}$, *(7 μονάδες)*

(όπου με $\Im^{-1}\{\ \}$ εννοείται αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier και με '*' εννοείται η πράξη της συνέλιξης).

γ) Προκειμένου να μεταδοθούν τα σήματα *y(t)* και z*(t)* κάθε ένα θα υποστεί δειγματοληψία σε ρυθμό Nyquist, θα κωδικοποιηθεί κατά PCM με 8 bits και κατόπιν θα μεταδοθούν και τα δύο με πολυπλεξία FDMA. Να υπολογιστεί το συνολικό απαιτούμενο εύρος ζώνης αν *α=10.* *(5 μονάδες)*

α)

$$X(f) = rect\left(\frac{f}{4a}\right) \leftrightarrow 4a\sin c(4at) = x(t)$$

$$y(t) = x(t) + \frac{1}{2}x\left(\frac{t}{2}\right) = 4a\sin c(4at) + \frac{1}{2}4a\sin c(4a\frac{t}{2}) = 4a\sin c(4at) + 2a\sin c(2at)$$

$$y(t) = 4a\sin c(4at) + 2a\sin c(2at) \leftrightarrow rect\left(\frac{f}{4a}\right) + rect\left(\frac{f}{2a}\right) = Y(f)$$

Παρατηρούμε ότι έχουμε άθροισμα δύο σημάτων βασικής ζώνης με εύρος 4a ($f_{max}=2a$) και 2a ($f_{max}=a$) αντίστοιχα. Άρα $f_{max}=2a$ και επομένως η συχνότητα δειγματοληψίας Nyquist είναι $f_{s,min}=4a$.

Άρα το δειγματισμένο σήμα στο πεδίο του χρόνου $y_\delta(n)$ είναι:

$$y_\delta(n) = \underset{t=nT_s}{y(t)} = 4a\sin c(4an\frac{1}{f_{s,\min}}) + 2a\sin c(2an\frac{1}{f_{s,\min}}) =$$

$$= 4a\sin c(4an\frac{1}{4a}) + 2a\sin c(2an\frac{1}{4a}) =$$

$$= 4a\sin c(n) + 2a\sin c(\frac{n}{2})$$

β)

(i) Το σήμα *y(t)* δεν είναι περιοδικό γιατί το φάσμα του είναι συνεχές

(ii)

$$z(t)=\frac{\Im^{-1}\left\{X(f)*\left[\delta(f-20)+\delta(f+20)\right]\right\}}{2a\pi\sin c(4at)}=\frac{x(t)2\cos(2\pi 20\tau)}{2a\pi\sin c(4at)}= \qquad \text{(A)}$$

$$=\frac{4a\sin c(4at)2\cos(2\pi 20t)}{2a\pi\sin c(4at)}\Leftrightarrow z(t)=\frac{4}{\pi}\cos(2\pi 20t)$$

Άρα το σήμα αυτό είναι περιοδικό με περίοδο 1/20 sec.

γ)

Σύφωνα με την ανάλυση στο ερώτημα 1), η συχνότητα δειγματοληψίας για το *y(t)* είναι $f_{s,min}=4a$ *samples/sec*.

Το αντίστοιχο εύρος ζώνης θα είναι

$$\frac{1}{2} f_{s,\min} N = \frac{1}{2} 4a \cdot 8 = 16a \text{ Hz}$$

Από την (Α) βλέπουμε ότι

$Z(f) = \dfrac{2}{\pi}\left(\delta\left(f-20\right)+\delta\left(f+20\right)\right)$, άρα η συχνότητα δειγματοληψίας για το z*(t)* είναι $f'_{s,min}=40Hz$. Το αντίστοιχο εύρος ζώνης θα είναι

$$\frac{1}{2} f'_{s,\min} N = \frac{1}{2} 40 \cdot 8 = 160 \text{ Hz}$$

Επομένως συνολικά απαιτείται εύρος ζώνης 16*α*+160=320 Hz.

Θεωρία Πληροφορίας

x τ.μ. $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ Πιθανότητες

$$\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1 \quad 0 \leq p(x_i) \leq 1$$

Ομοιόμορφη κατανομή $p(x_i) = \frac{1}{n}$

Συνδυασμένη πιθανότητα : $p(x_i \text{ ΚΑΙ } y_j) = p(x_i, y_j)$

Υπο συνθήκη πιθανότητα $p(x_i \text{ ΔΕΔΟΜΕΝΟΥ } y_j) = p(x_i/y_j) = \frac{p(x_i, y_j)}{p(y_j)}$

$\Leftrightarrow p(x_i, y_j) = p(x_i/y_j)\, p(y_j)$

$= p(y_j/x_i)\, p(x_i)$

Μέση τιμή τ. μ: $E(x) = \sum_{i=1}^{N} x_i\, p(x_i)$

Ποσότητα Πληροφορίας

Ενδεχομένου x_i μιας τ. μ. x $H(x_i) = -\log_2[p(x_i)]$

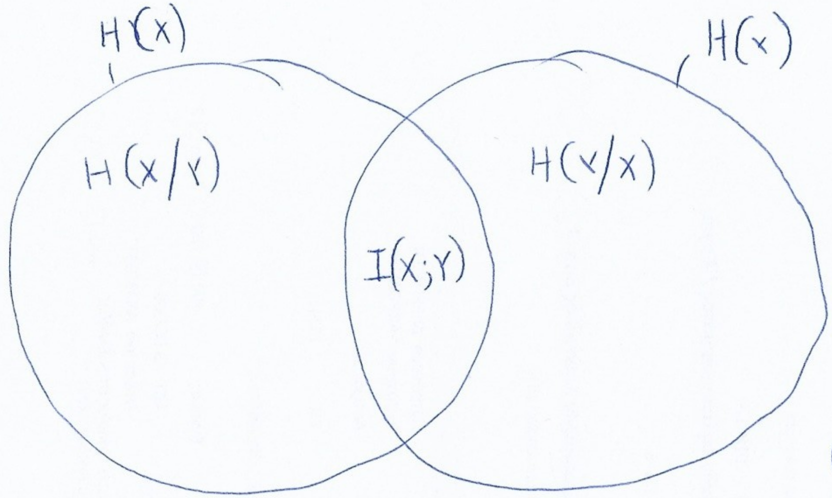
Αν. $p(x_i) = 0$ ή $p(x_i) = 1$ $H(x_i) = 0$ (βέβαιο ή απίθανο ενδεχόμενο)

Μέση ποσότητα Πληροφορίας - Εντροπία τ. μ. x: $H(x) = -\sum_{i=1}^{N} p(x_i) \log[p(x_i)]$

Συνδυασμένη Εντροπία $H(X,Y) = -\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p(x_i, y_j) \log p(x_i, y_j)$

Υπό συνθήκη Εντροπία $H(X/Y) = \sum_{j=1}^{N} H(X/y_j)\, p(y_j) = \sum_{j=1}^{n} \left[\left[\sum_{i=1}^{n} p(x_i/y_j) \log p(x_i/y_j) \right] p(y_j) \right] =$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p(x_i/y_j) \cdot p(y_j) \log p(x_i/y_j) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p(x_i, y_j) \log p(x_i/y_j)$$



$$H(X) = H(X/Y) + I(X;Y)$$

$$H(X,Y) = H(X) + H(Y/X) =$$
$$= H(Y) + H(X/Y)$$

X: τ.μ. $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$

$$0 \leq H(X) \leq \log_2(n)$$

↑ 1 βέβαιο ενδεχόμενο

↑ ομοιόμορφη κατανομή (ισοπίθανα όλα τα ενδεχόμενα)

Ασκήσεις

ΓΕ3/1718/Θ5,6

ΕΞ 2016 Β/Θ3

Κωδικοποιηση Πηγής

Σύμβολα ⟶ Κωδικές λέξεις

- ομοιόμορφη
- Fano, Shannon, Huffmam (βέλτιστη)

Σύμβολα $\{S_1, S_2, \ldots, S_n\}$

Μέσο μήκος κώδικα $\bar{L} = \sum_{i=1}^{n} l_i \, p(s_i)$.

$$H(S) \leq \bar{L} \leq \log_2(n)$$

Προσοχή: όλοι οι ανωτέρω κωδικες είναι άμεσοι (ιδιάζοντες, μοναδικά αποκωδικοποιήσιμοι, μη προθεματικοί)

Ασκήσεις

ΓΕ3/1718/Θ7

ΕΞ2017Α/Θ3, ΕΞ2014Α/Θ3

ΕΞ 2014Α

Θέμα 3

Δίνονται οι ακόλουθοι κώδικες

	Κώδικας 1		Κώδικας 2		Κώδικας 3		Κώδικας 4		Κώδικας 5	
		Πιθανότητα		**Πιθανότητα**		**Πιθανότητα**		**Πιθανότητα**		**Πιθανότητα**
S1	00	0.6	1	0.55	11	0.3	10	0.45	0	0.5
S2	10	0.2	01	0.25	10	0.25	00	0.30	01	0.25
S3	00	0.1	001	0.15	00	0.2	11	0.15	011	0.15
S4	11	0.1	000	0.05	010	0.1	110	0.10	0111	0.10
S5					0111	0.1				
S6					0110	0.05				

α) Ζητείται να εξεταστεί, οι ακόλουθοι κώδικες σε ποια(-ες) κατηγορία(-ες) ανήκουν: Ι). Μη ιδιάζοντες ΙΙ). Μοναδικά αποκωδικοποιήσιμοι ΙΙΙ). Αμεσοι.

Ποιοι από αυτούς τους κώδικες θα μπορούσε να είναι κώδικες Huffman.

β). Για τους κώδικες Huffman που βρέθηκαν στο προηγούμενο ερώτημα, να προτείνετε κατάλληλες κατανομές πιθανοτήτων των συμβόλων της πηγής που τους κωδικοποιούν.

γ). Για τους κώδικες Huffman, που τυχόν βρέθηκαν, να υπολογίσετε την επίδοση του καθενός κώδικα Huffman.

Θ3/Εξ 2014Α

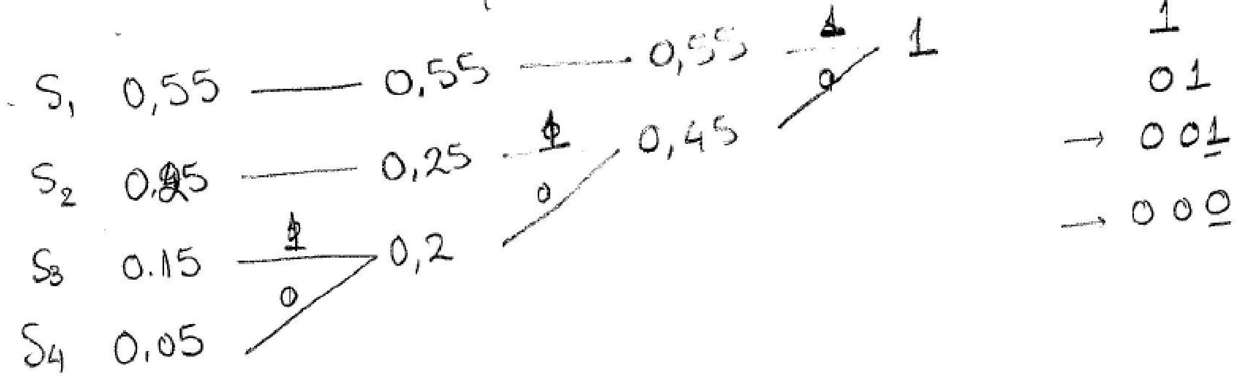
Κώδικας 1 ιδιάζων ($S_1 \equiv S_3$)

Κώδικας 4 προθεματικός (όχι άμεσος)

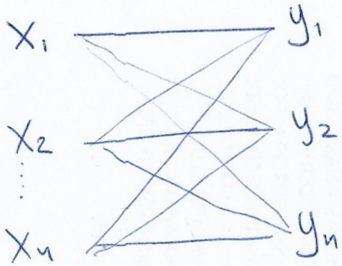
Κώδικας 5 προθεματικός (όχι άμεσος)

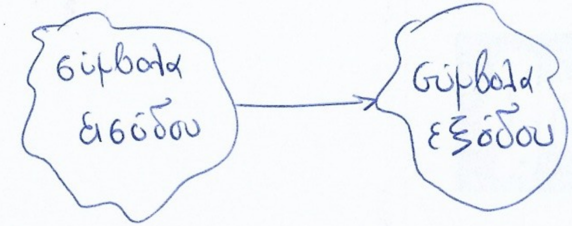
Κώδικες 2, 3 άμεσοι (άρα και μοναδικά αποκωδικοποιήσιμοι)

και Huffman (οι 2 μεγαλύτερες κωδικολέξεις έχουν το ίδιο μήκος με διαφορά μόνο στο τελευταίο bit)



Κανάλια Επικοινωνίας





πίνακας μετάβασης

$$P(Y/X) = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{array} \begin{array}{c} y_1 \quad y_2 \cdots y_n \\ \left[\begin{array}{c} \\ p(y_j/x_i) \\ \\ \end{array}\right] \end{array}$$

Μεταφερόμενη πληροφορία από το κανάλι - Αμοιβαία Πληροφορία: $I(X;Y)$

$$I(X;Y) = H(Y) - H(Y/X) = H(X) - H(X/Y)$$

Χωρητικότητα.

$$C = \max_{p(x_i)} \left(I(X;Y) \right) \qquad 0 \le C \le \max_{p(x_i)} \left(H(X) \right)$$

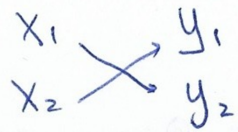
Παρατηρήσεις: Για συμμετρικά κανάλια

- ο πίνακας μετάβασης έχει τα ίδια στοιχεία σε κάθε γραμμή (με άλλη διάταξη)
- $H(Y/X) = \sum_{j=1}^{n} p(y_j/x_i) \log\left[p(y_j/x_i)\right]$ για οποιαδήποτε i γραμμή του $P(Y/X)$ πίνακα.

Χαρακτηριστικά Κανάλια

Αθόρυβο

$x_1 \longrightarrow y_1$, $x_2 \longrightarrow y_2$ ή



$P(Y/X) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ή $P(Y/X) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

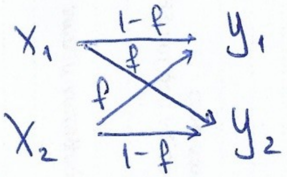
$C = \max_{P(x_i)=1/2} H(X) = \log_2(2) = 1$.

Σημ. Το ίδιο ισχύει και για ενθόρυβο κανάλι με μη επικαλυπτόμενες εξόδους

$x_1 \longrightarrow y_1$, $x_1 \longrightarrow y_2$

$x_2 \longrightarrow y_3$, $x_2 \longrightarrow y_4$

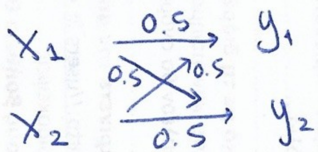
Δυαδικό Συμμετρικό



$C = 1 + \underbrace{f\log f + (1-f)\log(1-f)}_{-H(f)} = 1 - H(f)$

Ασκήσεις
ΓΕ4/1718/Θ4,2,5
ΕΞ 2017Β/Θ3,4
ΕΞ 2016Α/Θ5
ΕΞ 2015Β/Θ5
ΕΞ 2015Α/Θ5
ΕΞ 2013Β/Θ4

Πλήρως Ενθόρυβο



$P(Y/X) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$

$C = 0$

Ενθόρυβη Γραφομηχανή

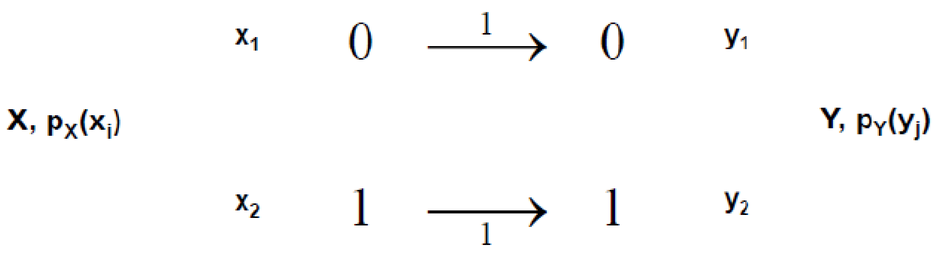
$P(Y/X) = \left.\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \cdots & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{2} \end{bmatrix}\right\} n$

$H(Y/X) = -\left(\frac{1}{2}\log\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log\frac{1}{2}\right) = 1$

$C = \max\left(H(Y) - H(Y/X)\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow C = \max\left(H(Y) - 1\right) = \max\left(H(Y)\right) - 1 = \log(n) - 1 = \log\left(\frac{n}{2}\right)$

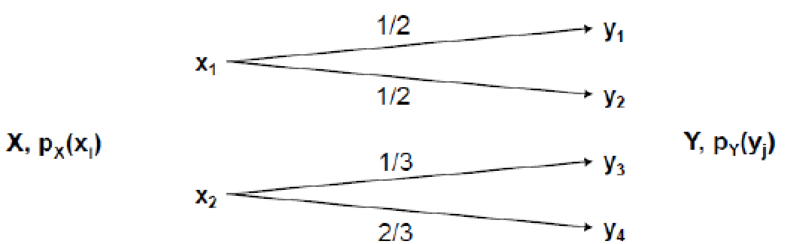
Δυαδικό κανάλι χωρίς θόρυβο



- $\boxed{C(Q)=\max_{P_x} I(X;Y)=1 \text{ bit, Προσοχή: } I(X,Y)=H(X)}$

$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)] = [p_x(0) \quad p_x(1)]\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

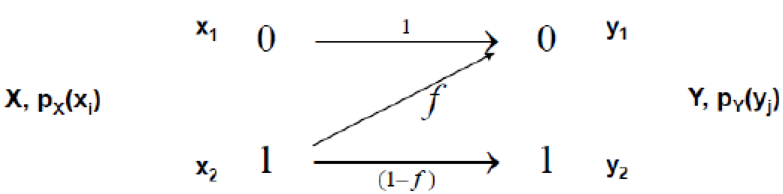
Ενθόρυβο κανάλι με μη επικαλυπτόμενες εξόδους



$$\boxed{C(Q)=\max_{P_x} I(X;Y)=1 \text{ bit}}$$

$$[p_Y(y_1) \quad p_Y(y_2) \quad p_Y(y_3) \quad p_Y(y_4)] = [p_x(x_1) \quad p_x(x_2)]\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$$

Το κανάλι Ζ



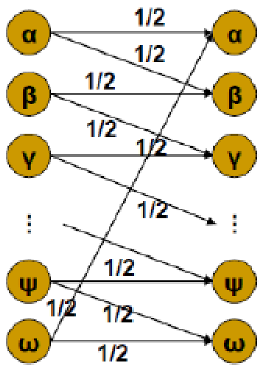
Αν θέσουμε $p_X(x_1=0)=1-\pi$, και $p_X(x_2=1)=\pi$, τότε από τα $p_Y(y_i)$, i=1,2 δίνονται από τους τύπους (βλ. διαφάνεια 11) τότε

- $H(Y)=H((1-f)\pi)$
- $H(Y/X)=\pi^*H(Y/X=1)=\pi^*H(f)$

$$\boxed{\begin{aligned} \text{Οπότε } \max I(X;Y) &= \max(H(Y)-H(Y/X)) \\ &= \max(H((1-f)\pi) - \pi^*H(f)) \end{aligned}}$$

$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)] = [p_x(0) \quad p_x(1)]\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ f & 1-f \end{bmatrix}$$

- ***Ενθόρυβη Γραφομηχανή***
  - {α,β,γ,δ,....,χ,ψ,ω}



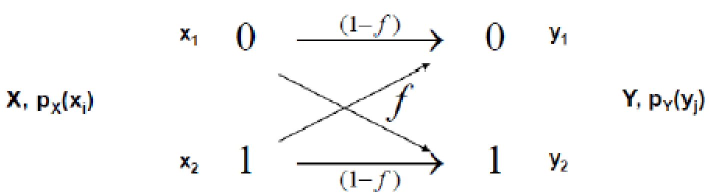
$$
\begin{array}{c|ccccccccc}
 & \alpha & \beta & \gamma & \delta & \varepsilon & \cdots & \chi & \psi & \omega \\
\hline
\alpha & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\beta & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\gamma & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\delta & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\chi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1/2 & 1/2 & 0 \\
\psi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1/2 & 1/2 \\
\omega & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1/2
\end{array}
$$

Παρατηρούμε ότι κάθε ένα γράμμα είτε λαμβάνεται σωστά είτε λαμβάνεται το επόμενό του με πιθανότητα ½. Με δεδομένο ότι έχουμε 24 διαφορετικά σύμβολα εάν μεταδίδαμε μόνο κάθε δεύτερο σύμβολο δηλ. β,δ,ζ,θ,...,χ,ω, τότε μόνο αυτά τα 12 σύμβολα από τα 24 θα μπορούσαν να μεταδοθούν και στη συνέχεια να αποκωδικοποιηθούν χωρίς σφάλματα. Με άλλα λόγια η χωρητικότητα του καναλιού είναι log12 bits

Στο ίδιο συμπέρασμα θα καταλήγαμε εάν χρησιμοποιούσαμε τον ορισμό

- $\boxed{\max_{P_X} I(X;Y)=\max_{P_X} [H(Y)-H(Y/X)]=\max_{P_X} H(Y) -1=\log 24-1=\log 12}$

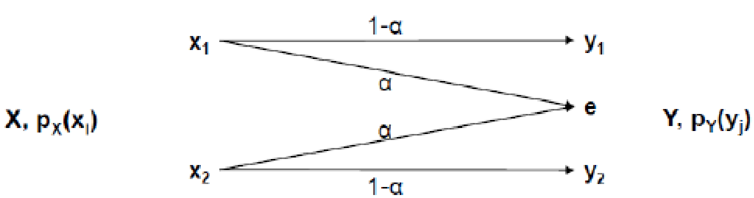
- ***Δυαδικό συμμετρικό κανάλι***



$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)]=[p_x(0) \quad p_x(1)]\begin{bmatrix}1-f & f\\ f & 1-f\end{bmatrix}$$

- I(X;Y)=H(Y)-H(Y/X)
  =H(Y)-Σp(x)H(Y/X=x)
  =H(Y)- Σp(x)H(f)
  =H(Y)-H(f)
  $\boxed{\le 1-H(f)}$

Δυαδικό κανάλι με αποσβέσεις



$$[p_Y(y_1) \quad p_Y(e) \quad p_Y(y_2)]=[p_x(x_1) \quad p_x(x_2)]\begin{bmatrix}1-a & a & 0\\ 0 & a & 1-a\end{bmatrix}$$

max I(X;Y)=max(H(Y)-H(Y/X))
=max(H(Y)-H(α))
=maxH(Y)-H(α)

Θα μπορούσε να είναι max H(Y)=log3 αλλά αυτή η τιμή δεν είναι εφικτή για καμμία τιμή της $p_X(x_i)$, i=1,2

Αν θέσουμε $p_X(x_1)$=1-π, και $p_X(x_2)$=π, τότε από τα $p_Y(y_j)$, i=1,e,2 δίνονται από τους τύπους (βλ. διαφάνεια 10) τότε

- maxH(Y)=max H((1-α)π,α,(1-α)(1-π))=max[(1-α)*H(π)+H(α)]=(1-α)*maxH(π)+H(α)

Οπότε προκύπτει ότι

- $\boxed{\max I(X;Y)=\max H(Y)-H(\alpha)=(1-\alpha)^{*}\max_{\pi=1/2} H(\pi)+H(\alpha)-H(\alpha)=1-\alpha}$

ΘΕΜΑ 5

Δίνεται ένα διακριτό κανάλι επικοινωνίας χωρίς μνήμη. Το κωδικό αλφάβητο συμβόλων στην είσοδο του καναλιού δίνεται από την τυχαία μεταβλητή $X = \{x_1, x_2\}$. Το κωδικό αλφάβητο συμβόλων στην έξοδο του καναλιού δίνεται από την τυχαία μεταβλητή $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\}$. Η υπό συνθήκη συνάρτηση πιθανότητα μάζας $P\left(Y = y_j / X = x_i\right)$, όπου $x_i = x_1, x_2$ και $y_i = y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$ δίνεται από τον παρακάτω πίνακα

$$P(Y/X) = \begin{bmatrix} 1/4 & a & 4/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & \beta \end{bmatrix}$$

α) Να προσδιορισθεί ο πίνακας μετάβασης P(Y/X) αφού προσδιοριστούν οι τιμές των α και β και να παρασταθεί το διάγραμμα καταστάσεων του καναλιού. ***(3 μονάδες)***

β) Να υπολογιστεί η χωρητικότητα του καναλιού καθώς και οι πιθανότητες εμφάνισης συμβόλων εισόδου που επιτυγχάνουν τη χωρητικότητα του καναλιού. ***(7 μονάδες)***

γ) Να υπολογιστεί η αβεβαιότητα *H(X/Y)*. ***(4 μονάδες)***

δ) Να υπολογιστεί ποια/ποιες από τις εξόδους $y_i = y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$ έχουν το μέγιστο ποσό πληροφορίας και ποια/ποιες το ελάχιστο; ***(4 μονάδες)***

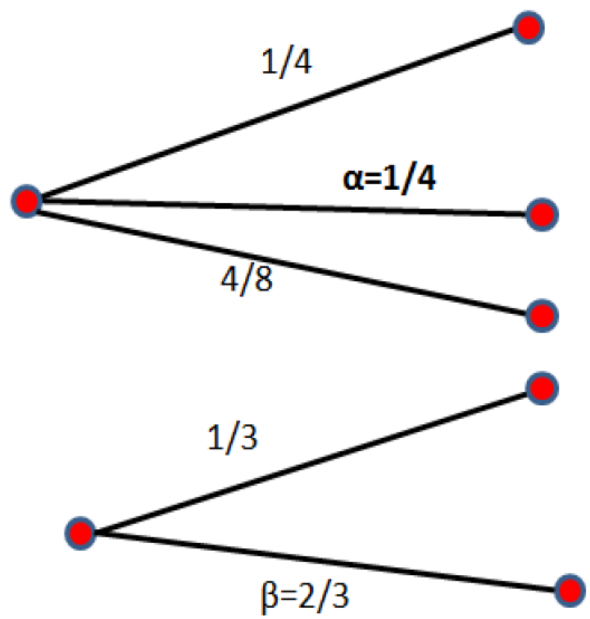
(Σύνολο μονάδων 18)

α). Γνωρίζω ότι πρέπει να ισχύει

- $\frac{1}{4} + a + \frac{4}{8} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$
- $\frac{1}{3} + \beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{2}{3}$

Και επομένως ο πίνακας μετάβασης δίνεται ως

$$P(Y/X) = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & 4/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$$



β). Όπως αναφέρεται και στο βιβλίο, *σελ. 89, "Τόμος Α : Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης"* το κανάλι εμφανίζεται ως ενθόρυβο αλλά επειδή από το σύμβολο εξόδου μπορούμε να συμπεράνουμε με βεβαιότητα το σύμβολο εισόδου και επομένως το κανάλι είναι στην ουσία ΑΘΟΡΥΒΟ αφού για κάθε σύμβολο εξόδου γνωρίζουμε με βεβαιότητα σύμβολο εισόδου.
Άρα η χωρητικότητα του καναλιού είναι ίση με **C=1 bit/μετάδοση**
γ). Αφού μπορούμε με βεβαιότητα από το σύμβολο εξόδου να συμπεράνουμε το σύμβολο εισόδου, τότε ισχύει H(X/Y)=0. Εναλλακτικά από τον τύπο I(X;Y)=H(X)-H(X/Y) και επειδή το κανάλι μας είναι άνευ θορύβου και άρα I(X;Y)=H(X) συνεπάγεται ότι H(X/Y)=0.
δ). Οι πιθανότητες των συμβόλων εισόδου όπως δίνεται και στο βιβλίο, σελ. 90, οι πιθανότητες είναι

$$p(x_1) = p((x_2) = 1/2$$

ε). Οι πιθανότητες των εξόδων y_1, y_2, y_3, y_4, y_5

$$p(y_1) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_1}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_1}{x_2}\right) = (1/2) \cdot (1/4) + (1/2) \cdot 0 = 1/8$$

$$p(y_2) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_2}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_2}{x_2}\right) = (1/2) \cdot (1/4) + (1/2) \cdot 0 = 1/8$$

$$p(y_3) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_3}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_3}{x_2}\right) = (1/2) \cdot (4/8) + (1/2) \cdot 0 = 4/16$$

$$p(y_4) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_4}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_4}{x_2}\right) = (1/2) \cdot 0 + (1/2) \cdot (1/3) = 1/6$$

$$p(y_5) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_5}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_5}{x_2}\right) = (1/2) \cdot 0 + (1/2) \cdot (2/3) = 1/3$$

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι το μέγιστο ποσό πληροφορίας έχουν οι έξοδοι y1 και y2 γιατί έχουν την ελάχιστη τιμή πιθανότητας εμφάνισης ενώ το ελάχιστο η έξοδος y5 γιατί έχει την μέγιστη τιμή πιθανότητας εμφάνισης.

ΕΞ 2017Β

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται δύο κανάλια C1 και C2 τα οποία έχουν τους παρακάτω αντίστοιχους πίνακες μετάβασης

[C1]→ $P_{C1}(Y/X)=\begin{array}{c\|ccc} & 1 & e & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 \\ e & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$	C2→ $P_{C2}(Y/X)=\begin{array}{c\|ccc} & 1 & e & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 \\ e & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$
π.χ. $P_{C1}(Y=e/X=1)=1$	π.χ. $P_{C2}(Y=e/X=1)=0$

Να απαντηθούν οι παρακάτω ερωτήσεις:

<u>Ερώτηση 1:</u> Να ευρεθούν οι χωρητικότητες και των δύο καναλιών καθώς και για ποιες πιθανότητες εισόδου, $p_X(1)$, $p_X(e)$, $p_X(0)$, επιτυγχάνονται αυτές οι χωρητικότητες.

<u>Ερώτηση 2:</u> Αν βάλουμε τα δύο αυτά κανάλια σε σειρά, δηλαδή η έξοδος του C1 γίνεται η αντίστοιχη είσοδος του C2, τότε προκύπτει το συνδυασμένο κανάλι, C3=C1+C2. Να βρείτε τον πίνακα μετάβασης του C3 καθώς και την χωρητικότητά του.

α)

Από τον πίνακα μετάβασης του καναλιού C1 προκύπτει ότι έχει 3 εισόδους, X={1, e, 0} αλλά δύο εξόδους Y={e,0}. Επίσης βλέπουμε ότι H(Y/X)=0 αφού H(Y/X=1)= H(Y/X=e)= H(Y/X=0)=log(1)=0. Συνεπώς η χωρητικότητα

C1=maxI(X;Y)=max{H(Y)-H(Y/X)}=maxH(Y)=1 bit.

Οι πιθανότητες εξόδου οι οποίες μεγιστοποιούν την H(Y) είναι βάσει του πίνακα μετάβασης

$$p_Y(e) = p_Y(0) = \frac{1}{2}.$$

Παρατηρούμε πάλι από τον πίνακα μετάβασης ότι $p_X(0) = p_Y(0)$ και $p_X(1) + p_X(e) = p_Y(e)$

Άρα από τα παραπάνω προκύπτει ότι υπάρχουν πιθανότητες εισόδου

$$p_X(0) = p_Y(0) = \frac{1}{2}$$

$$p_X(1) + p_X(e) = p_Y(e) = \frac{1}{2}$$

οι οποίες οδηγούν μέσω του καναλιού σε ισοπίθανες εξόδους οι οποίες μεγιστοποιούν την H(Y) και κατά συνέπεια επιτυγχάνουν τη μέγιστη χωρητικότητα.

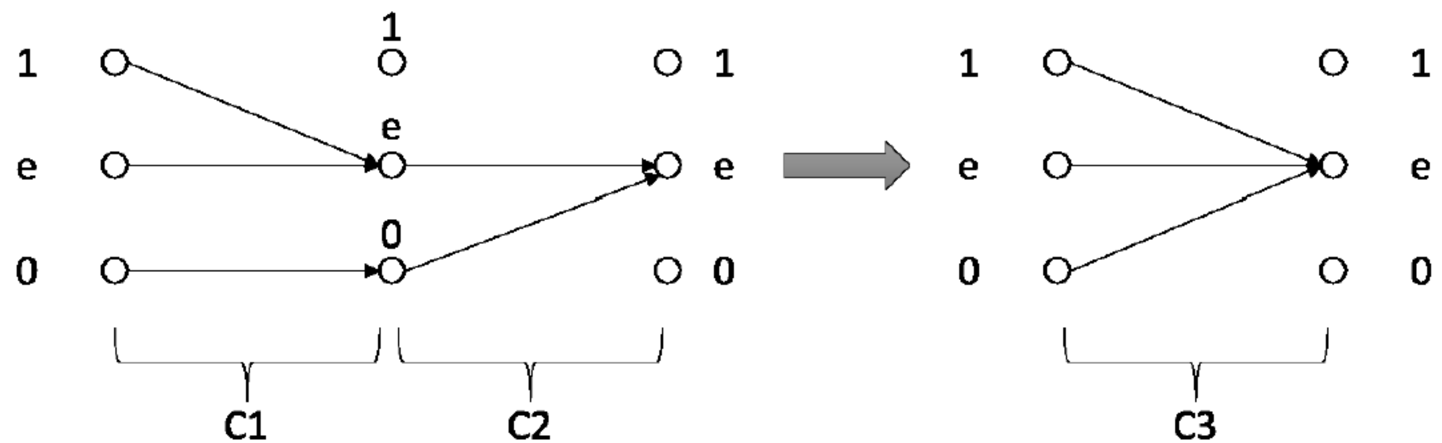
Το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση του καναλιού C2 το οποίο και αυτό έχει εισόδους, {1, e, 0} και δύο εξόδους {1,e}. Οπότε η χωρητικότητα είναι 1 bit και

$$p_X(1) = \frac{1}{2}$$

$$p_X(0) + p_X(e) = \frac{1}{2}$$

β)

Συνδέοντας τα δύο κανάλια σε σειρά έχουμε ότι οι έξοδοι του C1 γίνονται είσοδοι στο C2 και το οποίο με τη σειρά του παράγει κι αυτό δύο άλλες εξόδους. Αν συμβολίσουμε με X την είσοδο του C1, Y την έξοδο του C1 και ταυτόχρονα και είσοδο στο C2 και Z την έξοδο του C2 τότε το συνδυασμένο κανάλι C3=C1+C2 που προκύπτει θα έχει ως είσοδο της τμ. X και έξοδο την τμ. Z. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι οι τμ μεταβλητές X, Y παίρνουν τις τιμές X={1, e, 0}, Y={e,0}. Η τμ Y στέλνει μέσω του πίνακα μετάβασης και τις δύο αυτές τιμές στην έξοδο e ενώ δεν υπάρχει έξοδος με τιμή 1 στο κανάλι C1 για να μεταδοθεί πάνω από το κανάλι C2. Άρα η τμ Z, που αντιστοιχεί στην έξοδο του συνδυασμένου καναλιού παίρνει μόνο μία τιμή, Z={e}. Αυτό φαίνεται και από το σχεδιάγραμμα του συνδυασμένου καναλιού C3.



Συνεπώς ο πίνακας μετάβασης είναι ο ακόλουθος

$$P_{C3}(Z/X) = \begin{array}{c|ccc} & 1 & e & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 \\ e & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Και η χωρητικότητα του C3 είναι μηδενική.

Σημ. Ο πίνακας αυτός προκύπτει και με πολλαπλασιασμό των 2 Πινάκων μετάβασης των καναλιών C1, C2

Ισχύει κι εδώ H(Y/X)=0+1log1+0 = 0
Επίσης, εφόσον έχουμε 1 μόνο έξοδο ισχύει ότι Max(H(Y))=log(1)=0 , οπότε C=max(H(Y)-H(Y/X))=0

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ένα ενθόρυβο δυαδικό κανάλι Ζ, το οποίο χαρακτηρίζεται από τον ακόλουθο πίνακα μετάβασης:

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$, δηλαδή $p(y_1/x_1)=1$, $p(y_2/x_1)=0$, $p(y_1/x_2)=1/4$, $p(y_2/x_2)=3/4$. Να απαντηθούν οι παρακάτω ερωτήσεις:

<u>Ερώτηση 1:</u> Ποια είναι η αβεβαιότητα του καναλιού $H(X/Y)$;

<u>Ερώτηση 2:</u> Ποια είναι η αμοιβαία πληροφορία $I(X;Y)$ μεταξύ της εισόδου και της εξόδου του καναλιού; Να υποθέσετε ότι $p(x_1)=\alpha$ και $p(x_2)=1-\alpha$.

$$\begin{array}{c|cc} & y_1 & y_2 \\ \hline x_1 & 1 & 0 \\ x_2 & 1/4 & 3/4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} y_1 & y_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$p(y_1) = p(y_1/x_1) \cdot p(x_1) + p(y_1/x_2)\, p(x_2) =$$

$$= 1 \cdot a + \frac{1}{4} \cdot (1-a)$$

$$p(y_2) = p(y_2/x_1) \cdot p(x_1) + p(y_2/x_2)\, p(x_2) =$$

$$= 0 \cdot a + \frac{3}{4}(1-a)$$

$$p(x_1, y_1) = p(y_1/x_1) \cdot p(x_1) = a$$

$$p(x_1, y_2) = p(y_2/x_1) \cdot p(x_1) = 0$$

$$p(x_2, y_1) = p(y_1/x_2) p(x_2) = \frac{1}{4} \cdot (1-a)$$

$$p(x_2, y_2) = p(y_2/x_2)\, p(x_2) = \frac{3}{4}(1-a)$$

$$p(x_1/y_1) = \frac{\alpha}{a + \frac{1-\alpha}{4}}$$

$$p(x_1/y_2) = 0$$

$$p(x_2/y_1) = \frac{\frac{1}{4}(1-\alpha)}{\alpha + \frac{1-\alpha}{4}}$$

$$p(x_2/y_2) = \frac{\frac{3}{4}(1-\alpha)}{3/4(1-\alpha)} = 1.$$

$$H(X/Y) = -\sum \sum p(x_i, y_j) \log p(x_i/y_j)$$

$$I(X;Y) = H(X) - H(X/Y)$$

$$H(x) = -\alpha \log(\cancel{1-}\alpha) - (1-\alpha)\log(1-\alpha)$$

Αποτελέσματα

$$H(X/Y) = \overbrace{-a \cdot \log\left(\frac{\alpha}{\alpha + \frac{1-a}{4}}\right)}^{x_1, y_1} + \overbrace{0}^{x_1, y_2} - \overbrace{\frac{1}{4}(1-a)\log\left(\frac{\frac{1}{4}(1-a)}{\alpha + \frac{1-\alpha}{4}}\right)}^{x_2, y_1} -$$

$$\overbrace{-\frac{3}{4}(1-\alpha)\log\left(\frac{\frac{3}{4}(1-\alpha)}{\frac{3}{4}(1-\alpha)}\right)}^{x_2, y_2}$$

$$I(X;Y) = -a \log \alpha - (1-\alpha)\log(1-a) - H(X/Y)$$

Κώδικες Διόρθωσης Σφαλμάτων

Γραμμικός κώδικας $\mathbb{C}\{n, k, d\} = \{c_1, c_2, \ldots, c_M\}$

d → απόσταση: ελάχιστο βάρος κωδικολέξεων

k → διάσταση κώδικα: αριθμός data bits / κωδικολέξη

n → αριθμός bits / κωδικολέξη (σύνολο data + parity bits)

Συστηματικός: $\begin{cases} k \text{ data bits} \\ n-k \text{ parity bits} \end{cases}$

Πλήθος κωδικολέξεων $M = 2^k$

Ρυθμός πληροφορίας $r = \frac{k}{n}$

Ικανότητα διόρθωσης σφαλμάτων: $\left\lfloor \frac{d-1}{2} \right\rfloor$ bits ανά κωδικολέξη.

-"- ανίχνευσης -"- $(d-1)$ bits ανά κωδικολέξη.

Συνομάδα κώδικα: ταυτόχρονη Μετατόπιση όλων των κωδικολέξεων

π.χ. $\mathbb{C} + c_0 = \{c_1 + c_0, c_2 + c_0, \ldots, c_M + c_0\}$

Πλήθος διαφορετικών συνομάδων: 2^{n-k}.

Βάση Κώδικα: Γραμμικά ανεξάρτητο υποσύνολο του κώδικα που το ανάπτυγμα του παράγει όλες τις κωδικολέξεις

Ασκήσεις

ΓΕ4/1718/Θ 1,3,6,7

ΕΞ2017Α/Θ4

ΕΞ2016Α/Θ2

ΕΞ2015Β/Θ6

Γεννήτορας πίνακας $G_{k \times n} = \left[I_k \,\vdots\, M_{k,(n-k)} \right]$ ← γραμμές: 1 βάση του C

Πίνακας Ισοτιμίας $H_{n \times (n-k)} = \begin{bmatrix} M_{k,(n-k)} \\ \hline I_{n-k} \end{bmatrix}$ ← στήλες βάση Δυϊκού Κώδικα $C^{\perp}(n, n-k)$

Κωδικοποίηση: Μήνυμα(k bits) · G = Κωδικολέξη (n bits)

Αποκωδικοποίηση: Κωδικολέξη (n bits) · H = σύνδρομο (n-k bits)

↑
αν είναι μηδενικό κωδικολέξη $\in C$ (δεν υπάρχει σφάλμα)

Πίνακας ΤΔΑ.

→ ορισμός προτύπων ελαχίστων σφαλμάτων y (καταρχήν 1 bit)

→ Υπολογισμός συνδρόμων $y \cdot H$.

→ Αν δεν έχουν υπολογιστεί όλα τα δυνατά 2^{n-k} σύνδρομα, αναζήτηση επιπλέον προτύπων σφάλματος 2 bit

15

Αποκωδικοποίηση ληφθείσας λέξης C_0

(A) Με ΤΔΑ.

Υπολογισμός συνδρόμου $h_r = C_0 H$.

- Αν $h_r = 0$, δεν υπάρχει σφάλμα → λήψη data bits της C_0
- Αν $h_r \neq 0$, αντιστοίχηση στον πίνακα ΤΔΑ του h_r στο αντίστοιχο πρότυπο σφάλματος y_r

Αν υπάρχουν περισσότερα από 1 πιθανά y_r, τότε

→ τυχαία επιλογή ενός y_r (ΠΑΜΠ)

→ απόρριψη κωδικολέξης, αίτημα για επανεκπομπή (ΑΑΜΠ)

Σωστή λέξη: $C_0 + y_r$

(B) Με συνομάδες:

Υπολογισμός συνομάδας $\mathbb{C} + c_0 = \{c_1 + c_0, c_2 + c_0, \ldots, c_M + c_0\}$

Εύρεση στοιχείου του $\mathbb{C} + c_0$ με το ελάχιστο βάρος → ζητούμενο πρότυπο σφάλματος y_r

Αν υπάρχουν περισσότερα από 1 y_r, ίδια διαδικασία με την ΤΔΑ (ΠΑΜΠ, ΑΑΜΠ)

Σωστή λέξη: $c_0 + y_r$

— Κώδικες Hamming
- Μήκος $n = 2^r - 1$ $r \geq 2$
- Διάσταση $k = n - r = 2^r - 1 - r$
- Απόσταση $d = 3$
- Διόρθωση $\frac{d-1}{2} = \frac{3-1}{2} = 1$ σφάλματος
- ο πίνακας H περιλαμβάνει όλους τους δυνατούς συνδυασμούς r bits

(το ίδιο ισχύει και για τον πίνακα συνδρόμων της ΤΔΑ για πρότυπα σφάλματος 1 bit)

Εύρεση G.

Α) Αν δίνονται όλες οι κωδικολέξεις (πλήθος λέξεων M)

→ προσδιορισμός $k = \log_2(M)$

→ Σχηματισμός G από τις λέξεις του κώδικα με σκοπό την κατασκευή του I_k

Β) Αν δίνεται υποσύνολο των κωδικολέξεων

Με γραμμοπράξεις για να καταλήξουμε σε μορφή ΠΚΔΓ → πίνακας G

Γ) Αν δίνεται ο πίνακας $H = \begin{bmatrix} M_{k,n-k} \\ I_{n-k} \end{bmatrix}$

- Αναγνώριση του μοναδιαίου I_{n-k} (στο κάτω μέρος του H)
- Λήψη του πίνακα $M_{k,n-k}$
- Κατασκευή $G_{k,n} = [\, I_k \mid M_{k,n-k} \,]$

Υπολογισμός απόστασης

Α) Αν δίνονται όλες οι κωδικολέξεις → ελάχιστο βάρος λέξης

Β) Αν δίνεται ο H : Δοκιμή για την εύρεση 2, 3, 4, …, d γραμμικά εξαρτημένων γραμμών του H (με άθροισμα 0)

[όριο Singleton: $d-1 \leq n-k$]

<u>ΘΕΜΑ 6</u>

ΕΞ2015Β

Δίνεται ο γραμμικός συστηματικός κώδικας C = {1111111, 1110010, 1101000, 1100101, 1011001, 1010100, 1001110, 1000011, 0111100, 0110001, 0101011, 0100110, 0011010, 0010111, 0001101, 0000000}

Ζητούνται τα ακόλουθα:

α) Τα χαρακτηριστικά του κώδικα (n, k, d), ***(2 μονάδες)***

β) Ό γεννήτορας πίνακας G, ***(5 μονάδες)***

γ) Ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας H, ***(5 μονάδες)***

δ) Η κωδική λέξη στην οποία κωδικοποιείται ένα μήνυμα πληροφορίας της επιλογής σας ***(4 μονάδες)***

ε) Η αποκωδικοποίηση της ληφθείσας λέξης '1100001'. ***(4 μονάδες)***

(Σύνολο μονάδων 20)

ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ.3/Ε-ΟΣΣ/Ν.Δημητρίου/
25.06.2017

Θ6/ Εξ 2015Β

α) $\eta = 7$ $k = \log_2\{\text{αριθμός κωδικολέξεων}\} = \log_2(16) = 4$

αριθμός bits/κωδικολέξη.

$d = \min\{\text{βάρος κωδικολέξεων}\} = 3$

λέξεις κώδικα

I_k

β) $$G = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

k= 4 γραμμές

γ) $$H = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$I_{\eta-k}$

δ.) έστω το μήνυμα 1 1 0 1

Κωδικοποίηση: 1 1 0 1 · G = 1 1 0 1 : 0 0 0

ε.) Αποκωδικοποίηση x = 1 1 0 0 0 0 1

$x \cdot H = 1\ 0\ 0$ (→ 5η γραμμή του H

⇒ σφάλμα στο 5ο bit (ΤΔΑ))

$x' = 1100101$

Δίκτυα Υπολογιστών

Μετάδοση αρχείων σε πακέτα

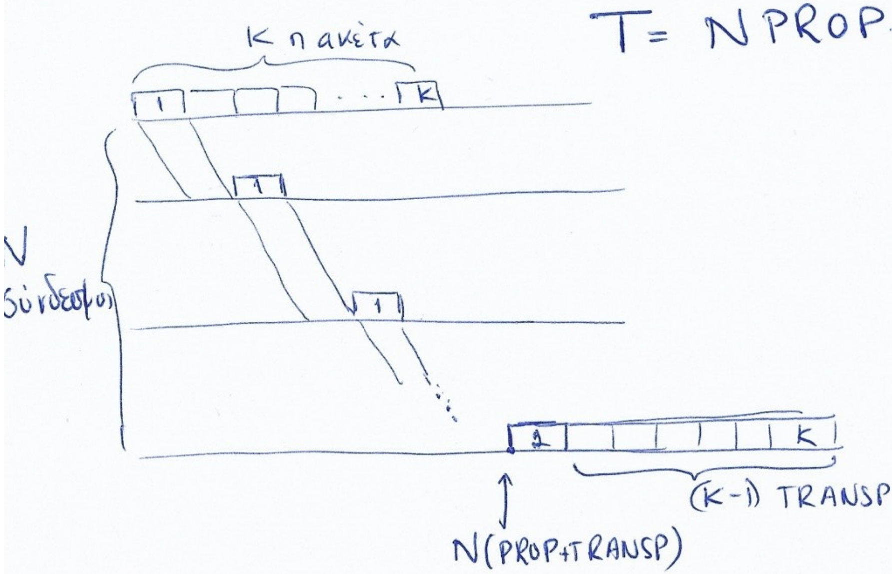
Μεταγωγή πακέτου με ιδεατά κυκλώματα

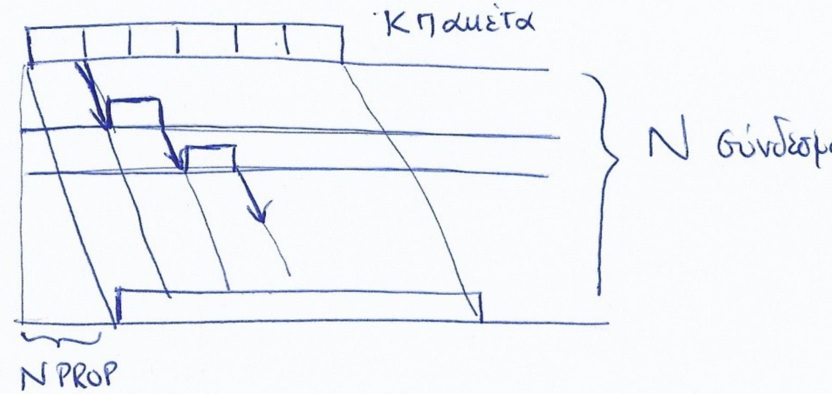
$$T = T_{SETUP} + N\,PROP + (N+K-1)\,TRANSP$$

χρόνος εγκαθίδρυσης ιδεατού κυκλώματος

Μεταγωγή Αυτοδύναμων πακέτων

$$T = N\,PROP + (N+K-1)\,TRANSP$$



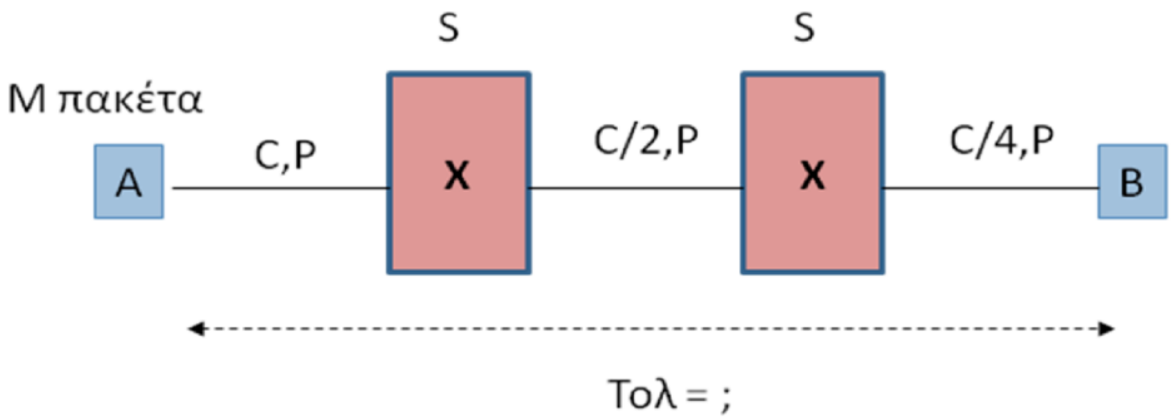


ΓΕ1/1718/Θ1,5

ΕΞ.2014Α/Θ5

ΘΕΜΑ 5

Θεωρείστε την απλή τοπολογία του παρακάτω σχήματος.



Έστω ότι ένας κόμβος Α έχει έτοιμα προς αποστολή να στείλει στον κόμβο Β, Μ πακέτα μήκους L bits. Η μετάδοση μεταξύ των δύο κόμβων γίνεται μέσω τριών ζεύξεων (links) και δύο μεταγωγών (switches). Η 1^{η} ζεύξη χαρακτηρίζεται από ρυθμό μετάδοσης (διαμετακομιστική ικανότητα, throughput) C bps, ο πρώτος μεταγωγός από χρόνο εξυπηρέτησης πακέτου (service time) ίσο με S sec, η 2^{η} ζεύξη από ρυθμό μετάδοσης C/2 bps, ο δεύτερος μεταγωγός από χρόνο εξυπηρέτησης S sec, και η 3^{η} ζεύξη από ρυθμό μετάδοσης C/4 bps. Ο χρόνος διάδοσης (propagation time) σε κάθε μία από τις τρεις ζεύξεις είναι ίσος με P sec. Υποθέτουμε ότι ο χρόνος επεξεργασίας (service time) στους κόμβους Α και Β είναι αμελητέος. Ζητούνται:

α) Η καθυστέρηση (ή χρόνος, latency ή delay ή system time) T1 της μεταφοράς του πρώτου πακέτου από τον κόμβο Α στον κόμβο Β.

β) Η συνολική καθυστέρησηΤολ της μεταφοράς των Μ πακέτων από τον κόμβο Α στον κόμβο Β.

Α. Το πρώτο πακέτο χρειάζεται χρόνο

$T1 = L/C + P + S + 2L/C + P + S + 4L/C + P = 7L/C + 3P + 2S$

Β.

Πρώτος Τρόπος Επίλυσης

Καθώς ο κάθε ρυθμός ζεύξης που ακολουθεί είναι μικρότερος του προηγούμενου, στους μεταγωγείς θα αποθηκεύονται πακέτα.

Έτσι, όταν θα ολοκληρώνεται η αποστολή του πρώτου πακέτου από τον δεύτερο μεταγωγέα στον Β, θα υπάρχει ήδη έτοιμο προς αποστολή το δεύτερο πακέτο από τον δεύτερο μεταγωγέα. Η καθυστέρηση που προσθέτει το δεύτερο πακέτο είναι:

$T2 = 4L/C + P+S$

Με την ίδια λογική τα (M-1) πακέτα προσθέτουν καθυστέρηση ίση με:

$T_{M-1} = (M-1)(4L/C+P+S)$

Συνεπώς η ζητούμενη καθυστέρηση είναι ίση με

$T_{ολ} = T1 + T_{M-1}=7L/C + 3P + 2S +(M-1)(4L/C+P+S)=M(4L/C+P+S)+3L/C+2P+S$

Δεύτερος τρόπος Επίλυσης

Ο συνολικός χρόνος ισούται με το χρόνο που απαιτείται για την μετάδοση των M πακέτων από την πιο αργή ζεύξη (C/4): M(4L/C+P+S)

Συν το χρόνο για την μετάδοση ενός πακέτου από τις υπόλοιπες ζεύξεις: [Πρώτη Ζεύξη]: L/C + P+S, Δεύτερη Ζεύξη: 2L/C+P

Συνολικός χρόνος: $M(4L/C+P+S)+ L/C + P+S+2L/C+P= M(4L/C+P)+3L/C+2P+S$

Σημείωση: Υποθέτοντας ότι ο Α μεταδίδει διαδοχικά κάθε πακέτο (χωρίς να αναμένει την πλήρη λήψη του προηγούμενου πακέτου που εστειλε στον Χ) ισχύει και η εναλλακτική απάντηση που είδαμε στην ΟΣΣ, Συνολικός Χρόνος=3P+2S+7L/C+(M-1)(S+4L/C)

Ασκήσεις
ΓΕ1/1718/Θ2,3,4,6
ΕΞ2011Β/Θ3
ΕΞ2012Β/Θ3
ΕΞ2013Β/Θ3
ΕΞ2016Α/Θ3
ΕΞ2016Β/Θ6
ΕΞ2017Α/Θ6
ΕΞ2017Β/Θ5

Πρωτόκολλα επανεκπομπής -τυπολόγιο

ABP

ΌτανPER=0 $$n_{ABP} = \frac{TRANSP}{RTT}$$

ΌτανPER>0 $$n_{ABP} = \frac{TRANSP}{RTT + T\frac{1-p}{p}}$$

TRANSP: ΠΑΝΤΑ ο χρόνος μετάδοσης στην 1η ζεύξη

GBN

Όταν PER=0 $$n_{GBN} = \min\left\{1, W\frac{TRANSP}{RTT}\right\}$$

Όταν PER>0 $$n_{GBN} = \frac{TRANSP}{TRANSP + T\frac{1-p}{p}}$$

Όταν PER>0

και T=WxTRANSP $$n_{GBN} = \frac{1}{1 + W\frac{1-p}{p}}$$

p = Prob(succ.data packet Tx AND succ. ACK Rx)

SRP

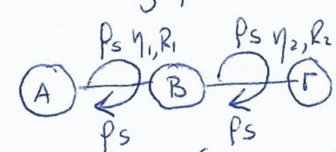
Όταν PER=0 $$n_{SRP} = \min\left\{1, W\frac{TRANSP}{RTT}\right\}$$

Όταν PER>0

και T=WxTRANSP

και $(1-p)W \le 10\%$ $$n_{SRP} \approx \frac{2+(1-p)(W-1)}{2+(1-p)(3W-1)}$$

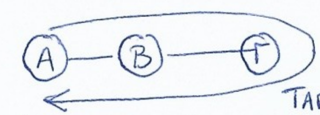
Throughput $T = \eta \cdot R$



Επιμέρους πρωτόκολλα

$T_{ΑΓ} = \min\{\eta_1 R_1, \eta_2 R_2\}$ $p_{s AB} = p_s^2$

$p_{s BΓ} = p_s^2$



end-end πρωτόκολλο

$T_{ΑΓ} = \eta \min\{R_1, R_2\}$

$p_{s ΑΓ} = p_s^4$

ΘΕΜΑ 5

Μέσα από ένα αμφίδρομο δορυφορικό δίαυλο (κανάλι) με ρυθμό μετάδοσης δεδομένων 100Kbps στέλνονται πλαίσια των 6000bit. Οι επικεφαλίδες καταλαμβάνουν 600bit από τα 6000bit του πλαισίου. Οι επιβεβαιώσεις είναι πολύ μικρές και ο χρόνος μετάδοσης τους θεωρείται αμελητέος.

Ποιος είναι ο καθαρός ρυθμός δεδομένων (data bits/sec) που βλέπει ο τελικός χρήστης αν χρησιμοποιείται:

Ερώτηση 1: πρωτόκολλο STOP-AND-WAIT;

Ερώτηση 2: πρωτόκολλο GO-BACK-N με μέγεθος για το παράθυρο ίσο με 7πλαίσια;

Ερώτηση 3: πρωτόκολλο SELECTIVE-REPEAT με μέγεθος για το παράθυρο ίσο με 16 πλαίσια;

Να εξηγήσετε σε κάθε περίπτωση γιατί έχουμε «χαμένο» ρυθμό μετάδοσης σε σχέση με το συνολικό ρυθμό μετάδοσης του δίαυλου. Δίδονται: (α) η καθυστέρηση Διάδοσης για κάθε κατεύθυνση είναι PROP=300ms και (β) ο ρυθμός εσφαλμένων πλαισίων δεδομένων και επιβεβαιώσεων σε κάθε κατεύθυνση της ζεύξης θεωρείται αμελητέος.

Καθώς το κάθε πλαίσιο έχει 6000 bit από τα οποία τα 5400bit είναι δεδομένα
(α) πρωτόκολλο STOP-AND-WAIT;
Ο χαμένος ρυθμός μετάδοσης οφείλετε στις επικεφαλίδες και στην απόδοσης του πρωτοκόλλου λόγω επιβεβαιώσεων
S= TRANSP+PROP+TRANSA+PROP
Επειδή TRANSA→0
S=TRANSP+2PROP = 6000/100000 + 2*0,3=0,66sec
η=TRANSP/S=0,06/0,66=0,091
Ο καθαρός ρυθμός δεδομένων που βλέπει ο χρήστης είναι
5400bits/S=5400/0,66bps= 8,18Kbps
ή
100000* η * (5400/6000) = 100000 * 0,06/0,66 * (5400/6000) = 8,18Kbps

(β) πρωτόκολλο GO-BACK-N με μέγεθος για το παράθυρο7πλαίσια;
Επειδή
W x TRANSP= 7 *0,06=0,42sec < S
η=W*TRANSP/S=7*0,06/0,66
Οπότε δεν έχουμε συνεχή ροή πλασίων
Άρα ο καθαρός ρυθμός δεδομένων που βλέπει ο χρήστης είναι
W*5400bits/S=7*5400/0,66bps= 57,27kbps
ή
100000*η * (5400/6000) = 100000*(7*0,06/0,66)*(5400/6000) = 57,27 Kbps

(γ) πρωτόκολλο SELECTIVE-REPEAT με μέγεθος για το παράθυρο 16 πλαίσια;
Επειδή
W x TRANSP= 16 *0,06=0,96sec > S
Έχουμε συνεχή ροή πλαισίων
Άρα ο καθαρός ρυθμός δεδομένων που βλέπει ο χρήστης είναι
100000 * 5400/6000 bps = 90kbps

<u>ΘΕΜΑ 3</u> ΕΞ2015Α

Δύο κόμβοι Α και Β συνδέονται μεταξύ τους με οπτική ίνα για την οποία ισχύει ότι η πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης πλαισίου δεδομένων είναι *p* ενώ οι επιβεβαιώσεις παραδίδονται χωρίς απώλειες.

Για κάθε ένα από τα πρωτόκολλα επανεκπομπής Go-Back-N και SRP, υπολογίστε ποια είναι η μέγιστη τιμή του χρόνου προθεσμίας (συναρτήσει της καθυστέρησης μετάδοσης *TRANSP* και της πιθανότητας *p*), ώστε η απόδοση του πρωτοκόλλου να είναι πάνω από 90% θεωρώντας ότι για το κάθε πρωτόκολλο ο χρόνος προθεσμίας είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ' επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% κάτω από συνθήκες απουσίας σφαλμάτων μεταφοράς.

Κάντε εφαρμογή για *TRANSP* = 2 msec και p = 0,99. Θεωρείστε ότι ισχύουν όλες οι προϋποθέσεις εφαρμογής του τύπου του βιβλίου σχετικά με την απόδοση του πρωτοκόλλου SRP.

(9 μονάδες για κάθε πρωτόκολλο επανεκπομπής. Σύνολο μονάδων 18)

α) Go-Back-N

Με δεδομένο ότι ο χρόνος προθεσμίας είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ' επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% κάτω από συνθήκες απουσίας σφαλμάτων μεταφοράς η απόδοση του πρωτοκόλλου Go-Back-N είναι:

$$n_{GBN} = \frac{p}{p+(1-p)W}$$

οπότε

$$\frac{p}{p+(1-p)W} \geq 0.9 \Rightarrow p \geq 0.9p + 0.9(1-p)W \Rightarrow \frac{0.1p}{0.9(1-p)} \geq W \Rightarrow$$

$$\frac{p}{9(1-p)} \geq W$$

Άρα η μέγιστη τιμή του χρόνου προθεσμίας T=WxTRANSP είναι

$$\frac{p}{9(1-p)} TRANSP \geq T$$

Άρα αντικαθιστώντας τις τιμές στον παραπάνω τύπο έχουμε
T_{GBN}=22 msec

ΕΞ2008Α/Θ3

Έστω ένας κόμβος Α ο οποίος μεταδίδει πακέτα δεδομένων, μήκους 6 bits πάνω από ένα ασύρματο κανάλι σε ένα κόμβο Β. Στα πακέτα δεδομένων τοποθετείται επίσης πρόσθετη επικεφαλίδα μήκους 10 bits. Επειδή το κανάλι έχει θόρυβο, το καθένα από αυτά τα πακέτα δεδομένων προστατεύεται από σφάλματα μεταφοράς με την προσθήκη κυκλικού πλεονασμού (CRC) μήκους 4 bits χρησιμοποιώντας το πολυώνυμο γεννήτορα $G(x)=x^3+x+1$. Να υποθέσετε επίσης ότι η χρήση του CRC μείωσε τα σφάλματα μετάδοσης πακέτων σχεδόν στο 0. Η απόσταση μεταξύ των κόμβων Α και Β είναι $3x10^4$ Km, ο ρυθμός μετάδοσης μεταξύ των κόμβων Α και Β είναι 5 Kbits/sec, το συνολικό μέγεθος της επιβεβαίωσης είναι 10 bits, ενώ η ταχύτητα διάδοσης είναι $3x10^5$km/sec.

(α) Μεταξύ των κόμβων Α και Β χρησιμοποιείται πρωτόκολλο επανεκπομπής GoBackN, N=32. Να υπολογιστεί η απόδοση του πρωτοκόλλου επανεκπομπής.

(β) Να βρεθεί ο ρυθμός ροής (bits/sec) των δεδομένων, δηλαδή πόσα bits δεδομένων μεταδίδονται ανά δευτερόλεπτο.

(γ) Να υποθέσετε ότι ο κόμβος θέλει να στείλει τα πακέτα δεδομένων M_1 και M_2, στα οποία προστίθεται ο κυκλικός πλεονασμός (χρησιμοποιώντας το πολυώνυμο γεννήτορα $G(x)=x^3+x+1$) και μεταδίδονται ως μηνύματα T_1 και T_2 πάνω από το ασύρματο κανάλι. Εάν κατά τη στιγμή της μετάδοσης στο μεταδιδόμενο μήνυμα T_1 υπεισέρχεται θόρυβος E_1=1010000001, ενώ στο μήνυμα T_2, υπεισέρχεται θόρυβος E_2=1000100011 να βρείτε εάν ο παραλήπτης κόμβος έχει τη δυνατότητα εντοπισμού του λάθους που υπεισέρχεται λόγω θορύβου στο κάθε ένα από τα μηνύματα.

α)

Τα πακέτα που μεταδίδονται μεταξύ των Α και Β έχουν μήκος

P_1 = Μήκος Επικεφαλίδας + Μήκος Δεδομένων + Μήκος CRC ⇒

$$P_1= 10+6+4=20 \text{ bits} \quad (1)$$

Ο χρόνος που απαιτείται για να παραληφθεί μια οποιαδήποτε επιβεβαίωση είναι:

$$S_1 = TRANSP_1 + TRANSA + 2 * PROP \quad (2)$$

$$TRANSP_1 = P_1 \text{ bits/5Kbps} = 20 \text{ bits/5 Kbps} =0.004 \text{ sec} \quad (3)$$

$$TRANSA = 10 \text{ bits/5 Kbps} = 0.002 \text{ sec} \quad (4)$$

$$PROP = 3*10^4/3*10^5 \text{ sec} = 0.1 \text{ sec} \quad (5)$$

Αντικαθιστώντας τις (3)-(5) στην (2) έχουμε,

$$S_1 = 0.004+0.002+2*0.1=0.005+0.2 = 0.205 \text{ sec} \quad (6)$$

Επομένως η απόδοση του πρωτοκόλλου GoBack-N όπου N=32 δίνεται από τον τύπο

$$\eta_{GBN} = \min\left\{1, \frac{N \times TRANSP_1}{S_1}\right\} = \min\left\{1, \frac{32 \times 0{,}004}{0{,}205}\right\} = 0{,}624 \quad (7)$$

β)

Ο ρυθμός ροής πακέτων λ είναι

$$\lambda=32/S_1=32/0{,}205 \text{ πακέτα/sec} = 156 \text{ πακέτα/sec} \quad (8)$$

Από αυτά τα πακέτα μόνο 6 bits αφορούν σε δεδομένα και άρα ο ρυθμός ροής των δεδομένων είναι 156*6=936 bits/sec

Εναλλακτικά, με χρήση της απόδοσης από (α), θα είχαμε

$$\lambda=n*R=0{,}624*5000=3120 \text{ bits/sec} \quad (9)$$

Μόνο 6 bits αφορούν σε δεδομένα και άρα ο ρυθμός ροής των δεδομένων είναι

3120*6/20=936 bits/sec.

γ) Άρα για να διαπιστώσουμε εάν ο **παραλήπτης κόμβος** έχει τη **δυνατότητα εντοπισμού** του λάθους αρκεί να βρει ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης E(x)/G(x) είναι διάφορο του μηδενός.

Περίπτωση $1^{η}$: $E_1(x)$= 1010000001

1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	↓	↓	↓	↓	↓	↓
			1	0	0	0			
			1	0	1	1			
					1	1	0	0	
					1	0	1	1	
						1	1	1	1
						1	0	1	1
						0	1	0	0

ΕΞ2011Α

ΘΕΜΑ 3

Ένα ABP πρωτόκολλο (δηλ. πρωτόκολλο παύσης και αναμονής) τρέχει πάνω από ένα κανάλι χρησιμοποιώντας μετρητή (timer) για να αναμεταδίδει μετά από ένα διάστημα προθεσμίας επανεκπομπής (TIMEOUT) πλαίσια για τα οποία δεν λαμβάνεται πίσω θετική επιβεβαίωση (λόγω λαθών στο πλαίσιο με τα δεδομένα ή στις επιβεβαιώσεις). Ο μετρητής ξεκινάει μόλις ο αποστολέας αρχίσει να στέλνει ένα πλαίσιο και όχι αφού το στείλει.

Έχετε τα εξής δεδομένα:

- Ταχύτητα μετάδοσης καναλιού ίση με 2 Mbits/sec.
- Μήκος πλαισίου ίσο με 200 bits.
- Χρόνος μετάδοσης επιβεβαίωσης TRANSA=0 λόγω πολύ μικρού μήκους των επιβεβαιώσεων.
- Απόδοση πρωτοκόλλου δίχως λάθη ίση με 33.3%.
- Πιθανότητα λάθους ίση με p=0.05 (1 στα 20 πλαίσια κατά μέσον όρο χρειάζεται να μεταδοθεί ξανά).
- Απόδοση πρωτοκόλλου με λάθη ίση με 10%.

Ζητούνται:

α) Ο χρόνος μετάδοσης ενός πλαισίου TRANSP

β) Η καθυστέρηση διάδοσης (μονής κατεύθυνσης) PROP του σήματος στο κανάλι.

γ) Η διάρκεια TIMEOUT της προθεσμίας επανεκπομπής.

$E \equiv 2011A / \Theta 3$ 3.

α) $TRANSP = \frac{[P]}{R} = \frac{200 \text{ bits}}{2 \cdot 10^6 \frac{\text{bits}}{\text{sec}}} = 10^{-4} \text{ sec}$

β) Δίνεται ότι $\eta_0 = 33,3\%$ (χωρίς σφάλματα)

$$\eta_0 = \frac{TRANSP}{RTT} = \frac{TRANSP}{TRANSP + \underbrace{\cancel{TRANSA}}_{0} + 2PROP} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta_0 \cdot TRANSP + 2\eta_0 \cdot PROP = TRANSP \Rightarrow PROP = \frac{(1-\eta_0)TRANSP}{2\eta_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PROP = \frac{0,66}{0,66} \cdot TRANSP = 10^{-4} \text{ sec}$$

ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ.3/1η

IPv4 Addressing

Κλάσεις Διευθύνσεων (προκαθορισμένες + default subnet masks)

1η οκτάδα

A. $0\underbrace{nnnnnnn}_{1+7 \text{ network bits}}.\underbrace{hhhhhhhh.hhhhhhhh.hhhhhhhh}_{24 \text{ host bits}}/8$ 0 → 127

B. $10\underbrace{nnnnnn.nnnnnnnn}_{2+14 \text{ network bits}}.\underbrace{hhhhhhhh.hhhhhhhh}_{16 \text{ host bits}}/16$ 128 - 191

C. $110\underbrace{nnnnn.nnnnnnnn.nnnnnnnn}_{3+21 \text{ network bits}}.\underbrace{hhhhhhhh}_{8 \text{ host bits}}/24$ 192 - 223

Subnetting : Δανεισμός host bits για ορισμό υποδικτύων

Με δεδομένη IP address ενός host: (IPh) και της subnet mask: (SN)

- subnet address: (IPh) AND (SN) σε δυαδική μορφή
- Broadcast address: (IPh) OR (inverted SN)
- PC number : (IPh) AND (inverted SN)

ΓΕ5/1718/Θ4,5,6
ΕΞ 2016Β/Θ5
ΕΞ 2017Α/Θ5
ΕΞ 2017Β/Θ6

Subnet | Network part | host part |

- 000...0 ← subnet
- 000...1 } hosts (PCs)
- ⋮
- 111...0 }
- 111...1 ← broadcast

Subnetting: Διεύρυνση της default subnet mask (άρα δέσμευση κατάλληλων host bits από αριστερά προς τα δεξιά) για τον ορισμό subnets

Παράδειγμα: Δίκτυο 192.168.3.0
↳ κλάση C

Default Subnet mask: 255.255.255.0 (8 διαθέσιμα host bits)

Δημιουργία 6 υποδικτύων:

$\lceil \log_2 6 \rceil = 3$ → δέσμευση 3 host bits

Υποδίκτυα:

(1) 192.168.3.000 { 00000 → 192.168.3.0/27 s/net ; ⋮ ; 11111 → 192.168.3.31 b/cast }

Custom Subnet Mask
255.255.255.11100000 →
→ 255.255.255.224

(2) 192.168.3.001 { 00000 → 192.168.3.32 s/net ; ⋮ ; 11111 → 192.168.3.63 b/cast }

⋮

(6) 192.168.3.101 { 00000 → 192.168.3.160 s/net ; ⋮ ; 11111 → 192.168.3.191 b/cast }

"περισσεύουν" 2 υποδίκτυα.

Ασκήσεις: ΓΕ5/1718/Θ4,5,6
ΕΞ.2017Β/Θ6, ΕΞ2017Α/Θ5
ΕΞ.2016Β/Θ5

ΕΞ 2016Β

ΘΕΜΑ 5

Σε μια εταιρεία έχουν εκχωρηθεί για τις ανάγκες της το υποδίκτυο πραγματικών IP διευθύνσεων 195.251.123.0/24 (δηλαδή οι IP διευθύνσεις από 195.251.123.0 έως και 195.251.123.255). Η εταιρεία διαθέτει έναν δρομολογητή (router) συνδεδεμένο στο Internet με point-to-point ζεύξη, στα άκρα της οποίας έχουν δοθεί IP διευθύνσεις από το σύνολο διευθύνσεων του ISP provider. Η εταιρεία διαθέτει τρία τοπικά δίκτυα τεχνολογίας Ethernet, το Α με 18 σταθμούς εργασίας, το Γ με 12 σταθμούς εργασίας και το Β. Ο δρομολογητής διαθέτει ξεχωριστό interface για την σύνδεσή του σε κάθε τοπικό δίκτυο παρέχοντας έτσι πρόσβαση στο Internet στους σταθμούς του εκάστοτε τοπικού δικτύου. Στο τοπικό δίκτυο Α έχει δοθεί το υποδίκτυο 195.251.123.0 με μάσκα /27 ή 255.255.255.224 (δηλαδή οι IP διευθύνσεις από 195.251.123.0 έως και 195.251.123.31) και στο τοπικό δίκτυο Γ έχει δοθεί το υποδίκτυο 195.251.123.48 με μάσκα /28 ή 255.255.255.240 (δηλαδή οι IP διευθύνσεις από 195.251.123.48 έως και 195.251.123.63). Ενας υπολογιστής του τοπικού δικτύου Β έχει τις εξής παραμέτρους στο πρωτόκολλο IP: Διεύθυνση IP : 195.251.123.38, Μάσκα υποδικτύου : 255.255.255.240

(α) Ποια είναι η διεύθυνση υποδικτύου του τοπικού δικτύου Β και ποιά η διεύθυνση για αποστολή broadcasting μηνυμάτων του τοπικού δικτύου Β;

(β) Ποιός είναι ο αυξων αριθμός υπολογιστή (host number) στο δεκαδικό σύστημα

(γ) Αν η εταιρεία προσθέσει ένα νέο τοπικό δίκτυο Δ με 11 νέους σταθμούς εργασίας, δώστε σε πίνακα τις IP παραμέτρους που πρέπει να εισάγετε στους 11 νέους σταθμούς εργασίας του Δ για την σύνδεσή τους στο Internet, δηλαδή την IP διεύθυνση, τη μάσκα υποδικτύου και την προεπιλεγμένη πύλη.

1. Η πρώτη διεύθυνση του τοπικού δικτύου Β προκύπτει αν θέσουμε τα bits του αριθμού υπολογιστή όλα 0 (λογικό AND ανάμεσα στην IP και στην μάσκα).
   IP : 195.251.123.38 → 11000011.11111011.01111011.00100110
   AND
   Μάσκα υποδικτύου 11111111.11111111.11111111.11110000
   πρώτη διεύθυνση 11000011.11111011.01111011.00100000
   Άρα η ζητούμενη διεύθυνση υποδικτύου είναι: 195.251.123.32
   Η τελευταία διεύθυνση του δικτύου προκύπτει αν θέσουμε τα bits του αριθμού υπολογιστή όλα 1, (λογικό OR ανάμεσα στην IP και στην ανάστροφη μάσκα) δηλαδή
   IP : 195.251.123.38 → 11000011.11111011.01111011.00100110
   OR
   Ανάστροφη μάσκα υποδ. 00000000.00000000.00000000.00001111
   διεύθυνση broadcast 11000011.11111011.01111011.00101111
   Άρα η ζητούμενη τελευταία διεύθυνση host number του δικτύου είναι: 195.251.123.47
2. Ο ο αυξων αριθμός υπολογιστή (host number) προκύπτει αν στην IP διεύθυνση θέσουμε τα bits του δικτύου και του υποδικτύου ίσα με 0 (λογικό AND ανάμεσα στην IP και στην ανάστροφη μάσκα), δηλαδή
   IP : 195.251.123.38 → 11000011.11111011.01111011.00100110
   AND
   Ανάστροφη μάσκα υποδ. 00000000.00000000.00000000.00001111
   Αριθμός υπολογιστή 00000000.00000000.00000000.00000110

Άρα ο αριθμός υπολογιστή είναι ο 0110=6

3. Για το τοπικό δίκτυο Δ χρειαζόμαστε 14 IP διευθύνσεις (11 για τους σταθμούς, μία για το interface του δρομολογητή, μία για το υποδίκτυο και μία για την broadcast διεύθυνση), άρα χρειαζόμαστε 4 bits για host-id. Άρα η μάσκα υποδικτύου του Δ είναι /28, και δημιουργούμε το υποδίκτυο χρησιμοποιώντας τις διαθέσιμες διευθύνσεις που υπάρχουν. Η τελευταία διεύθυνση του υποδικτύου Γ είναι η 195.251.123.63(broadcasting).

Άρα η διεύθυνση του υποδικτύου Δ θα είναι η 195.251.123.64 και επειδή χρειαζόμαστε 11 διευθύνσεις για σταθμούς εργασίας και 1 διεύθυνση για το δρομολητή, η μάσκα για το υποδίκτυο Δ θα είναι η /28 ή 255.255.255.240.
Υποθέτοντας ότι η $1^η$ διεύθυνση κάθε υποδικτύου εκχωρείται στο interface του δρομολογητή, συμπληρώνουμε τον Πίνακα IP

ΠΙΝΑΚΑΣ IP

Σταθμός εργασίας	IP διεύθυνση	Μάσκα υποδικτύου	Προεπιλεγμένη πύλη
Δ1	195.251.123.66	255.255.255.240	195.251.123.65
Δ2	195.251.123.67	255.255.255.240	195.251.123.65
Δ3	195.251.123.68	255.255.255.240	195.251.123.65
Δ4	195.251.123.69	255.255.255.240	195.251.123.65
Δ5	195.251.123.70	255.255.255.240	195.251.123.65
Δ6	195.251.123.71	255.255.255.240	195.251.123.65
Δ7	195.251.123.72	255.255.255.240	195.251.123.65
Δ8	195.251.123.73	255.255.255.240	195.251.123.65
Δ9	195.251.123.74	255.255.255.240	195.251.123.65
Δ10	195.251.123.75	255.255.255.240	195.251.123.65
Δ11	195.251.123.76	255.255.255.240	195.251.123.65

Εναλλακτική Απάντηση ΓΕ5/1718/Θ6
με Variable Length Subnet Masks (εκτός ύλης αλλά δεκτή)

μεγαλύτερο

↓

μικρότερο

Subnet 1

8 bits = $\log_2(256)$

$\underbrace{172.16.00000000}_{24}.$ $\begin{cases} 00000000 \\ \underbrace{11111111}_{2^8 = 256} \end{cases}$

172.16.0.0/24 – 25

172.16.0.255/24

Subnet 2

7 bits = $\log_2(128)$

$\underbrace{172.16.00000001.0}_{25}$ $\begin{cases} 0000000 \\ \underbrace{1111111}_{2^7 = 128} \end{cases}$

172.16.1.0/25 –

172.16.1.127/25

Subnet 3

6 bits = $\log_2(64)$

$\underbrace{172.16.00000001.10}_{26}$ $\begin{cases} 000000 \\ \underbrace{111111}_{2^6 = 64} \end{cases}$

172.16.1.128/26 –

172.16.1.191/26.

Subnet 4

2 bits = $\log_2(4)$

$\underbrace{172.16.00000001.110000}_{30}$ $\begin{cases} 00 \\ \underbrace{11}_{2^2 = 4} \end{cases}$

172.16.1.192/30 –

– 172.16.1.195/30

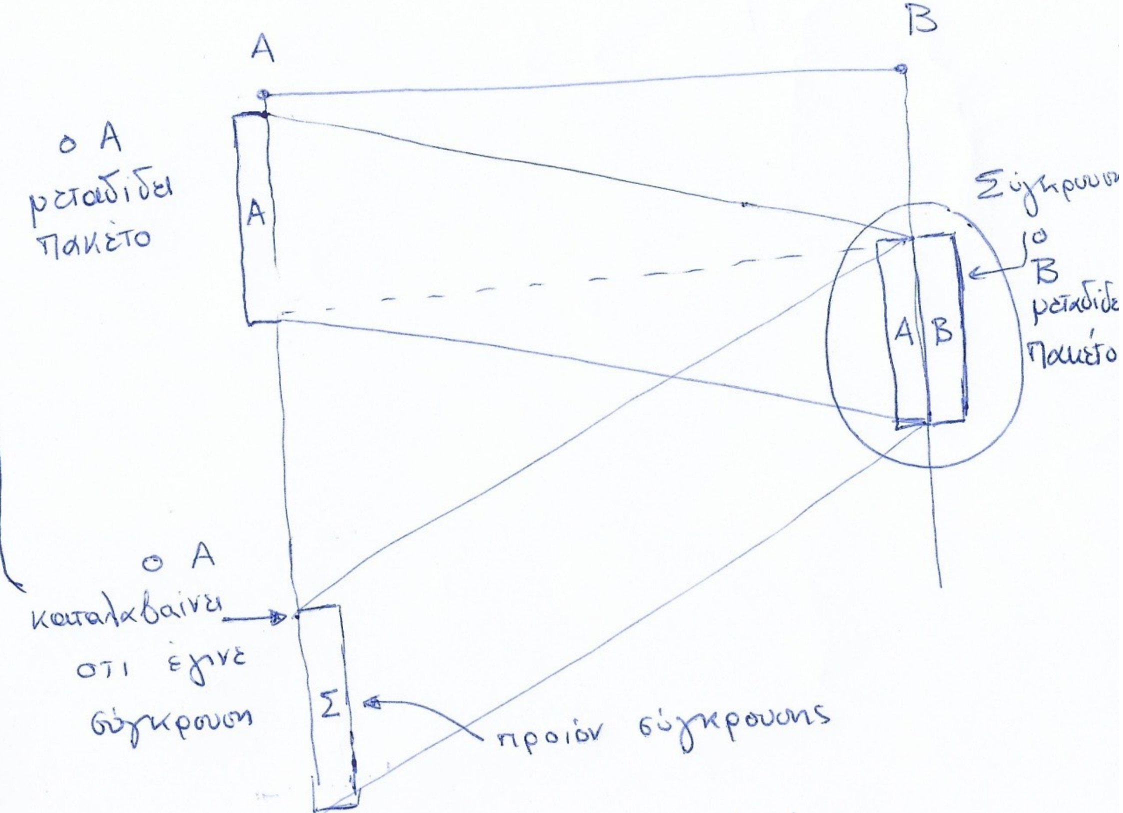
Ethernet - CSMA/CD

Βασικές Σχέσεις

ελάχιστος χρόνος

TRANSP = 2PROP

Γενικά TRANSP ≥ 2PROP.



Αποδοτικότητα CSMA/CD

$$\eta = \frac{1}{1 + 5\frac{PROP}{TRANSP}}$$

Ασκήσεις

ΓΕ5/17/18/Θ2

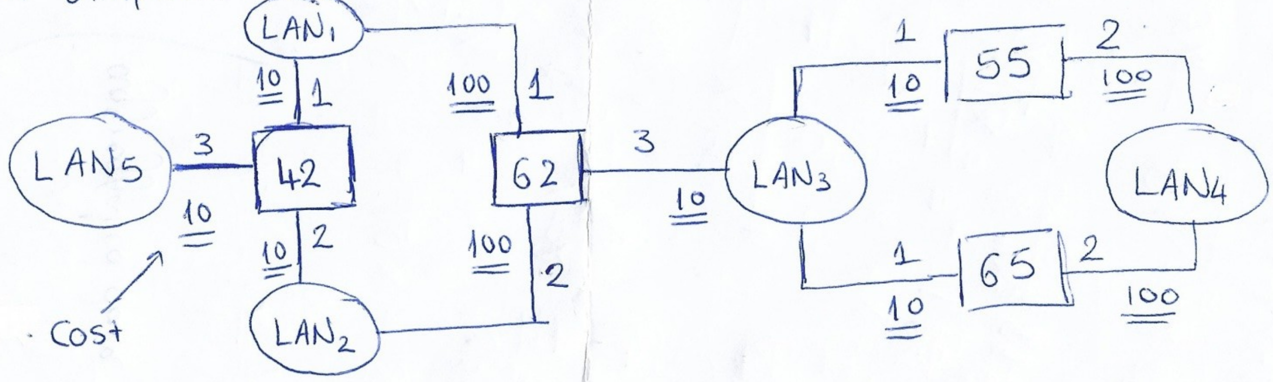
ΕΞ 2014Β/Θ6

ΕΞ 2013Α/Θ3

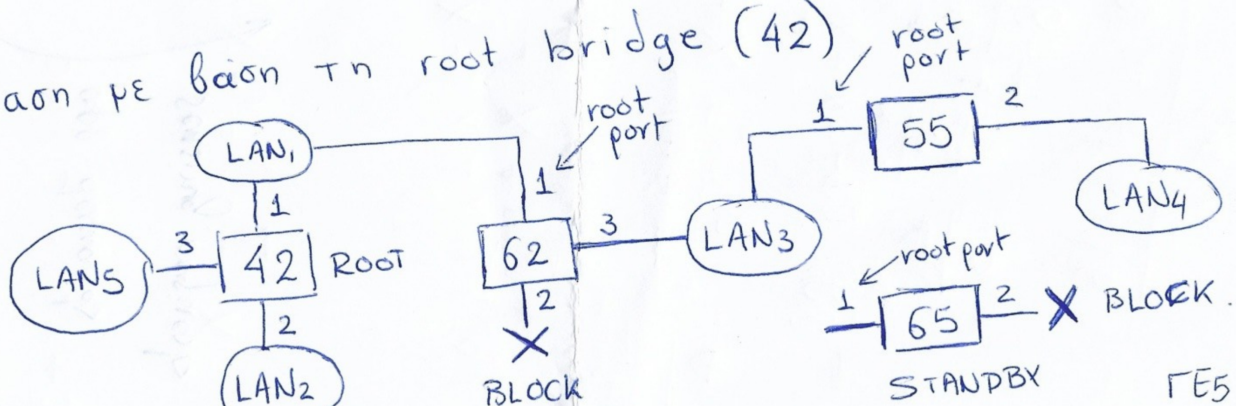
Γέφυρες - Δέντρο Επικάλυψης

Κανόνας: "Η ισχύς του μικρότερου" κόστος, Bridge ID, Port ID

1) Απλοποίηση σχήματος



2) Επανασχεδίαση με βάση τη root bridge (42)



ΓΕ5 /1718/Θ3

ΕΣ 2016Α/Θ4