

# ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ.3

Έκτακτη ΟΣΣ 23/06/2019

Νίκος Δημητρίου

*Σημείωση: Οι διαφάνειες αυτές περιλαμβάνουν έναν ενδεικτικό οδηγό μελέτης/επανάληψης με την ανάπτυξη του σχετικού σκεπτικού επίλυσης παλαιών ασκήσεων χωρίς όμως να περιορίζουν την εξεταστέα ύλη που έχει αναρτηθεί στο [study.eap.gr](http://study.eap.gr).*

# ΓΕ5 –Σχόλια

**Στόχος της άσκησης.** Στόχος της άσκησης είναι η εξοικείωση με την απόδοση των δικτύων και των πρωτοκόλλων σε δίκτυο αποτελούμενο από 2 συνδέσμους.

**Σχετικές ασκήσεις:** ΓΕ3/1112/Θ4, ΓΕ1/1415/Θ2, ΓΕ3/1011/Θ4, ΓΕ1/1718/Θ2, ΓΕ3/0506/Θ3, ΓΕ1/1718/Θ1

Υποθέτουμε την τοπολογία του σχήματος, όπου ο κόμβος Α θέλει να μεταδώσει ένα βίντεο πραγματικού χρόνου (πολυμεσική ροή) αδιάλειπτα προς τον κόμβο Γ, χωρίζοντας τα δεδομένα σε πακέτα μεγέθους 360 bits στα οποία προστίθεται επικεφαλίδα 40 bits. Ο Κόμβος Α αποστέλλει  $W$  πακέτα προς τον κόμβο Β για τα οποία ο κόμβος Β αποστέλλει ένα πακέτο επιβεβαίωσης συνολικού μεγέθους 40bits. Ο κόμβος Α αποστέλλει την ομάδα των πακέτων και περιμένει τη λήψη του πακέτου επιβεβαίωσης για να συνεχίσει τη μετάδοση της επόμενης ομάδας των  $W$  πακέτων προς τον κόμβο Β. Ο κόμβος Β ξεκινά τη μετάδοση των  $W$  πακέτων προς τον κόμβο Γ, άμα τη λήψη του 1<sup>ου</sup> πακέτου της επόμενης ομάδας  $W$  πακέτων.

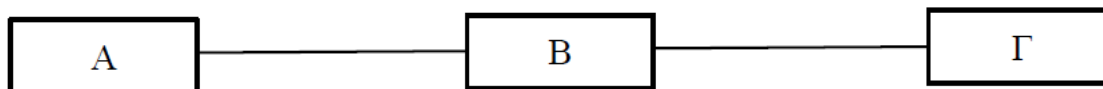
**Α).** Ποιο πρέπει να είναι το ελάχιστο μέγεθος του  $W$  ώστε να επιτυγχάνεται η αδιάλειπτη και χωρίς διακοπές λήψη του βίντεο (πολυμεσικής ροής);

**Β).** Για το ελάχιστο  $W$ , μετά από πόσο χρόνο από την έναρξη της μετάδοσης της πολυμεσικής ροής από τον κόμβο Α, αρχίζει η μετάδοση στο δέκτη του Γ;

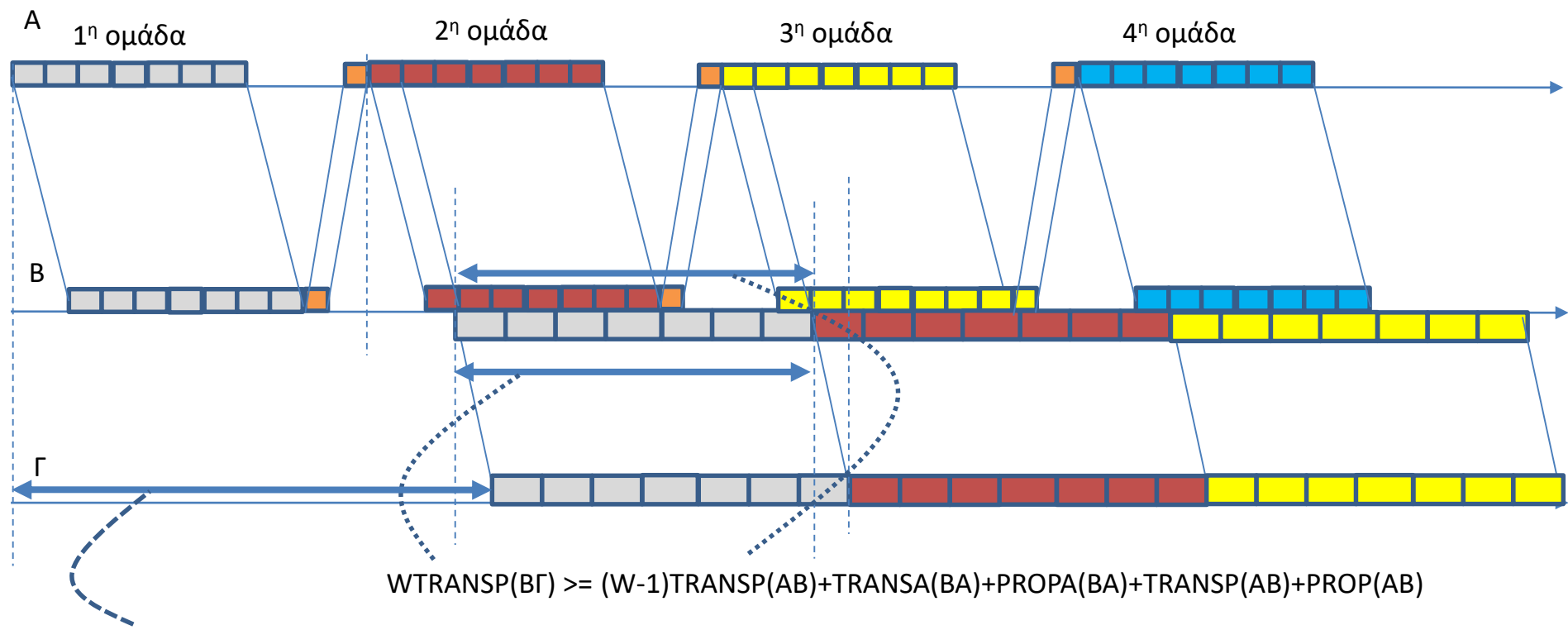
**Γ).** Ποια είναι η απόδοση του πρωτοκόλλου στη ζεύξη ΑΒ;

**Δ).** Πως μεταβάλλονται οι απαντήσεις στα α, β, γ αν ο χρόνος επεξεργασίας για κάθε πακέτο στους κόμβους Β και Γ είναι  $4 \times 10^{-6}$  s και  $5 \times 10^{-6}$  s αντίστοιχα;

Όλες οι ζεύξεις είναι full-duplex, ενώ όλοι κόμβοι διαθέτουν buffer πολύ μεγάλου (άπειρου) μεγέθους. Η καθυστέρηση διάδοσης σε κάθε ζεύξη είναι  $PROP \ 41 \times 10^{-6}$ sec, ενώ ο ρυθμός μετάδοσης στη ζεύξη ΑΒ είναι 20 Mbps και στην ζεύξη ΒΓ 10 Mbps.



Ερωτήματα 4α,β,γ



$$W \text{TRANSP}(B\Gamma) \geq (W-1) \text{TRANSP}(AB) + \text{TRANSA}(BA) + \text{PROPA}(BA) + \text{TRANSP}(AB) + \text{PROP}(AB)$$

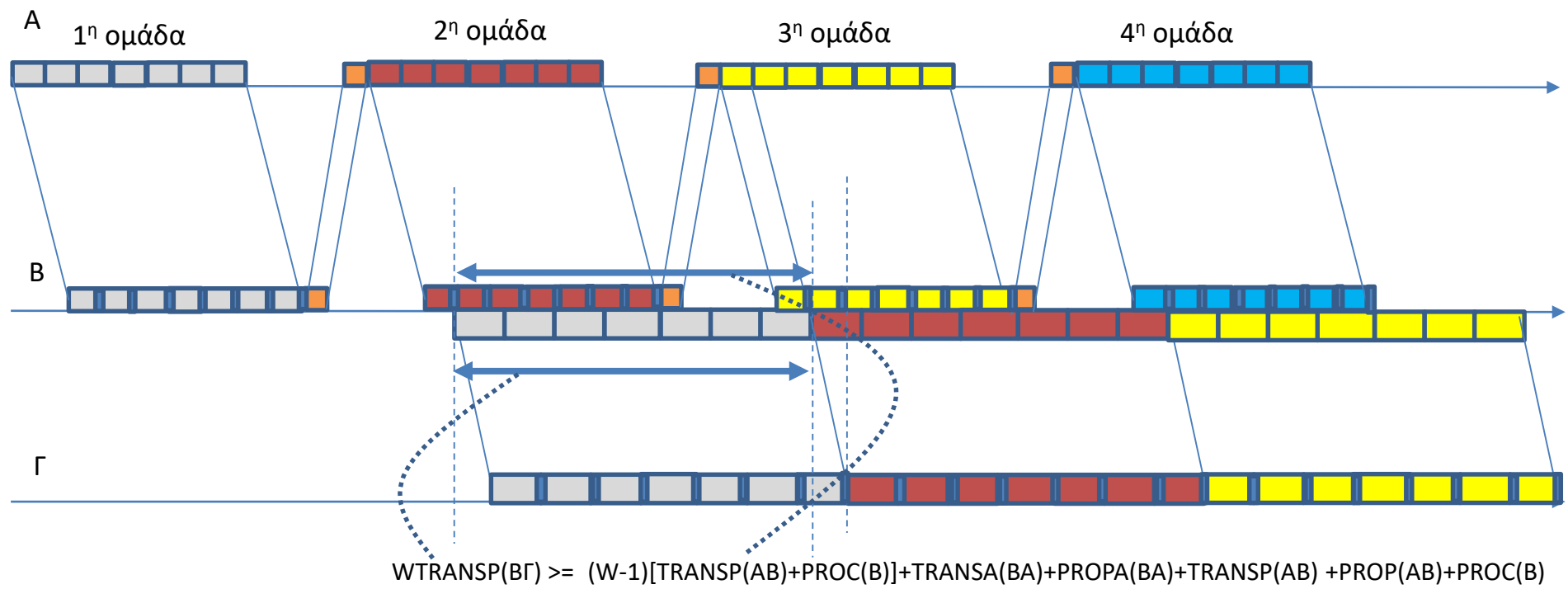
$$\text{PROP}(AB) + W \text{TRANSP}(AB) + \text{TRANSA}(BA) + \text{PROPA}(BA) + \text{TRANSP}(AB) + \text{PROP}(AB) + \text{PROP}(B\Gamma)$$

Το 1ο bit της ομάδας των  $W$  πακέτων πρέπει να φτάνει αμέσως μετά τη λήψη του τελευταίου bit της προηγούμενης ομάδας των  $W$  πακέτων

$$n(AB) = W \text{TRANSP}(AB) / [\text{PROP}(AB) + W \text{TRANSP}(AB) + \text{TRANSA}(BA) + \text{PROPA}(BA)]$$



Ερώτημα 4δ



Το 1ο bit της ομάδας των W πακέτων πρέπει να μεταδίδεται από τον B στον Γ αμέσως μετά τη μετάδοση του τελευταίου bit της προηγούμενης ομάδας των W πακέτων

$$n(AB) = WTRANSΠ(AB) / [PROΠ(AB) + WTRANSΠ(AB) + WPROC(B) + TRANSΑ(BA) + PROΠ(BA)]$$

*Στόχος της άσκησης είναι η επανάληψη βασικών στοιχείων από το μετασχηματισμό Fourier*  
*Σχετικές ασκήσεις: ΓΕ2/1718/Θ7, ΓΕ2/1415/Θ1, ΓΕ2/1415/Θ2, ΓΕ2/1516/Θ1*

**A).** Να υπολογιστεί ο μετασχηματισμός Fourier για τα ακόλουθα σήματα

$$A1) x(t) = \frac{d}{dt} e^{-|t|}$$

$$A2) x(t) = \frac{4 \cos(2t)}{t^2 + 1}$$

**B).** Να υπολογιστούν οι συνελίξεις

$$B1) y(t) = \text{sinc}(t) * \text{sinc}(t)$$

$$B2) y(t) = \text{sinc}^2(t) * \text{sinc}(t)$$

**Γ).** Έστω  $x(t) = \frac{W}{\pi} \left( \frac{\sin(Wt)}{Wt} \right)^2, t \in \mathbb{R}$ .

**Γ1).** Να υπολογίσετε το φάσμα του σήματος  $y(t) = x(t) \cos(\omega_c t)$  (και να σχεδιάσετε το φάσμα πλάτους), στην περίπτωση που  $2\pi f_c = 2W$ .

**Γ2).** Το  $y(t)$  φιλτράρεται με ένα ιδανικό χαμηλοπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής ίση με  $2\pi f_s = 2W$ , και παράγεται το σήμα  $z(t)$ . Να σχεδιάσετε το μέτρο φάσματος του φιλτραρισμένου σήματος  $z(t)$ .

**Γ3).** Πώς μπορούμε να ανακτήσουμε το αρχικό σήμα  $x(t)$  από το  $z(t)$ ;

**Ενδεικτική Μεθοδολογία:** Χρήση ιδιοτήτων Μετασχηματισμού Fourier και μετασχηματισμών Fourier

βασικών σημάτων. Θεωρήστε γνωστό το ζεύγος μετασχηματισμών  $e^{-a|t|} \Leftrightarrow \frac{2a}{\Omega^2 + a^2}, \text{Re}(a) > 0$

05.

$$4) e^{-a|t|} \xleftrightarrow{F} \frac{2a}{\Omega^2 + a^2} = \frac{2a}{(2\eta f)^2 + a^2} \quad \text{Re}(a) > 0$$

$\Omega = 2\eta f$

$$\frac{d}{dt} [e^{-|t|}] \xleftrightarrow{F} j 2\eta f \text{ MF}[e^{-|t|}]$$

$$e^{-|t|} \xleftrightarrow{F} \frac{2}{(2\eta f)^2 + 1} = \frac{2}{4\eta^2 f^2 + 1} = \text{MF}[e^{-|t|}]$$

Άρα  $\frac{d}{dt} [e^{-|t|}] = j 2\eta f \frac{2}{4\eta^2 f^2 + 1}$

$$5) x(t) = \frac{4 \cos 2t}{t^2 + 1} = \frac{4}{t^2 + 1} \cdot \cos(2t) =$$

$\downarrow$   
 $g(t)$

$$= g(t) \cdot \cos\left(2\eta \frac{1}{n} |t|\right) \leftrightarrow \frac{1}{2} \left[ G\left(f - \frac{1}{n}\right) + G\left(f + \frac{1}{n}\right) \right]$$

Ισχύει ότι

$$e^{-|t|} \xleftrightarrow{F} \frac{2}{4\eta^2 f^2 + 1} \xleftrightarrow{\text{ιδιότητα αλλαγής κλίμακας}} e^{-2\eta \cdot |t|} \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2\eta} \cdot \frac{2}{4\eta^2 \left(\frac{f}{2\eta}\right)^2 + 1}$$

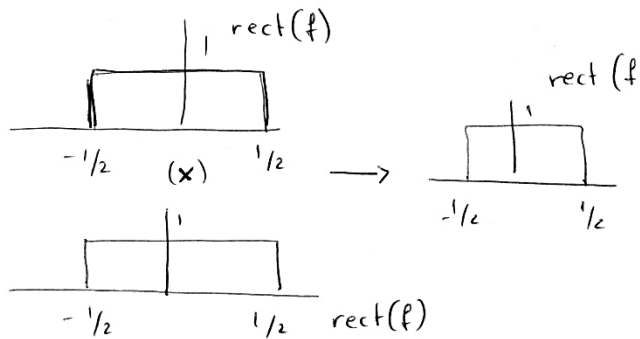
$$\Leftrightarrow e^{-2\eta|t|} \xleftrightarrow{F} \frac{1}{\eta} \cdot \frac{1}{f^2 + 1} \Leftrightarrow \eta \cdot e^{-2\eta|t|} \xleftrightarrow{F} \frac{1}{f^2 + 1}$$

Με συνισμό και διαφυστικότητα  $\rightarrow \frac{4}{t^2 + 1} \xleftrightarrow{F} \frac{4}{4\eta} e^{-2\eta|f|} = 4\eta e^{-2\eta|f|} = G(f)$

Αρα

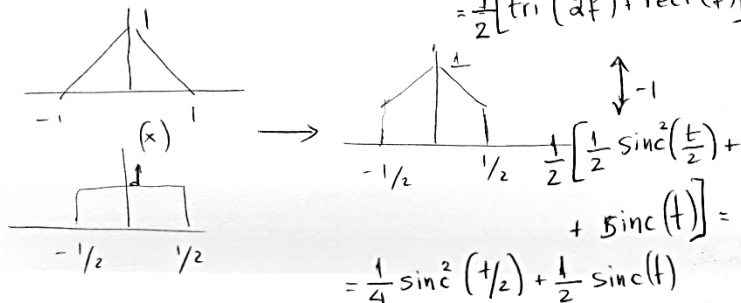
$$\begin{aligned}
 x(t) &= \frac{4}{t^2+1} \cos(\Omega t) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2} \left[ 4\eta e^{-2\eta|f-\frac{1}{\eta}|} + 4\eta e^{-2\eta|f+\frac{1}{\eta}|} \right] \\
 &= 2\eta \left[ e^{-2\eta|f-\frac{1}{\eta}|} + e^{-2\eta|f+\frac{1}{\eta}|} \right] \\
 &= 2\eta \left[ e^{-|2\eta f-2|} + e^{-|2\eta f+2|} \right] = 2\eta \left[ e^{-|\Omega-2|} + e^{-|\Omega+2|} \right]
 \end{aligned}$$

b<sub>1</sub>)  $\text{sinc}(t) * \text{sinc}(t) \xleftrightarrow{} \text{rect}(f) \cdot \text{rect}(f) = \text{rect}(f) \xleftrightarrow{} \text{sinc}(t)$



άρα  $\text{sinc}(t) * \text{sinc}(t) = \text{sinc}(t)$ .

b<sub>2</sub>)  $\text{sinc}^2(t) * \text{sinc}(t) = \text{tri}(f) \cdot \text{rect}(f) = \frac{1}{2} \left[ \text{tri}\left(\frac{f}{1/2}\right) + \text{rect}(f) \right] = \frac{1}{2} \left[ \text{tri}(2f) + \text{rect}(f) \right]$



$$\gamma) x(t) = \frac{W}{\eta} \left( \frac{\sin(Wt)}{Wt} \right)^2 \quad t \in \mathbb{R} \quad 3$$

$$x(t) = \frac{W}{\eta} \cdot \left( \frac{\sin\left(\eta \frac{W}{\eta} t\right)}{\eta \frac{W}{\eta} t} \right)^2 = \frac{W}{\eta} \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{W}{\eta} t\right) \xleftrightarrow{F}$$

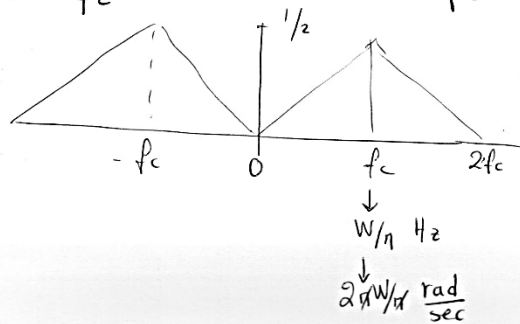
$$\xleftrightarrow{F} \quad \text{tri}\left(\frac{f}{W/\eta}\right) = X(f)$$

$$\delta) y(t) = x(t) \cos(\omega_c t) = x(t) \cdot \cos\left(\eta \frac{\omega_c}{2\eta} t\right) \xleftrightarrow{F}$$

$$\xleftrightarrow{F} \frac{1}{2} \left[ X\left(f - \frac{\omega_c}{2\eta}\right) + X\left(f + \frac{\omega_c}{2\eta}\right) \right] =$$

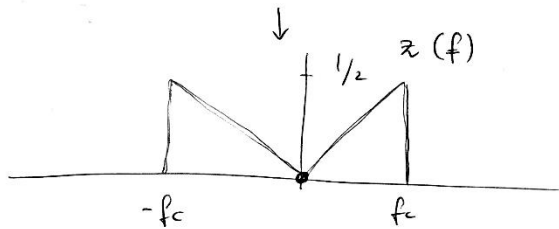
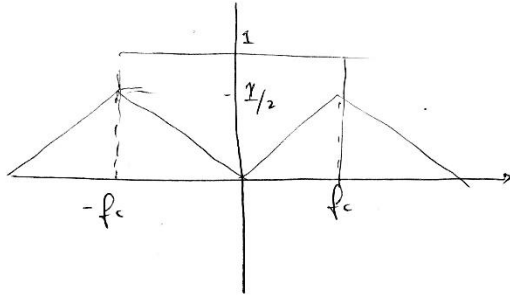
$$= \frac{1}{2} \left[ \text{tri}\left(\frac{f - \frac{\omega_c}{2\eta}}{W/\eta}\right) + \text{tri}\left(\frac{f + \frac{\omega_c}{2\eta}}{W/\eta}\right) \right] \quad \begin{matrix} \omega_c f_c = 2W \\ \Leftrightarrow W = \eta f_c \end{matrix}$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \text{tri}\left(\frac{f - f_c}{f_c}\right) + \text{tri}\left(\frac{f + f_c}{f_c}\right) \right]$$



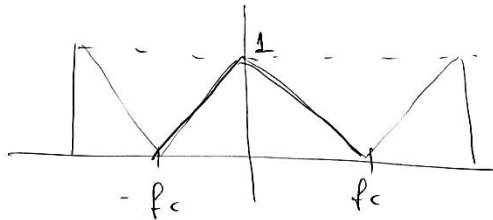
ΕΑΠ / ΠΛΗ22 / ΑΘΗ.3 / έκτακτη ΟΣΣ /  
23.06.2019 / Ν.Δημητρίου

$$H_{BP} 2\eta f_s = 2W \Rightarrow f_s = \frac{W}{\eta} (= f_c)$$



$$z(f) * [2\delta(f-f_c) + 2\delta(f+f_c)] =$$

$$= 2z(f-f_c) + 2z(f+f_c)$$



+ βαθμωπαιό φίτιπιο  $H_{BP}(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{2f_c}\right)$

$$\hookrightarrow \text{tri}\left(\frac{f}{2f_c}\right) = \text{tri}\left(\frac{f}{W/\eta}\right)$$

ΕΑΠ / ΠΛΗ22 / ΑΘΗ.3 / έκτακτη ΟΣΣ /  
23.06.2019 / Ν.Δημητρίου

# Ψηφιακές Επικοινωνίες

# Διερεύνηση Περιοδικότητας

- Πεδίο του χρόνου: Σήμα σε μορφή αθροίσματος περιοδικών με περιόδους  $T_1, T_2, \dots, T_N$

Κριτήριο:  $\exists m_1, m_2, \dots, m_N$  φυσικοί ώστε  $T_{\text{στ}} = m_1 T_1 = m_2 T_2 = \dots = m_N T_N$

- Πεδίο των συχνοτήτων:

Το φάσμα πλάτους να είναι διακριτό  
(παλμοί  $\delta(f - f_i)$  σε συχνότητες  $f_1, f_2, \dots, f_N$ ).

Κριτήριο:  $\exists m'_1, m'_2, \dots, m'_N$  φυσικοί ώστε  $f_{\text{στ}} = m'_1 f_1 = m'_2 f_2 = \dots = m'_N f_N$

ΓΕ2/1819/Θ2, ΓΕ3/1819/Θ1

ΕΞ2018Α/Θ2, ΕΞ2018Β/Θ1

Ασκήσεις

ΓΕ2/1718/Θ3, 7α.

ΕΞ 2017Β/Θ1    ΕΞ 2015Β/Θ2  
2017Α/Θ6    ΕΞ 2015Α/Θ1



ΜΣ Fourier.

$$\cos(2\pi f_0 t) \xrightarrow{F} \frac{1}{2} \{ \delta(f-f_0) + \delta(f+f_0) \} \quad \sin(2\pi f_0 t) \xrightarrow{F} \frac{1}{2j} \{ \delta(f-f_0) - \delta(f+f_0) \}$$

$$\text{sinc}(t) \xrightarrow{F} \text{rect}(f) \quad \text{rect}(t) \xrightarrow{F} \text{sinc}(f)$$

$$\text{sinc}^2(t) \xrightarrow{F} \text{tri}(f) \quad \text{tri}(t) \xrightarrow{F} \text{sinc}^2(f)$$

Σημ.

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$

Βασικές ιδιότητες

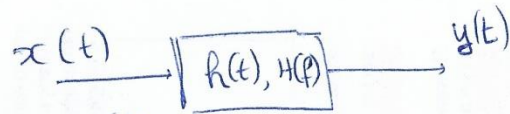
$$x(t) \xrightarrow{F} X(f) \Leftrightarrow x(at) \xrightarrow{F} \frac{1}{|a|} X\left(\frac{f}{a}\right), \quad a > 0$$

$$x(t) \xrightarrow{F} X(f) \Leftrightarrow x(t-t_0) \xrightarrow{F} e^{-j2\pi f t_0} X(f)$$

$$x(t) \xrightarrow{F} X(f) \Leftrightarrow e^{j2\pi f_0 t} x(t) \xrightarrow{F} X(f-f_0)$$

$$x(t) * g(t) \xrightarrow{F} X(f) \cdot G(f)$$

# Ιδανικά φίλτρα.



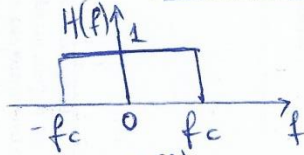
$$y(t) = x(t) * h(t)$$

κρουστική απάντηση

$$Y(f) = X(f) \cdot H(f)$$

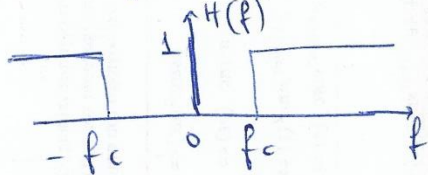
Γωνία μεταφοράς (απόκριση συχνότητας)

Βαθμη ερατό



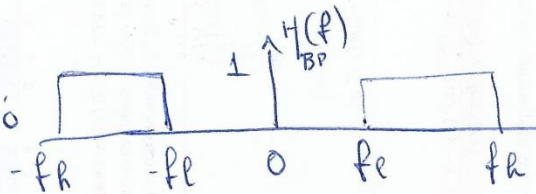
$$H(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{2f_c}\right)$$

Υψηλερατό



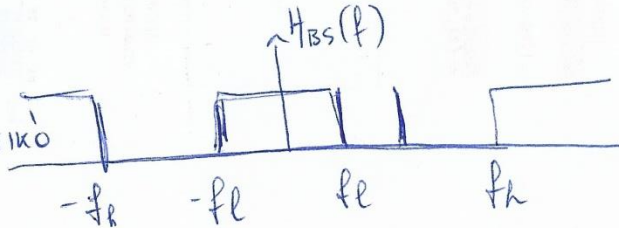
$$H(f) = 1 - \text{rect}\left(\frac{f}{2f_c}\right)$$

Ζωροπερατό



$$H_{BP}(f) = \text{rect}\left(\frac{f - \frac{fl+fr}{2}}{fr-fl}\right) + \text{rect}\left(\frac{f + \frac{fl+fr}{2}}{fr-fl}\right)$$

Ζωροδρακτικό



$$H_{BS}(f) = 1 - H_{BP}(f)$$

Διαμόρφωση πλάτους  
 Σήμα  $x(t)$  με εύρος ζώνης  $f_x$  ← σήμα πληροφορίας/πηνύματος

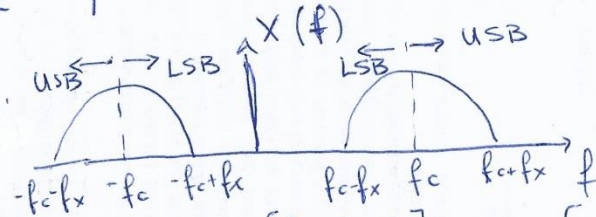
DSB:  $x_{DSB}(t) = x(t) \cdot A_c \cos(2\pi f_c t)$

$X_{DSB}(f) = \frac{A_c}{2} \cdot \{ X(f-f_c) + X(f+f_c) \}$       Εύρος Ζώνης  
 $W_{DSB} = 2f_x$

AM:  $x_{AM}(t) = \{ 1 + x(t) \} A_c \cos(2\pi f_c t)$

Εύρος Ζώνης  
 $W_{AM} = 2f_x$

$X_{AM}(f) = \frac{A_c}{2} \{ X(f-f_c) + X(f+f_c) \} + \frac{A_c}{2} \{ \delta(f-f_c) + \delta(f+f_c) \}$



SSB:

Εύρος Ζώνης  
 $W_{SSB} = f_x$

Άνω η πλευρά USB: Λήψη μέρους συχνοτήτων  $[f_c, f_c+f_x]$  και  $[-f_c-f_x, -f_c]$   
 Κάτω η πλευρά LSB: Λήψη " "  $[f_c-f_x, f_c]$  και  $[-f_c, -f_c+f_x]$

Ασκήσεις  
 ΓΕ2/02, 4, 5  
 ΕΞ2017B/02    ΕΞ2015A/02  
 ΕΞ2017A/01

ΓΕ3/1819/02

# Διαμόρφωση Γωνιας

$$x_m(t) = A_c \cos \{ 2\pi f_c t + \phi(t) \}$$

$\uparrow$  περιέχεται  
 σήμα πληροφορίας / μηνύματος εύρους ζώνης  $f_x$   
 (βλ. τέλος διαφάνειας)

Στιγναια Γωνια:  $\theta(t) = 2\pi f_c t + \phi(t)$  (σε rad)

Στιγναια κυκλική συχνότητα:  $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = 2\pi f_c + \frac{d\phi(t)}{dt}$  (σε  $\frac{rad}{sec}$ )

Στιγναια Συχνότητα:  $f(t) = \frac{\omega(t)}{2\pi} = f_c + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$  (σε Hz)

Στιγναια Απόκλιση Συχνότητας:  $\Delta f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$

Λόγος Απόκλισης:  $\frac{\max |\Delta f(t)|}{f_x} = \frac{\max \left| \frac{d\phi(t)}{dt} \right|}{2\pi f_x}$

Εύρος Ζώνης Διαμορφωμένου σήματος  
 (Κανόνας Carson)  $W = 2(D+1) f_x$

Διαμόρφωση Γωνιας:
 

- Διαμόρφωση φάσης (PM)  $\phi(t) = k_f x(t)$   $\nearrow$  σήμα πληροφορίας
- Διαμόρφωση Συχνότητας (FM)  $\phi(t) = k_f \int_{-\infty}^t x(\lambda) d\lambda$

Σχετικές Αποκρίσεις ΓΕ3/1718/03,4 ΕΞ 2018Α/02 ΕΞ 2015Α/01 σήμα πληροφορίας

ΓΕ3/1819/04,6

ΕΞ2018B/02δ



## Διερεύνηση Δειγματοληψίας

- Σήμα  $x(t)$  με φάσμα περιορισμένου εύρους  $f_{max}$

$$X(f) \neq 0, \quad |f| < f_{max}$$

$$X(f) = 0, \quad |f| > f_{max}$$

- Ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας (Nyquist)

$$f_{s, min} = 2 f_{max}$$

- Έκφραση στο πεδίο του χρόνου. (Δειγματοληπτό σήμα)  
με συχν. δειγματοληψίας  $f_s$ .  
" περίοδο " "  $T_s = \frac{1}{f_s}$

$$x_s(n) = x(t) \\ t \rightarrow nT_s$$

- Φάσμα δειγματοληπτού σήματος

$$X_s(f) = f_s \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f - m f_s)$$

Ασκίσεις.

ΓΕ3/1718/Θ1

ΕΞ 2017Β/Θ1, 2017Α/Θ1  
2016Α/Θ6, Θ1

### Διαμόρφωση PCM

Σήμα  $x(t)$  } Δειγματίζεται με συχνότητα δειγματοληψίας  
 Περιορισμένου εύρους  $f_{max}$   
 δηλ.  $|x(t)| \neq 0, |f| \leq f_{max}$   
 $|x(f)| = 0, |f| > f_{max}$

$f_s \geq f_{s, min} = 2 f_{max}$  (samples/sec)

Υποθέτουμε  $L$  στάθμες κβάντισης (samples)

Διαδικά bits / στάθμη κβάντισης :  $\eta = \lceil \log_2(L) \rceil$  (bits/sample)

Ρυθμός μετάδοσης δειγματοληπτού σήματος :  $R_s = f_s \left( \frac{\text{samples}}{\text{sec}} \right) \cdot \eta \left( \frac{\text{bits}}{\text{sample}} \right) = f_s \cdot \eta \left( \frac{\text{bits}}{\text{sec}} \right) = f_s \cdot \log_2 L$

Διαδικά κανάλια : μεταφέρουν  $2 \frac{\text{bits/sec}}{\text{Hz}}$

Άρα Εύρος ζώνης PCM :  $B_{PCM} \geq \frac{1}{2} f_s \cdot \log_2 L$  (Hz)

Για ομοιόμορφη κβάντιση : Σηματοθροβικός λόγος κβάντισης  
 $SNR_q = 10 \log_{10}(L^2) = 20 \log_{10}(L)$  (dB)

Ασκήσεις

ΓΕ3/1819/06, ΓΕ5/1819/05

ΓΕ3/1718/02, ΕΞ2013Α/02

## **ΘΕΜΑ 2**    ΕΞ 2015B

Με δεδομένο το σήμα  $x(t) = 4\text{sinc}(4t)$  να υπολογίσετε την περίοδο (αν υπάρχει) και την ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας για καθένα από τα παρακάτω σήματα:

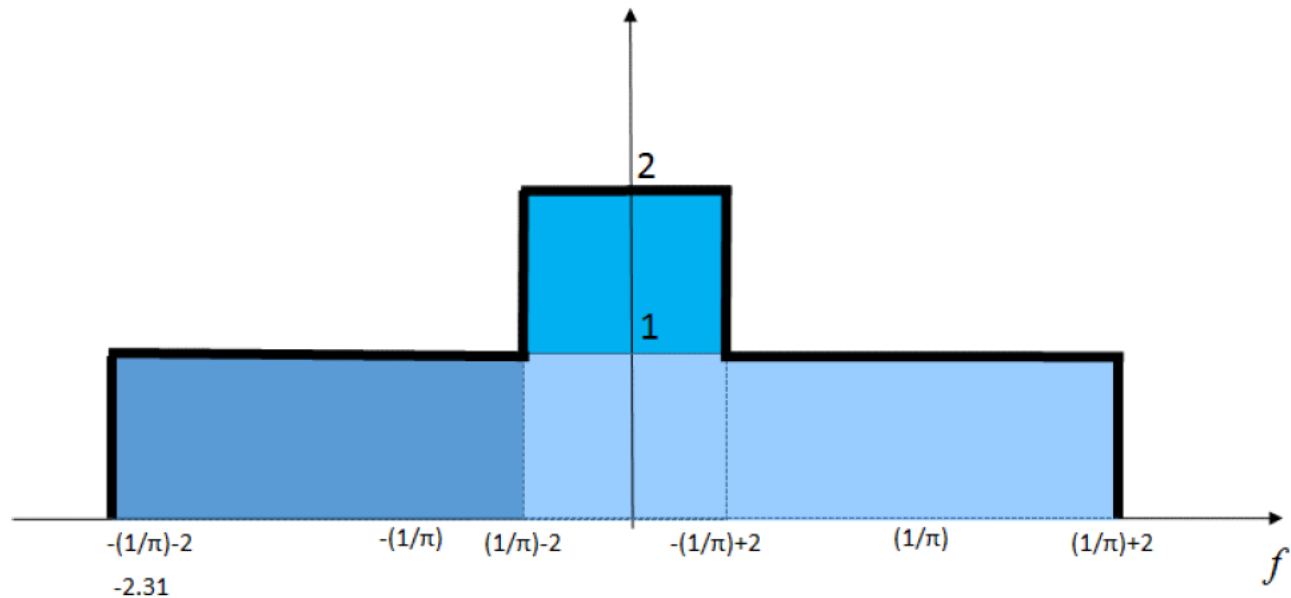
**α)**  $x(t)2\cos(2t)$  (7 μονάδες)

**β)**  $x^2(t)2\cos(2t)$  (7 μονάδες)

**γ)**  $\frac{x^2(t)2\cos(2t)}{\pi F^{-1}\left\{\text{tri}\left(\frac{f}{4}\right)\right\}}$  (6 μονάδες)

(Σύνολο μονάδων 20)

$$\alpha) x(t)2\cos(2t) \stackrel{F}{\leftrightarrow} \text{rect}\left(\frac{f}{4}\right) * \left\{ \delta\left(f - \frac{1}{\pi}\right) + \delta\left(f + \frac{1}{\pi}\right) \right\} = \text{rect}\left(\frac{f - \frac{1}{\pi}}{4}\right) + \text{rect}\left(\frac{f + \frac{1}{\pi}}{4}\right)$$



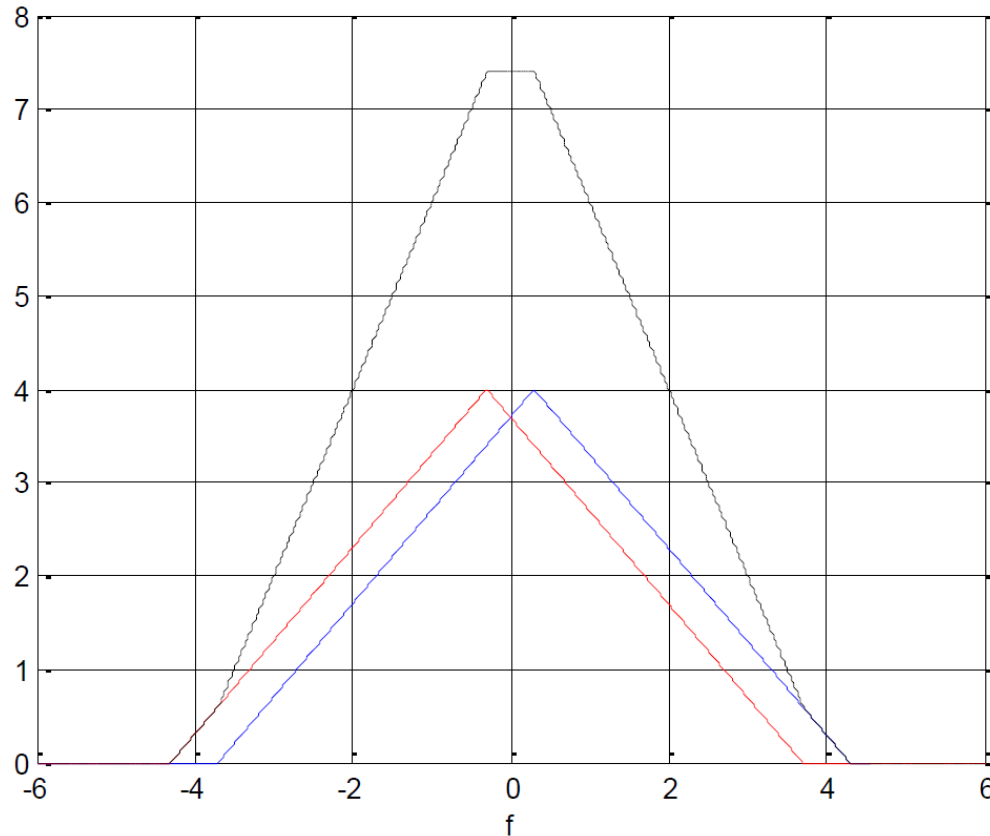
Το σήμα δεν είναι περιοδικό γιατί εμφανίζει συνέχεια στη συχνότητα.

Η μέγιστη συχνότητα είναι  $f_{max} = \frac{1}{\pi} + 2$  και επομένως  $f_{s,min} = 2\left(\frac{1}{\pi} + 2\right)$



$$\beta) x^2(t)2\cos(2t) = 16\text{sinc}^2(4t) 2\cos(2t) \stackrel{F}{\leftrightarrow} 4\text{tri}\left(\frac{f}{4}\right) * \left\{ \delta\left(f - \frac{1}{\pi}\right) + \delta\left(f + \frac{1}{\pi}\right) \right\} =$$

$$= 4 \left\{ \text{tri}\left(\frac{f - \frac{1}{\pi}}{4}\right) + \text{tri}\left(\frac{f + \frac{1}{\pi}}{4}\right) \right\}$$



Σημ: Δεν χρειαζόταν το ακριβές σχήμα στην απάντηση

Το σήμα δεν είναι

περιοδικό γιατί εμφανίζει συνέχεια στη συχνότητα.

Η μέγιστη συχνότητα είναι  $f_{max} = \frac{1}{\pi} + 4$  και επομένως  $f_{s,min} = 2\left(\frac{1}{\pi} + 4\right)$

$$\gamma) \frac{x^2(t)2\cos(2t)}{\pi F^{-1}\left\{\text{tri}\left(\frac{f}{4}\right)\right\}} = \frac{x^2(t)2\cos(2t)}{\pi 4\text{sinc}^2(4t)} = \frac{4*4\text{sinc}^2(4t)2\cos(2t)}{\pi 4\text{sinc}^2(4t)} = \frac{8}{\pi} \cos(2t)$$

Το σήμα αυτό είναι περιοδικό με συχνότητα  $1/\pi$ , περίοδο  $\pi$  και  $f_{s,\min} = 2/\pi$

**ΘΕΜΑ 1**

Να υπολογίσετε τις τιμές του  $a > 0$  για τις οποίες ισχύει η κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

α) Το σήμα  $\cos(2\pi at) + \sin(2\pi f_2 t)$  είναι περιοδικό. (3 μονάδες)

β) Το σήμα  $\cos(2\pi f_1 t) * a \operatorname{sinc}(at)$  είναι περιοδικό. (3 μονάδες)

γ) Ισχύει ότι  $a \operatorname{sinc}(at) * g(t) = g(t)$  όπου  $g(t) \xleftrightarrow{F} G(f)$  και  $G(f) > 0, |f| < 60$   
 $G(f) = 0, |f| > 60$  (4 μονάδες)

δ) Η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας κατά Nyquist του  $x(t) = a \operatorname{sinc}(at) \cdot 100a \operatorname{sinc}^2(100at)$  είναι 804Hz. (6 μονάδες)

ε) Το εύρος ζώνης του σήματος που προκύπτει από διαμόρφωση FM συνημιτονικού φέροντος από σήμα πληροφορίας  $x(t) = a \operatorname{sinc}^3(100t)$  με  $k_f = 50\pi$  είναι 600Hz. (6 μονάδες)

[Υπόδειξη: ο τελεστής \* αντιστοιχεί σε συνέλιξη]

(Σύνολο μονάδων 22)

(α) Για το  $\cos(2\pi at) + \sin(2\pi f_2 t)$  έχουμε

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{f_2}} = \frac{f_2}{a}$$

Το σήμα θα είναι περιοδικό αν ο λόγος των περιόδων είναι ρητός δηλ.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{f_2}} = \frac{f_2}{a} = \frac{m}{n} \Leftrightarrow a = \frac{n}{m} f_2$$

**(β)** Έχουμε:

$$\cos(2\pi f_1 t) * a \operatorname{sinc}(at) \xrightarrow{F} \frac{1}{2} [\delta(f - f_1) + \delta(f + f_1)] \cdot \operatorname{rect}\left(\frac{f}{a}\right) \text{ δηλ. διέλευση ενός τόνου από βαθυπερατό}$$

φίλτρο με συχνότητα αποκοπής  $a/2$ .

Για να είναι περιοδικό το  $\cos(2\pi f_1 t) \cdot a \operatorname{sinc}(at)$  θα πρέπει η συχνότητα  $f_1$  να είναι μικρότερη από το εύρος

$$\text{ζώνης του φίλτρου δηλ } f_1 \leq \frac{a}{2} \Leftrightarrow a \geq 2f_1$$

(γ)  $a \operatorname{sinc}(at) * g(t) \xrightarrow{F} \operatorname{rect}\left(\frac{f}{a}\right) G(f)$  δηλ. διέλευση του φάσματος  $G(f)$  από βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής  $a/2$ .

$\operatorname{rect}\left(\frac{f}{a}\right) G(f) = G(f)$  δηλ. το  $G(f)$  διέρχεται αυτούσιο από το φίλτρο εφόσον  $\frac{a}{2} \geq 60 \Leftrightarrow a \geq 120$

(δ) Η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας κατά Nyquist του  $x(t) = a \sin c(at) \cdot 100a \sin c^2(100at)$  είναι 804Hz

Είναι

$$x(t) = a \sin c(at) \cdot 100a \sin c^2(100at) \xrightarrow{F} \text{rect}\left(\frac{f}{a}\right) * \text{tri}\left(\frac{f}{100a}\right) = X(f)$$

Η μέγιστη συχνότητα της συνέλιξης των 2 φασμάτων αντιστοιχεί στο άθροισμα των επιμέρους μέγιστων

συχνοτήτων, δηλ.  $f_{\max} = \frac{a}{2} + 100a = \frac{201a}{2}$

Συνεπώς, η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας είναι  $f_{s,\min} = 2 \frac{201a}{2} = 201a = 804 \Leftrightarrow a = 4$

$$\text{(ε)} \quad x(t) = a \operatorname{sinc}^3(100t) = a \cdot \operatorname{sinc}(100t) \operatorname{sinc}^2(100t) \xrightarrow{F} a \frac{1}{100} \operatorname{rect}\left(\frac{f}{100}\right) * \frac{1}{100} \operatorname{tri}\left(\frac{f}{100}\right)$$

Μέγιστο πλάτος :  $\alpha$

Εύρος ζώνης:  $50+100=150\text{Hz}$

$$\text{Μέγιστη απόκλιση συχνότητας } \Delta f_{\max} = \frac{k_f}{2\pi} \max(|x(t)|) = \frac{50\pi}{2\pi} \alpha = 25\alpha \text{ Hz}$$

και ο λόγος απόκλισης είναι

$$D = \frac{25\alpha}{150} = \frac{\alpha}{6}$$

Άρα με βάση τον κανόνα Carson έχουμε:

$$W = 2\left(\frac{\alpha}{6} + 1\right) \cdot 150 \text{ Hz} = 600 \text{ Hz} \Leftrightarrow \frac{\alpha}{6} + 1 = 2 \Leftrightarrow \alpha = 6$$



## **ΘΕΜΑ 2**

ΕΞ 2015B

**α)** Να σχεδιάσετε το φάσμα του σήματος  $x(t) = [40\text{sinc}(20t) - 5\text{sinc}^2(5t)] * 10\text{sinc}(10t)$  και κατόπιν να απλοποιήσετε την έκφρασή του στο πεδίο του χρόνου. *(12 μονάδες)*

**β)** Να σχεδιάσετε το φάσμα της κάτω πλευρικής του διαμορφωμένου κατά DSB σήματος, με φέρον μοναδιαίου πλάτους και συχνότητας 1KHz. Κατόπιν να υπολογίσετε την κρουστική συνάρτηση του απαιτούμενου βαθυπερατού φίλτρου για να πάρετε την κάτω πλευρική του διαμορφωμένου κατά DSB σήματος. *(10 μονάδες)*

α)

$$\text{sinc}^2(t) \xleftrightarrow{F} \text{tri}(f) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a \cdot \text{sinc}^2(at) \xleftrightarrow{F} \text{tri}\left(\frac{f}{a}\right)$$

και αντίστοιχα

$$\text{sinc}(t) \xleftrightarrow{F} \text{rect}(f)$$

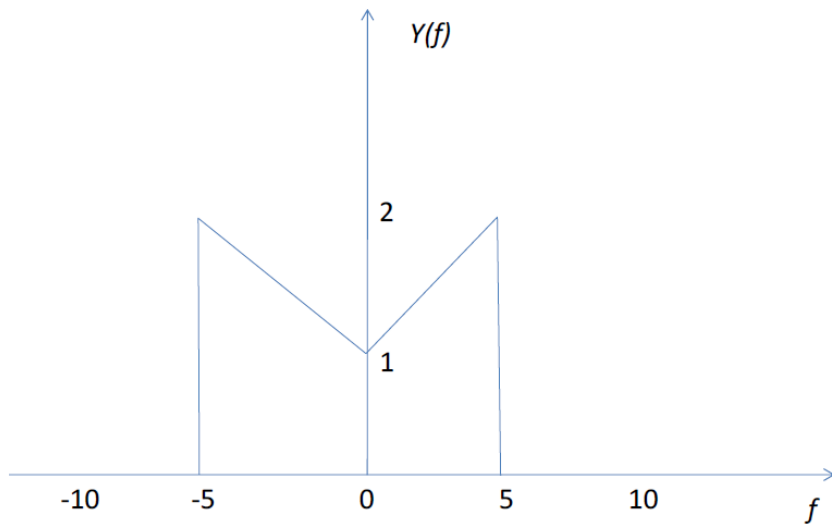
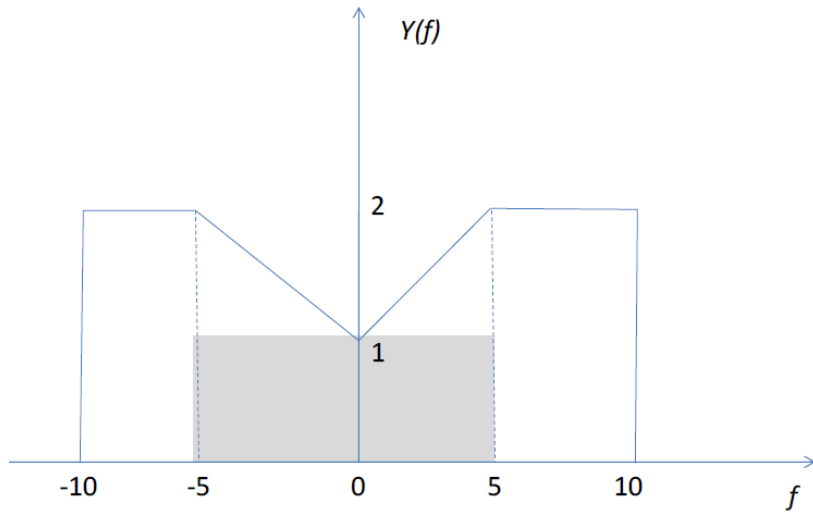
$$a \text{sinc}(at) \xleftrightarrow{F} \text{rect}\left(\frac{f}{a}\right)$$

Επομένως

$$x(t) = [2 * 20 \text{sinc}(20t) - 5 \text{sinc}^2(5t)] * 10 \text{sinc}(10t)$$

$$Y(f) = \left[ 2 \text{rect}\left(\frac{f}{20}\right) - \text{tri}\left(\frac{f}{5}\right) \right] \text{rect}\left(\frac{f}{10}\right)$$

με φάσμα



Με βάση το πιο πάνω σχήμα παρατηρούμε ότι

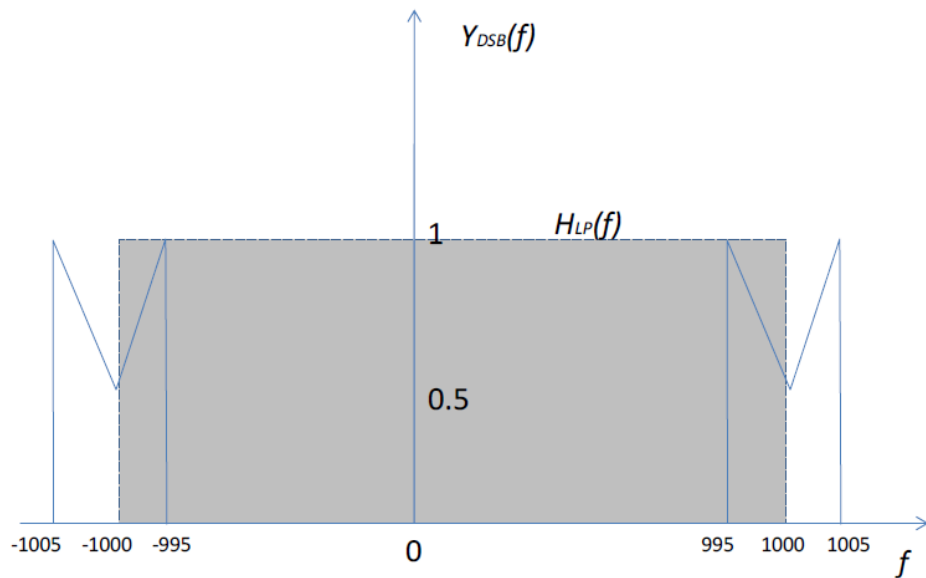
$$Y(f) = \left[ 2 \operatorname{rect}\left(\frac{f}{20}\right) - \operatorname{tri}\left(\frac{f}{5}\right) \right] \operatorname{rect}\left(\frac{f}{10}\right) = 2 \operatorname{rect}\left(\frac{f}{10}\right) - \operatorname{tri}\left(\frac{f}{5}\right)$$

το οποίο έχει αντίστροφο ΜΣ Fourier

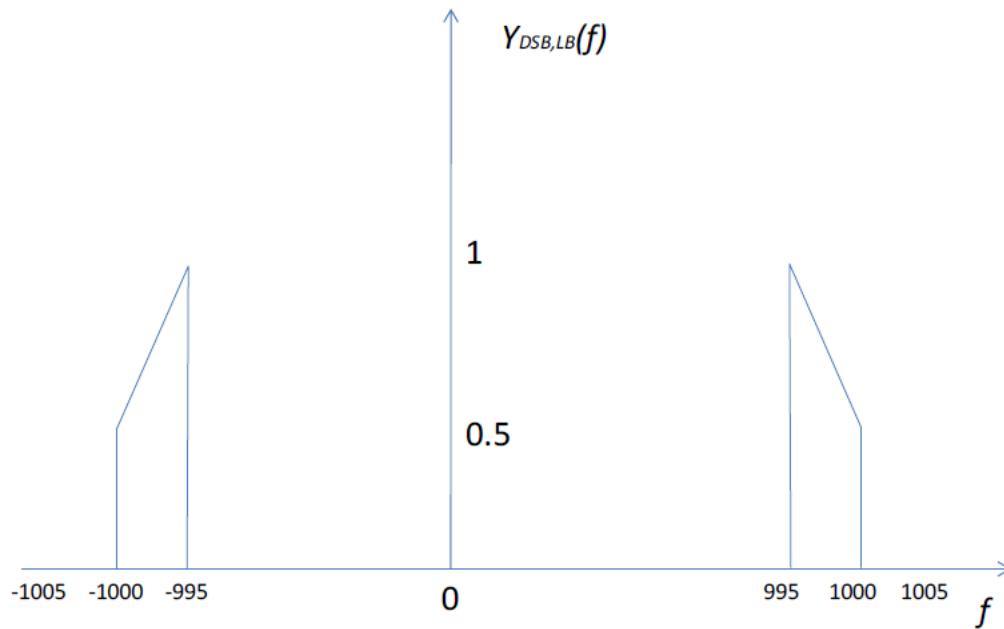
$$x(t) = 2 * 10 \operatorname{sinc}(10t) - 5 \operatorname{sinc}^2(5t)$$

β)

Το  $Y(f)$  διαμορφώνεται κατά DSB με φέρον μοναδιαίου πλάτους και συχνότητας 1KHz. Το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος είναι:



και το διαμορφωμένο κάτω πλευρικής με κατάλληλη χρήση βαθυπερατού φίλτρου εύρους 1KHz, θα είναι



οπότε η συνάρτηση μεταφοράς του απαιτούμενου βαθυπερατού φίλτρου είναι

$$H(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{2000}\right)$$

και η κρουστική απόκριση

$$h(t) = 2000\text{sinc}(2000t)$$

**ΘΕΜΑ 2**

ΕΞ 2013Α

Δίνεται το σήμα  $X(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{4a}\right)$ .

**α)** Να προσδιοριστούν για το σήμα  $y(t) = x(t) + \frac{1}{2}x\left(\frac{t}{2}\right)$ , οι εκφράσεις του δειγματοσιμένου σήματος στο πεδίο του χρόνου  $y_\delta(n)$ . (5 μονάδες)

**β)** Να εξηγήσετε αν τα παρακάτω σήματα είναι περιοδικά και να υπολογιστούν οι περίοδοι (αν υπάρχουν)

*i)*  $y(t)$  και (3 μονάδες)

*ii)*  $z(t) = \frac{\mathfrak{F}^{-1}\left\{X(f) * [\delta(f-20) + \delta(f+20)]\right\}}{2a\pi \sin c(4at)}$ , (7 μονάδες)

(όπου με  $\mathfrak{F}^{-1}\{\}$  εννοείται αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier και με  $*$  εννοείται η πράξη της συνέλιξης).

**γ)** Προκειμένου να μεταδοθούν τα σήματα  $y(t)$  και  $z(t)$  κάθε ένα θα υποστεί δειγματοληψία σε ρυθμό Nyquist, θα κωδικοποιηθεί κατά PCM με 8 bits και κατόπιν θα μεταδοθούν και τα δύο με πολυπλεξία FDMA. Να υπολογιστεί το συνολικό απαιτούμενο εύρος ζώνης αν  $a=10$ . (5 μονάδες)

**α)**

$$X(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{4a}\right) \leftrightarrow 4a \sin c(4at) = x(t)$$

$$y(t) = x(t) + \frac{1}{2}x\left(\frac{t}{2}\right) = 4a \sin c(4at) + \frac{1}{2}4a \sin c\left(4a \frac{t}{2}\right) = 4a \sin c(4at) + 2a \sin c(2at)$$

$$y(t) = 4a \sin c(4at) + 2a \sin c(2at) \leftrightarrow \text{rect}\left(\frac{f}{4a}\right) + \text{rect}\left(\frac{f}{2a}\right) = Y(f)$$

Παρατηρούμε ότι έχουμε άθροισμα δύο σημάτων βασικής ζώνης με εύρος  $4a$  ( $f_{max}=2a$ ) και  $2a$  ( $f_{max}=a$ ) αντίστοιχα. Άρα  $f_{max}=2a$  και επομένως η συχνότητα δειγματοληψίας Nyquist είναι  $f_{s,min}=4a$ .

Άρα το δειγματοσιμμένο σήμα στο πεδίο του χρόνου  $y_\delta(n)$  είναι:

$$\begin{aligned} y_\delta(n) &= y(t) \Big|_{t=nT_s} = 4a \sin c\left(4an \frac{1}{f_{s,min}}\right) + 2a \sin c\left(2an \frac{1}{f_{s,min}}\right) = \\ &= 4a \sin c\left(4an \frac{1}{4a}\right) + 2a \sin c\left(2an \frac{1}{4a}\right) = \\ &= 4a \sin c(n) + 2a \sin c\left(\frac{n}{2}\right) \end{aligned}$$

**β)**

(i) Το σήμα  $y(t)$  δεν είναι περιοδικό γιατί το φάσμα του είναι συνεχές

(ii)

$$\begin{aligned} z(t) &= \frac{\mathfrak{F}^{-1}\left\{X(f) * [\delta(f - 20) + \delta(f + 20)]\right\}}{2a\pi \operatorname{sinc}(4at)} = \frac{x(t)2 \cos(2\pi 20t)}{2a\pi \operatorname{sinc}(4at)} = \\ &= \frac{4a \operatorname{sinc}(4at)2 \cos(2\pi 20t)}{2a\pi \operatorname{sinc}(4at)} \Leftrightarrow z(t) = \frac{4}{\pi} \cos(2\pi 20t) \end{aligned} \quad (\text{A})$$

Άρα το σήμα αυτό είναι περιοδικό με περίοδο 1/20 sec.



γ)

Σύμφωνα με την ανάλυση στο ερώτημα 1), η συχνότητα δειγματοληψίας για το  $y(t)$  είναι  $f_{s,\min}=4a$  samples/sec.

Το αντίστοιχο εύρος ζώνης θα είναι

$$\frac{1}{2} f_{s,\min} N = \frac{1}{2} 4a \cdot 8 = 16a \text{ Hz}$$

Από την (Α) βλέπουμε ότι

$Z(f) = \frac{2}{\pi} (\delta(f - 20) + \delta(f + 20))$ , άρα η συχνότητα δειγματοληψίας για το  $z(t)$  είναι  $f'_{s,\min}=40\text{Hz}$ . Το

αντίστοιχο εύρος ζώνης θα είναι

$$\frac{1}{2} f'_{s,\min} N = \frac{1}{2} 40 \cdot 8 = 160 \text{ Hz}$$

Επομένως συνολικά απαιτείται εύρος ζώνης  $16a+160=320$  Hz.

# Θεωρία Πληροφορίας

χ.τ.φ.  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  Πιθανότητες

$$\sum_{i=1}^n P(x_i) = 1 \quad 0 \leq P(x_i) \leq 1$$

Ομοιόμορφη κατανομή  $P(x_i) = \frac{1}{n}$

Συνδυαστέα πιθανότητα  $P(x_i \text{ και } y_j) = P(x_i, y_j)$

Υπό συνθήκη πιθανότητα  $P(x_i \text{ ΔΕΔΟΜΕΝΟΥ } y_j) = P(x_i/y_j) = \frac{P(x_i, y_j)}{P(y_j)}$

Μέση τιμή τ.φ.  $E(x) = \sum_{i=1}^n x_i P(x_i)$

$$\Leftrightarrow P(x_i, y_j) = P(x_i/y_j) P(y_j) \\ = P(y_j/x_i) P(x_i)$$

Ποσότητα Πληροφορίας

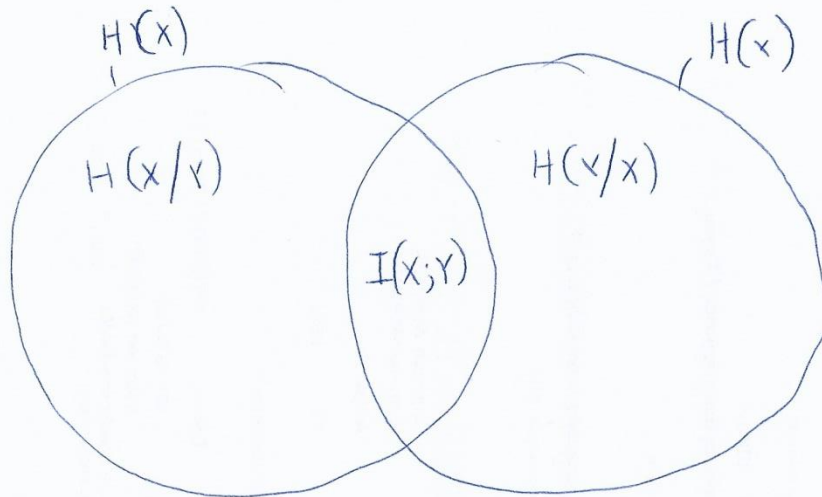
Ενδεχομένου  $x_i$  μιας τ.φ.  $X$   $H(x_i) = -\log_2 [P(x_i)]$

Αν  $P(x_i) = 0$  ή  $P(x_i) = 1$   $H(x_i) = 0$  (βέβαιο ή απίθανο ενδεχόμενο)

Μέση ποσότητα Πληροφορίας - Εντροπία α τ.φ.  $X$ :  $H(X) = -\sum_{i=1}^n P(x_i) \log [P(x_i)]$

Συνδυαστέα Εντροπία  $H(X, Y) = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n P(x_i, y_j) \log P(x_i, y_j)$

Υπό συνθήκη Εντροπία  $H(X/Y) = \sum_{j=1}^n H(X/Y_j) P(y_j) = \sum_{j=1}^n \left[ \sum_{i=1}^n P(x_i/y_j) \log P(x_i/y_j) \right] P(y_j) =$   
 $= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n P(x_i/y_j) \cdot P(y_j) \log P(x_i/y_j) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n P(x_i, y_j) \log P(x_i/y_j)$



$$H(x) = H(x/y) + I(x; y)$$

$$\begin{aligned} H(x, y) &= H(x) + H(y/x) = \\ &= H(y) + H(x/y) \end{aligned}$$

$X$ : τ.ρ.  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

$$0 \leq H(x) \leq \log_2(n)$$

↑  
↓ βέβαιο ενδεχόμενο

↑ ομοιόμορφη κατανομή  
(ισοπιθανά όλα τα ενδεχόμενα)

Αδελφοί  
ΓΕ3/1718/Θ5,6  
ΕΞ 2016 Β/Θ3

ΓΕ4/1819/Θ1

## Κωδικοποίηση Πηγής

- ομοιομορφία
- Fano, Shannon, Huffman (βέλτιστη)

Σύμβολα  $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$

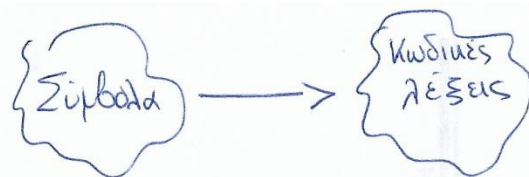
Μέσο μήκος κώδικα

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^n l_i p(s_i)$$

$$H(S) \leq \bar{L} \leq \log_2(n)$$

Προσοχή: όλοι οι ανωτέρω κώδικες είναι μοναδικά αποκωδικοποιήσιμοι, η προσηματική)

άρεσοι (ιδιάγοτες),



Ασκίσεις  
ΓΕ3/1718/07  
ΕΞ2017Α/03, ΕΞ2014Α/03

ΓΕ4/1819/03,4

ΕΞ2018Α/04, ΕΞ2018Β/03

**Θέμα 3**

Δίνονται οι ακόλουθοι κώδικες

	Κώδικας 1		Κώδικας 2		Κώδικας 3		Κώδικας 4		Κώδικας 5	
		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα		Πιθανότητα
<b>S1</b>	00	0.6	1	0.55	11	0.3	10	0.45	0	0.5
<b>S2</b>	10	0.2	01	0.25	10	0.25	00	0.30	01	0.25
<b>S3</b>	00	0.1	001	0.15	00	0.2	11	0.15	011	0.15
<b>S4</b>	11	0.1	000	0.05	010	0.1	110	0.10	0111	0.10
<b>S5</b>					0111	0.1				
<b>S6</b>					0110	0.05				

α) Ζητείται να εξεταστεί, οι ακόλουθοι κώδικες σε ποια(-ες) κατηγορία(-ες) ανήκουν: I). Μη ιδιάζοντες II). Μοναδικά αποκωδικοποιήσιμοι III). Αμεσοι.

Ποιοι από αυτούς τους κώδικες θα μπορούσε να είναι κώδικες Huffman.

β). Για τους κώδικες Huffman που βρέθηκαν στο προηγούμενο ερώτημα, να προτείνετε κατάλληλες κατανομές πιθανοτήτων των συμβόλων της πηγής που τους κωδικοποιούν.

γ). Για τους κώδικες Huffman, που τυχόν βρέθηκαν, να υπολογίσετε την επίδοση του καθενός κώδικα Huffman.

Θ<sub>3</sub>/Ε<sub>3</sub> 2014 Α

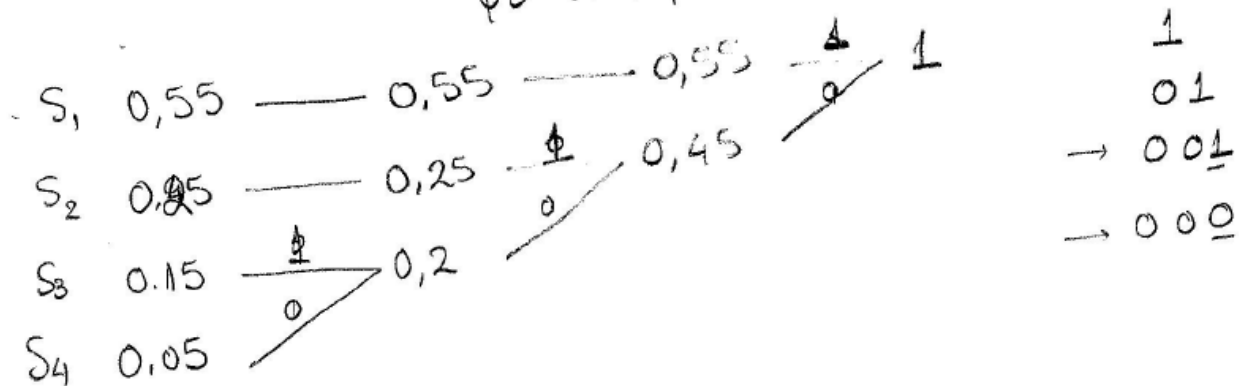
Κώδικας 1 ιδιόρων ( $S_1 \equiv S_3$ )

Κώδικας 4 προθερατικός (όχι άξεσος)

Κώδικας 5 προθερατικός (όχι άξεσος)

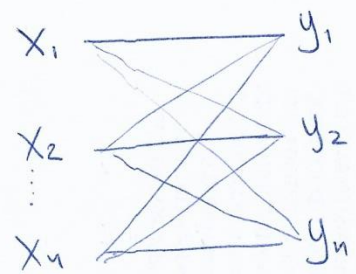
Κώδικες 2, 3 άξεσοι (άρα και μοναδικά αποκωδικοποιησιμοί)

και Huffman (Οι 2 μεγαλύτερες κωδικοίξεις έχουν το ίδιο μήκος  
με διαφορά <sup>μόνο</sup> στο τελευταίο bit)



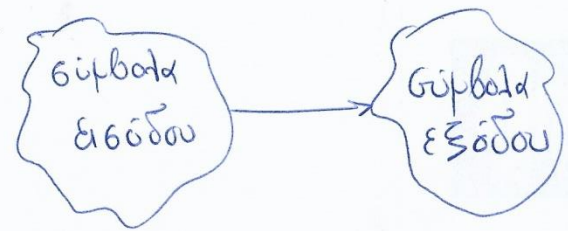


### Κανάλια Επικοινωνίας



πίνακας μετάβασης

$$P(Y/X) = \begin{matrix} & \begin{matrix} y_1 & y_2 & \dots & y_n \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{matrix} & \left[ \begin{matrix} P(y_1/x_1) \\ P(y_2/x_1) \\ \dots \\ P(y_n/x_1) \end{matrix} \right] \end{matrix}$$



Μεταφερόμενη πληροφορία από το κανάλι - Απαιτούμενη Πληροφορία:  $I(X; Y)$

$$I(X; Y) = H(Y) - H(Y/X) = H(X) - H(X/Y)$$

Χωρητικότητα.

$$C = \max_{P(x_i)} (I(X; Y))$$

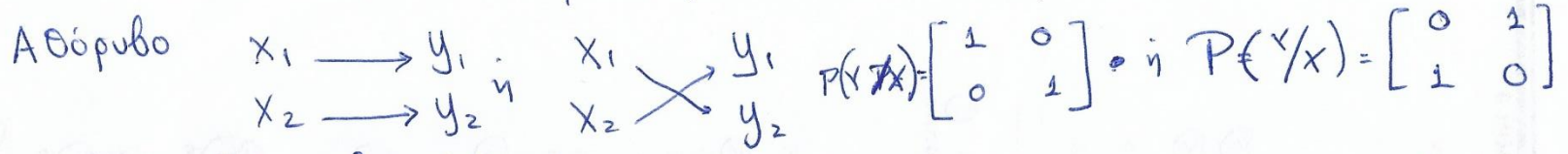
$$0 \leq C \leq \max_{P(x_i)} (H(X))$$

Παρατηρήσεις: Για συμμετρικά κανάλια  
 • ο πίνακας μετάβασης έχει τα ίδια στοιχεία σε κάθε γραφή (μετάλη διατάξη)

•  $H(Y/X) = \sum_{j=1}^n P(y_j/x_i) \log [P(y_j/x_i)]$  για οποιαδήποτε i γραφή του  $P(Y/X)$  πίνακα.



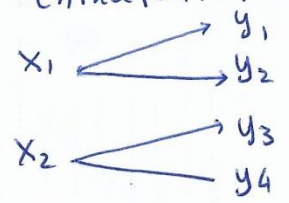
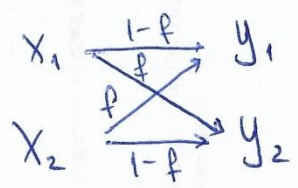
### Χαρακτηριστικά Κανάλια



$C = \max H(X) = \log_2(2) = 1$   
 $P(x_i) = 1/2$

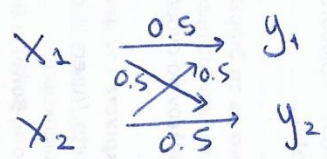
Σημ. Το ίδιο ισχύει και για ερθόρυβο κανάλι με ην επικαλυπτόμενες εξόδους

### Διαδικό Συμμετρικό



$C_i = 1 + \underbrace{f \log f + (1-f) \log(1-f)}_{-H(f)} = 1 - H(f)$

### Πλήρως Ερθόρυβο



$P(Y/X) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$

$C = 0$

- Ασκήσεις  
 Γ Ε 4/1718/04, 2, 5  
 Ε 3 2017B/03, 4  
 Ε 3 2016A/05  
 Ε 3 2015B/05  
 Ε 3 2015A/05  
 Ε 3 2013B/04

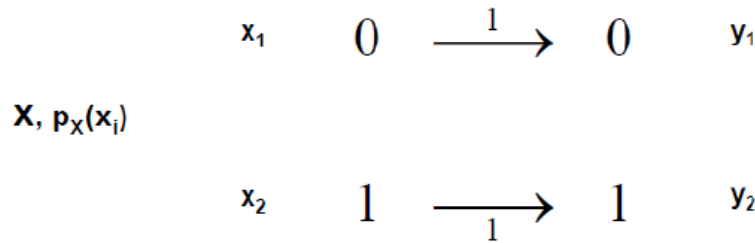
### Ερθόρυβη Γραφομηχανή

$P(Y/X) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$  η

$C = \max(H(X) - H(Y/X)) = 1$   
 $\Rightarrow C = \max(H(Y) - 1) = \max(H(Y)) - 1 = \log(\eta) - 1 = \log(\frac{\eta}{2})$

$H(Y/X) = (\frac{1}{2} \log \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log \frac{1}{2}) = 1$

Διαδικό κανάλι χωρίς θόρυβο



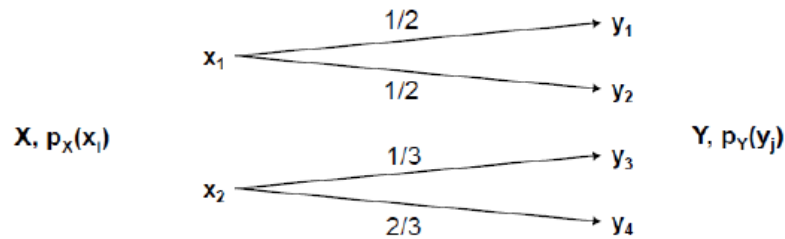
X,  $p_X(x_i)$

Y,  $p_Y(y_j)$

$$C(Q) = \max_{P_X} I(X;Y) = 1 \text{ bit, Προσοχή: } I(X,Y) = H(X)$$

$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)] = [p_X(0) \quad p_X(1)] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ενθόρυβο κανάλι με μη επικαλυπτόμενες εξόδους



X,  $p_X(x_i)$

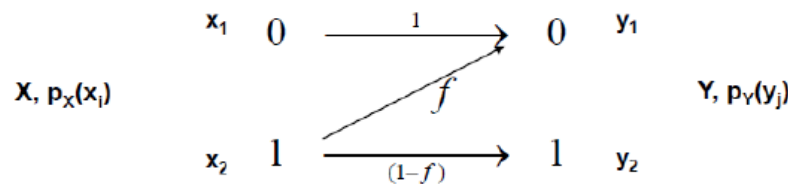
Y,  $p_Y(y_j)$

ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ.3/Ε-ΟΣΣ/Ν.Δημητρίου/  
25.06.2017

$$C(Q) = \max_{P_X} I(X;Y) = 1 \text{ bit}$$

$$[p_Y(y_1) \quad p_Y(y_2) \quad p_Y(y_3) \quad p_Y(y_4)] = [p_X(x_1) \quad p_X(x_2)] \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$$

Το κανάλι Z



X,  $p_X(x_i)$

Y,  $p_Y(y_j)$

Αν θέσουμε  $p_X(x_1=0)=1-\pi$ , και  $p_X(x_2=1)=\pi$ , τότε από τα  $p_Y(y_i)$ ,  $i=1,2$  δίνονται από τους τύπους (βλ. διαφάνεια 11) ΤΟΤΕ

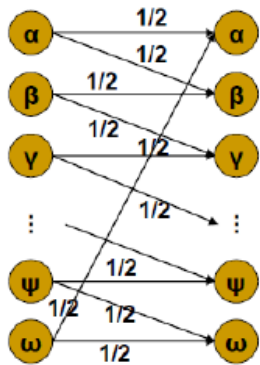
- $H(Y) = H((1-f)\pi)$
- $H(Y/X) = \pi * H(Y/X=1) = \pi * H(f)$

$$\text{Οπότε } \max I(X;Y) = \max(H(Y) - H(Y/X)) = \max(H((1-f)\pi) - \pi * H(f))$$

$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)] = [p_X(0) \quad p_X(1)] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ f & 1-f \end{bmatrix}$$

□ **Ενθόρυβη Γραφομηχανή**

- {α,β,γ,δ,...,χ,ψ,ω}

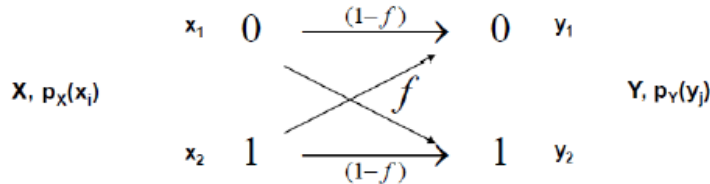


	α	β	γ	δ	ε	...	χ	ψ	ω
α	1/2	1/2	0	0	0	...	0	0	0
β	0	1/2	1/2	0	0	...	0	0	0
γ	0	0	1/2	1/2	0	...	0	0	0
δ	0	0	0	1/2	1/2	...	0	0	0
ε	0	0	0	0	1/2	...	0	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮
χ	0	0	0	0	0	...	1/2	1/2	0
ψ	0	0	0	0	0	...	0	1/2	1/2
ω	1/2	0	0	0	0	...	0	0	1/2

Παρατηρούμε ότι κάθε ένα γράμμα είτε λαμβάνεται σωστά είτε λαμβάνεται το επόμενο του με πιθανότητα 1/2. Με δεδομένο ότι έχουμε 24 διαφορετικά σύμβολα εάν μεταδίδουμε μόνο κάθε δεύτερο σύμβολο δηλ. β,δ,ζ,θ,...,χ,ω, τότε μόνο αυτά τα 12 σύμβολα από τα 24 θα μπορούσαν να μεταδοθούν και στη συνέχεια να αποκωδικοποιηθούν χωρίς σφάλματα. Με άλλα λόγια η χωρητικότητα του καναλιού είναι log12 bits. Στο ίδιο συμπέρασμα θα καταλήγαμε εάν χρησιμοποιούσαμε τον ορισμό

$$\max_{P_X} I(X;Y) = \max_{P_X} [H(Y) - H(Y/X)] = \max_{P_X} H(Y) - 1 = \log 24 - 1 = \log 12$$

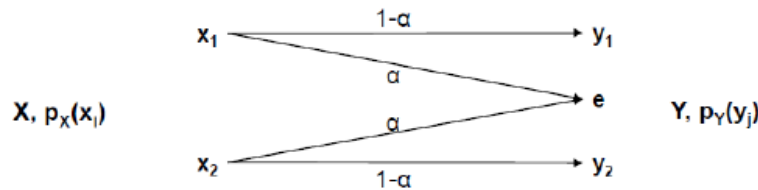
□ **Διαδικό συμμετρικό κανάλι**



$$\begin{aligned} I(X;Y) &= H(Y) - H(Y/X) \\ &= H(Y) - \sum p(x) H(Y/X=x) \\ &= H(Y) - \sum p(x) H(f) \\ &= H(Y) - H(f) \\ &\leq 1 - H(f) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} p_Y(0) & p_Y(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_X(0) & p_X(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-f & f \\ f & 1-f \end{bmatrix}$$

**Διαδικό κανάλι με αποσβέσεις**



$$\begin{bmatrix} p_Y(y_1) & p_Y(e) & p_Y(y_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_X(x_1) & p_X(x_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & \alpha & 1-\alpha \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \max I(X;Y) &= \max (H(Y) - H(Y/X)) \\ &= \max (H(Y) - H(\alpha)) \\ &= \max H(Y) - H(\alpha) \end{aligned}$$

Θα μπορούσε να είναι max H(Y) = log3 αλλά αυτή η τιμή δεν είναι εφικτή για καμία τιμή της p\_X(x\_i), i=1,2

Αν θέσουμε p\_X(x1) = 1-π, και p\_X(x2) = π, τότε από τα p\_Y(y\_i), i=1,e,2 δίνονται από τους τύπους (βλ. διαφάνεια 10) τότε

$$\max H(Y) = \max H((1-\alpha)\pi, \alpha, (1-\alpha)(1-\pi)) = \max[(1-\alpha)H(\pi) + H(\alpha)] = (1-\alpha) \max H(\pi) + H(\alpha)$$

Οπότε προκύπτει ότι

$$\max I(X;Y) = \max H(Y) - H(\alpha) = (1-\alpha) \max H(\pi) + H(\alpha) - H(\alpha) = 1-\alpha$$

**ΘΕΜΑ 5**

Δίνεται ένα διακριτό κανάλι επικοινωνίας χωρίς μνήμη. Το κωδικό αλφάβητο συμβόλων στην είσοδο του καναλιού δίνεται από την τυχαία μεταβλητή  $X = \{x_1, x_2\}$ . Το κωδικό αλφάβητο συμβόλων στην έξοδο του καναλιού δίνεται από την τυχαία μεταβλητή  $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\}$ . Η υπό συνθήκη συνάρτηση πιθανότητα μάζας  $P(Y = y_j/X = x_i)$ , όπου  $x_i = x_1, x_2$  και  $y_i = y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  δίνεται από τον παρακάτω πίνακα

$$P(Y/X) = \begin{bmatrix} 1/4 & a & 4/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & \beta \end{bmatrix}$$

**α)** Να προσδιορισθεί ο πίνακας μετάβασης  $P(Y/X)$  αφού προσδιοριστούν οι τιμές των  $a$  και  $\beta$  και να παρασταθεί το διάγραμμα καταστάσεων του καναλιού. **(3 μονάδες)**

**β)** Να υπολογιστεί η χωρητικότητα του καναλιού καθώς και οι πιθανότητες εμφάνισης συμβόλων εισόδου που επιτυγχάνουν τη χωρητικότητα του καναλιού. **(7 μονάδες)**

**γ)** Να υπολογιστεί η αβεβαιότητα  $H(X/Y)$ . **(4 μονάδες)**

**δ)** Να υπολογιστεί ποια/ποιες από τις εξόδους  $y_i = y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  έχουν το μέγιστο ποσό πληροφορίας και ποια/ποιες το ελάχιστο; **(4 μονάδες)**

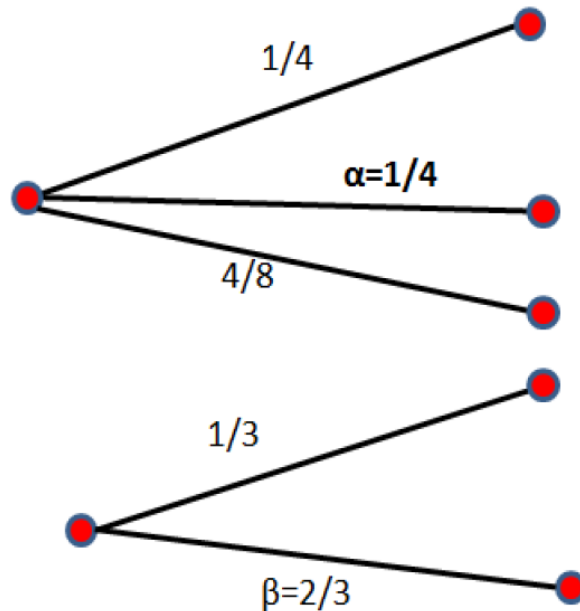
**(Σύνολο μονάδων 18)**

α). Γνωρίζω ότι πρέπει να ισχύει

- $\frac{1}{4} + a + \frac{4}{8} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$
- $\frac{1}{3} + \beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{2}{3}$

Και επομένως ο πίνακας μετάβασης δίνεται ως

$$P(Y/X) = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & 4/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$$



β). Όπως αναφέρεται και στο βιβλίο, σελ. 89, “Τόμος Α : Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης” το κανάλι εμφανίζεται ως ενθόρυβο αλλά επειδή από το σύμβολο εξόδου μπορούμε να συμπεράνουμε με βεβαιότητα το σύμβολο εισόδου και επομένως το κανάλι είναι στην ουσία ΑΘΟΡΥΒΟ αφού για κάθε σύμβολο εξόδου γνωρίζουμε με βεβαιότητα σύμβολο εισόδου.

Άρα η χωρητικότητα του καναλιού είναι ίση με **C=1 bit/μετάδοση**

γ). Αφού μπορούμε με βεβαιότητα από το σύμβολο εξόδου να συμπεράνουμε το σύμβολο εισόδου, τότε ισχύει  $H(X/Y)=0$ . Εναλλακτικά από τον τύπο  $I(X;Y)=H(X)-H(X/Y)$  και επειδή το κανάλι μας είναι άνευ θορύβου και άρα  $I(X;Y)=H(X)$  συνεπάγεται ότι  $H(X/Y)=0$ .

δ). Οι πιθανότητες των συμβόλων εισόδου όπως δίνεται και στο βιβλίο, σελ. 90, οι πιθανότητες είναι

$$p(x_1) = p(x_2) = 1/2$$



ε). Οι πιθανότητες των εξόδων  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$

$$p(y_1) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_1}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_1}{x_2}\right) = (1/2) \cdot (1/4) + (1/2) \cdot 0 = 1/8$$

$$p(y_2) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_2}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_2}{x_2}\right) = (1/2) \cdot (1/4) + (1/2) \cdot 0 = 1/8$$

$$p(y_3) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_3}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_3}{x_2}\right) = (1/2) \cdot (4/8) + (1/2) \cdot 0 = 4/16$$

$$p(y_4) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_4}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_4}{x_2}\right) = (1/2) \cdot 0 + (1/2) \cdot (1/3) = 1/6$$

$$p(y_5) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_5}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_5}{x_2}\right) = (1/2) \cdot 0 + (1/2) \cdot (2/3) = 1/3$$

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι το μέγιστο ποσό πληροφορίας έχουν οι έξοδοι  $y_1$  και  $y_2$  γιατί έχουν την ελάχιστη τιμή πιθανότητας εμφάνισης ενώ το ελάχιστο η έξοδος  $y_5$  γιατί έχει την μέγιστη τιμή πιθανότητας εμφάνισης.

## ΕΞ 2017B

### ΘΕΜΑ 4

Δίνονται δύο κανάλια C1 και C2 τα οποία έχουν τους παρακάτω αντίστοιχους πίνακες μετάβασης

$[C1] \rightarrow P_{C1}(Y/X) = \begin{array}{c ccc} & 1 & e & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 \\ e & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$	$C2 \rightarrow P_{C2}(Y/X) = \begin{array}{c ccc} & 1 & e & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 \\ e & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$
π.χ. $P_{C1}(Y = e/X = 1) = 1$	π.χ. $P_{C2}(Y = e/X = 1) = 0$

Να απαντηθούν οι παρακάτω ερωτήσεις:

- Ερώτηση 1: Να ευρεθούν οι χωρητικότητες και των δύο καναλιών καθώς και για ποιες πιθανότητες εισόδου,  $p_X(1)$ ,  $p_X(e)$ ,  $p_X(0)$ , επιτυγχάνονται αυτές οι χωρητικότητες.
- Ερώτηση 2: Αν βάλουμε τα δύο αυτά κανάλια σε σειρά, δηλαδή η έξοδος του C1 γίνεται η αντίστοιχη είσοδος του C2, τότε προκύπτει το συνδυασμένο κανάλι,  $C3=C1+C2$ . Να βρείτε τον πίνακα μετάβασης του C3 καθώς και την χωρητικότητά του.



α)

Από τον πίνακα μετάβασης του καναλιού C1 προκύπτει ότι έχει 3 εισόδους,  $X=\{1, e, 0\}$  αλλά δύο εξόδους  $Y=\{e,0\}$ . Επίσης βλέπουμε ότι  $H(Y/X)=0$  αφού  $H(Y/X=1)=H(Y/X=e)=H(Y/X=0)=\log(1)=0$ . Συνεπώς η χωρητικότητα

$$C1=\max I(X;Y)=\max\{H(Y)-H(Y/X)\}=\max H(Y)=1 \text{ bit.}$$

Οι πιθανότητες εξόδου οι οποίες μεγιστοποιούν την  $H(Y)$  είναι βάσει του πίνακα μετάβασης

$$p_Y(e) = p_Y(0) = \frac{1}{2}.$$

Παρατηρούμε πάλι από τον πίνακα μετάβασης ότι  $p_X(0) = p_Y(0)$  και  $p_X(1) + p_X(e) = p_Y(e)$

Άρα από τα παραπάνω προκύπτει ότι υπάρχουν πιθανότητες εισόδου

$$p_X(0) = p_Y(0) = \frac{1}{2}$$

$$p_X(1) + p_X(e) = p_Y(e) = \frac{1}{2}$$

οι οποίες οδηγούν μέσω του καναλιού σε ισοπίθανες εξόδους οι οποίες μεγιστοποιούν την  $H(Y)$  και κατά συνέπεια επιτυγχάνουν τη μέγιστη χωρητικότητα.

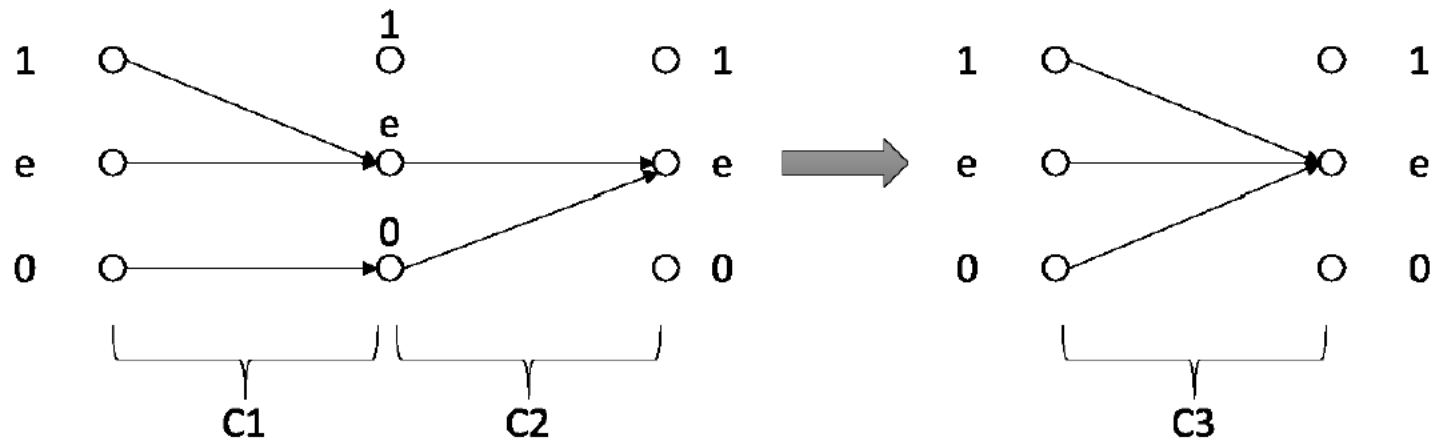
Το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση του καναλιού C2 το οποίο και αυτό έχει εισόδους,  $\{1, e, 0\}$  και δύο εξόδους  $\{1,e\}$ . Οπότε η χωρητικότητα είναι 1 bit και

$$p_X(1) = \frac{1}{2}$$

$$p_X(0) + p_X(e) = \frac{1}{2}$$

β)

Συνδέοντας τα δύο κανάλια σε σειρά έχουμε ότι οι εξοδοί του C1 γίνονται εισοδοί στο C2 και το οποίο με τη σειρά του παράγει κι αυτό δύο άλλες εξόδους. Αν συμβολίσουμε με X την είσοδο του C1, Y την έξοδο του C1 και ταυτόχρονα και είσοδο στο C2 και Z την έξοδο του C2 τότε το συνδυασμένο κανάλι  $C3=C1+C2$  που προκύπτει θα έχει ως είσοδο της τιμ. X και έξοδο την τιμ. Z. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι οι τιμ μεταβλητές X, Y παίρνουν τις τιμές  $X=\{1, e, 0\}$ ,  $Y=\{e,0\}$ . Η τιμ Y στέλνει μέσω του πίνακα μετάβασης και τις δύο αυτές τιμές στην έξοδο e ενώ δεν υπάρχει έξοδος με τιμή 1 στο κανάλι C1 για να μεταδοθεί πάνω από το κανάλι C2. Άρα η τιμ Z, που αντιστοιχεί στην έξοδο του συνδυασμένου καναλιού παίρνει μόνο μία τιμή,  $Z=\{e\}$ . Αυτό φαίνεται και από το σχεδιάγραμμα του συνδυασμένου καναλιού C3.



Συνεπώς ο πίνακας μετάβασης είναι ο ακόλουθος

$$P_{C_3}(Z/X) = \begin{array}{c|ccc} & 1 & e & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 \\ e & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Και η χωρητικότητα του C3 είναι μηδενική.

**ΘΕΜΑ 3**

Δίνεται ένα ενθόρυβο δυαδικό κανάλι  $Z$ , το οποίο χαρακτηρίζεται από τον ακόλουθο πίνακα μετάβασης:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix}, \text{ δηλαδή } p(y_1/x_1)=1, p(y_2/x_1)=0, p(y_1/x_2)=1/4, p(y_2/x_2)=3/4 . \text{ Να απαντηθούν οι}$$

παρακάτω ερωτήσεις:

Ερώτηση 1: Ποια είναι η αβεβαιότητα του καναλιού  $H(X/Y)$ ;

Ερώτηση 2: Ποια είναι η αμοιβαία πληροφορία  $I(X;Y)$  μεταξύ της εισόδου και της εξόδου του καναλιού; Να υποθέσετε ότι  $p(x_1)=\alpha$  και  $p(x_2)=1-\alpha$ .

$$P(X_1, Y_1) = P(Y_1/X_1) \cdot P(X_1) = \alpha$$

$$P(X_1, Y_2) = P(Y_2/X_1) \cdot P(X_1) = 0$$

$$P(X_2, Y_1) = P(Y_1/X_2) P(X_2) = \frac{1}{4} (1-\alpha)$$

$$P(X_2, Y_2) = P(Y_2/X_2) P(X_2) = \frac{3}{4} (1-\alpha)$$

$$P(X_1/Y_1) = \frac{\alpha}{\alpha + \frac{1-\alpha}{4}}$$

$$P(X_1/Y_2) = 0$$

$$P(X_2/Y_1) = \frac{\frac{1}{4}(1-\alpha)}{\alpha + \frac{1-\alpha}{4}}$$

$$P(X_2/Y_2) = \frac{\frac{3}{4}(1-\alpha)}{\frac{3}{4}(1-\alpha)} = 1$$

	$Y_1$	$Y_2$
$X_1$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$	
$X_2$	$\begin{bmatrix} 1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$	

$$\begin{aligned} P(y_1) &= P(y_1/x_1) \cdot P(x_1) + P(y_1/x_2) P(x_2) = \\ &= 1 \cdot a + \frac{1}{4} \cdot (1-a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(y_2) &= P(y_2/x_1) \cdot P(x_1) + P(y_2/x_2) P(x_2) = \\ &= 0 \cdot a + \frac{3}{4} (1-a) \end{aligned}$$

1. Ο πίνακας μετάβασης είναι  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$ . Η αβεβαιότητα του καναλιού είναι  $H(X/Y)$

και βρίσκεται με εφαρμογή της αντίστοιχης σχέσης στη σελίδα 87 του βιβλίου και εκφράζεται ως εξής:

$$H(X/Y) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 p(x_i, y_j) \log [p(x_i / y_j)] = -a \log \left( \frac{4a}{1+3a} \right) - \frac{1-a}{4} \log \left( \frac{1-a}{3a+1} \right)$$

2.

$$H(X) = -\sum_{i=1}^2 p(x_i) \log p(x_i) = -a \log a - (1-a) \log(1-a).$$

$$I(X;Y) = H(X) - H(X/Y) = -a \log a - (1-a) \log(1-a) + a \log \left( \frac{4a}{1+3a} \right) + \frac{1-a}{4} \log \left( \frac{1-a}{3a+1} \right)$$

$$H(X/Y) = \overbrace{-a \cdot \log \left( \frac{a}{a + \frac{1-a}{4}} \right)}^{x_1, y_1} + \overbrace{0}^{x_1, y_2} - \overbrace{\frac{1}{4}(1-a) \log \left( \frac{\frac{1}{4}(1-a)}{a + \frac{1-a}{4}} \right)}^{x_2, y_1}$$

$$- \overbrace{\frac{3}{4}(1-a) \log \left( \frac{\frac{3}{4}(1-a)}{\frac{3}{4}(1-a)} \right)}^{x_2, y_2}$$

ΕΑΠ / ΠΛΗ22 / ΑΘΗ.3 / έκτακτη ΟΣΣ /  
23.06.2019 / Ν.Δημητρίου

$$I(X;Y) = -a \log a - (1-a) \log(1-a) - H(X/Y)$$



# Κώδικες Διόρθωσης Σφαλμάτων

Γραμμικός κώδικας  $\subset \{ \eta, k, d \} = \{ c_1, c_2, \dots, c_M \}$

Συστηματικός:  $\begin{cases} k \text{ data bits} \\ \eta - k \text{ parity bits} \end{cases}$

$\hookrightarrow$  απόσταση: ελάχιστο βάρος κωδικοτήσεων  
 $\hookrightarrow$  διάταξη κώδικα: αριθμός data bits / κωδικοτήση  
 $\hookrightarrow$  αριθμός bits / κωδικοτήση (σύνολο data + parity bits)

Πλήθος κωδικοτήσεων  $M = 2^k$

Ρυθμός πληροφορίας  $r = \frac{k}{\eta}$

Ικανότητα διόρθωσης σφαλμάτων:  $\lfloor \frac{d-1}{2} \rfloor$  bits ανά κωδικοτήση.

... ανίχνευσης ...  $(d-1)$  bits ανά κωδικοτήση.

Συνοράδα κώδικα: <sup>ταυτόχρονη</sup> μετατόπιση όλων των κωδικοτήσεων

η.χ.  $C + C_0 = \{ c_1 + c_0, c_2 + c_0, \dots, c_n + c_0 \}$

Πλήθος διαφορετικών συνοράδων:  $2^{\eta-k}$

Βάση κώδικα: Γραμμικά ανεξάρτητα υποσύνολο του κώδικα που το ανάτυχα του παράγει όλες τις κωδικοτήσεις

Ποκίσεις

ΓΕ4/1718/01,3,6,7

ΕΞ2017Α/04

ΕΞ2016Α/02

ΕΞ2015Β/06

ΓΕ5/1819/01,2,3

ΕΞ2018Α/01

Γεννήτορας Πινακας

$$G_{k \times n} = \begin{bmatrix} I_k & M_{k, (n-k)} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{l} \text{γραμμές:} \\ \text{1 βάση του } \mathbb{F} \end{array}$$

Πινακας Ισοτιμίας

$$H_{(n-k) \times n} = \begin{bmatrix} M_{k, (n-k)} \\ I_{n-k} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{l} \text{στήλες} \\ \text{βάση Δύναμις} \\ \text{κώδικα } C^{\perp}(n, n-k) \end{array}$$

Κωδικοποίηση : μήνυμα (k bits) · G = κωδικοέση (n bits)

Απο κωδικοποίηση : κωδικοέση (n bits) · H = σύνδρομο (n-k bits)  
 ↑  
 αν είναι μηδενικό  
 κωδικοέση ∈  $\mathbb{F}$

Πινακας TΔA

- ορισμός προτύπων ελαχίστων σφαιρών  $y$  (καταρχήν 1 bit) (δεν υπάρχει σφαίρα)
- υπολογισμός συνδρόμων  $y \cdot H$
- Αν δεν έχουν υπολογιστεί όλα τα δυνατά  $2^{n-k}$  σύνδρομα, αναζήτηση επιπλέον προτύπων σφαιρών 2 bit



# Αποκωδικοποίηση διφθίρας λέξης $C_0$

(A) Με ΤΔΑ.

Υπολογισμός συνδρόμου  $R_r = C_0 H$ .

- Αν  $R_r = 0$ , δεν υπάρχει σφάλμα  $\rightarrow$  λύση data bits της  $C_0$ .
- Αν  $R_r \neq 0$ , αντιστοίχιση στον πίνακα ΤΔΑ του

$R_r$  στο αντίστοιχο πρότυπο σφάλματος  $y_r$

Αν υπάρχουν περισσότερα από 1 πιθανά  $y_r$ , τότε

$\rightarrow$  τυχαία επιλογή ενός  $y_r$  (ΠΑΜΠ)

$\rightarrow$  απώριψη κωδικολέξης, αίτημα για επανεκπομπή (ΑΑΜΠ)

Σωστή λέξη:  $C_0 + y_r$

Ⓑ Με συνομάδες:

Υπολογισμός συνομάδας  $C + C_0 = \{C_1 + C_0, C_2 + C_0, \dots, C_M + C_0\}$

Εύρεση στοιχείου του  $C + C_0$  με το ελάχιστο βάρος  $\rightarrow$  ζητούμενο πρότυπο σφάλματος  $y_r$

Αν υπάρχουν περισσότερα από 1  $y_r$ , ίδια διαδικασία με την ΤΔΑ (ΠΑΜΠ, ΑΑΜΠ)

Σωστή λέξη:  $C_0 + y_r$

— Κώδικες Hamming

- Μήκος  $n = 2^r - 1$   $r \geq 2$
- Διάσταση  $k = n - r = 2^r - 1 - r$
- Απόσταση  $d = 3$
- Διόρθωση  $\frac{d-1}{2} = \frac{3-1}{2} = 1$  σφάλματος
- ο πίνακας  $H$  περιλαμβάνει όλους τους

δυνατούς συνδυασμούς  $r$  bits  
(το ίδιο ισχύει και για τον πίνακα συνόρων της ΤΔΑ για πρότυπα σφάλματος 1 bit)

Εύρεση  $G$ .

- Α) Αν δίνονται όλες οι κωδικολέξεις (πλήθος λέξεων  $M$ )  
 → προδιορισμός  $k = \log_2(M)$   
 → Σχηματισμός  $G$  από τις λέξεις του κώδικα με βοήθεια την κατασκευή του  $I_k$
- Β) Αν δίνεται υποσύνολο των κωδικολέξεων  
 με γραμμοπράξεις για να καταλήξουμε σε μορφή ΠΚΔΓ → Πίνακας  $G$

- Γ) Αν δίνεται ο πίνακας  $H = \begin{bmatrix} M_{k, n-k} \\ I_{n-k} \end{bmatrix}$   
 • Αναγνώριση του μοναδίου  $I_{n-k}$  (στο κάτω μέρος του  $H$ )  
 • Λήψη του πίνακα  $M_{k, n-k}$   
 • Κατασκευή  $G_{k, n} = \begin{bmatrix} I_k & M_{k, n-k} \end{bmatrix}$

Υπολογισμός απόστασης

- Α) Αν δίνονται όλες οι κωδικολέξεις → ελάχιστο βάρος λέξης
- Β) Αν δίνεται ο  $H$ : Δοκιμή για την εύρεση  $2, 3, 4, \dots, d$  γραμμικά εξαρτημένων γραμμών του  $H$  (με άθροισμα 0)
- [όριο singletou:  $d-1 \leq n-k$ ]

## **ΘΕΜΑ 6**

ΕΞ2015B

Δίνεται ο γραμμικός συστηματικός κώδικας  $C = \{1111111, 1110010, 1101000, 1100101, 1011001, 1010100, 1001110, 1000011, 0111100, 0110001, 0101011, 0100110, 0011010, 0010111, 0001101, 0000000\}$

Ζητούνται τα ακόλουθα:

- α) Τα χαρακτηριστικά του κώδικα  $(n, k, d)$ , *(2 μονάδες)*
- β) Ο γεννήτορας πίνακας  $G$ , *(5 μονάδες)*
- γ) Ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας  $H$ , *(5 μονάδες)*
- δ) Η κωδική λέξη στην οποία κωδικοποιείται ένα μήνυμα πληροφορίας της επιλογής σας *(4 μονάδες)*
- ε) Η αποκωδικοποίηση της ληφθείσας λέξης '1100001'. *(4 μονάδες)*

*(Σύνολο μονάδων 20)*

Θ6 / ΕΞ 2015B

α)  $n = 7$   $k = \log_2 \{ \text{αριθμός κωδικοθέσεων} \} = \log_2(16) = 4$   
 αριθμός bits / κωδικοθέση.

$d = \min \{ \text{βάρος κωδικοθέσεων} \} = 3$

β)  $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$   $\leftarrow$  θέσεις κώδικα

$k = 4$  γραμμές

γ)  $H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$   $\leftarrow$   $I_{n-k}$

δ.) έστω το μήνυμα  $1101$

Κωδικοποίηση:  $1101 \cdot G = 1101:000$

ε.) Αποκωδικοποίηση  $x = 1100001$

$x \cdot H = 100$  ( $\rightarrow$  5η γραφή του  $H$   
 $\Rightarrow$  σφάλμα στο 5ο bit (7ΔΑ))

$x' = 1100101$



**ΘΕΜΑ 6** ΕΞ 2015Α

Δίδεται ένα γραμμικός συστηματικός κώδικας C με τον παρακάτω πίνακα ισοτιμίας H

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

α) Να βρείτε τις τιμές των n και k. **(4 μονάδες)**

β) Να βρείτε πιθανές τιμές για τα bits που λείπουν στις γραμμές 2 και 3 γνωρίζοντας ότι η λέξη [0110011] είναι κωδική λέξη ενώ η ελάχιστη απόσταση του κώδικα είναι d=4. **(12 μονάδες)**

γ) Να αποφανθείτε αν η λέξη [0101010] είναι κωδική λέξη ή όχι. **(6 μονάδες)**

**(Σύνολο μονάδων 22)**

α). Με βάση τη διάσταση του πίνακα ισοτιμίας έχουμε ότι  $n=7$  και  $n-k=4 \Rightarrow k = 3$

β) Για να βρούμε πιθανές τιμές για τις δύο γραμμές θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας ότι το γινόμενο της κωδικής λέξης με τον πίνακα ισοτιμίας είναι 0, δηλαδή  $cH=0$  όπου  $c=[0110011]$ . Επειδή το γινόμενο αυτό αντιστοιχεί με το άθροισμα των γραμμών του πίνακα ισοτιμίας που αντιστοιχούν στις μη μηδενικές θέσεις της κωδικής λέξης έχουμε ότι:

$$\text{Γραμμή 2} + \text{Γραμμή 3} + \text{Γραμμή 6} + \text{Γραμμή 7} = \text{Γραμμή 2} + \text{Γραμμή 3} + [0011].$$

Από τα παραπάνω συνάγουμε το συμπέρασμα ότι τα πρώτα 2 bits στις γραμμές 2 και 3 είναι είτε 0 είτε 1. Δηλαδή *Γραμμή 2 = [00\*\*]* και *Γραμμή 3 = [00\*\*]* ή *Γραμμή 2 = [11\*\*]* και *Γραμμή 3 = [11\*\*]*. Επίσης θα πρέπει τα άλλα δύο bits στις στήλες 3 και 4 να είναι 0 και 1 εναλλάξ. Οπότε βγάζουμε το συμπέρασμα ότι οι παρακάτω είναι πιθανοί συνδυασμοί που πληρούν τη συνθήκη ότι το γινόμενο  $cH=0$ .

1. Γραμμή 2 = [0001] και Γραμμή 3 = [0010]
2. Γραμμή 2 = [0010] και Γραμμή 3 = [0001]
3. Γραμμή 2 = [1101] και Γραμμή 3 = [1110]
4. Γραμμή 2 = [1110] και Γραμμή 3 = [1101]

Σχόλια:

- Τα ερωτήματα είναι ανεξάρτητα οπότε π.χ. το γ μπορούσε να απαντηθεί ανεξάρτητα από το β
- Για το β η βασική ιδέα είναι ότι οι ζητούμενες γραμμές του H πρέπει οπωσδήποτε να έχουν 3 '1', γιατί αν έχουν λιγότερα '1' θα οδηγήσουν σε κώδικα με απόσταση μικρότερη του 4 (αφού π.χ με 2 '1' η καθεμιά από αυτές θα αθροίζει 0000 με άλλες 2 γραμμές του H)

Επιπλέον μας δίνεται ότι η διάσταση του κώδικα είναι 4 (ελάχιστη απόσταση) άρα θα πρέπει οι παραπάνω συνδυασμοί να πληρούν κι αυτοί τη συνθήκη.

Με βάση αυτά η επιλογή 1 αποκλείεται να είναι αποδεκτή λύση καθότι η πρόσθεση της Γραμμής 2 = [0001] και της Γραμμής 7 = [0001] δίνουν μηδενικό αποτέλεσμα και άρα απόσταση 2 (άτοπο). Ομοίως και για την επιλογή 2. Άρα αποκλείεται οι δύο γραμμές να έχουν μηδενικά bits στις 2 πρώτες στήλες. Άρα απομένουν οι άλλες δύο επιλογές, 3 και 4 που είναι ισοδύναμες και βλέπουμε ότι πληρούν και το κριτήριο της απόστασης 4 αφού μπορούμε να βρούμε κατ' ελάχιστο 4 σειρές που να αθροίζονται στο 0.

γ) Η λέξη ΔΕΝ είναι κωδική αφού το βάρος της είναι 3 ενώ η απόσταση του κώδικα είναι 4 πράγμα το οποίο σημαίνει ότι το ελάχιστο βάρος κωδικής λέξης κώδικα είναι 4. Δηλαδή δεν χρειάζεται να κάνουμε δοκιμές με τις 2 παραλλαγές του πίνακα ισοτιμίας H που βρήκαμε από το ερώτημα 3 αφού μας αρκεί το γεγονός ότι μας δίνεται ως δεδομένο ότι η απόσταση του κώδικα είναι 4.



# Δίκτυα Υπολογιστών

Μετάδοση αρχείων σε πακέτα

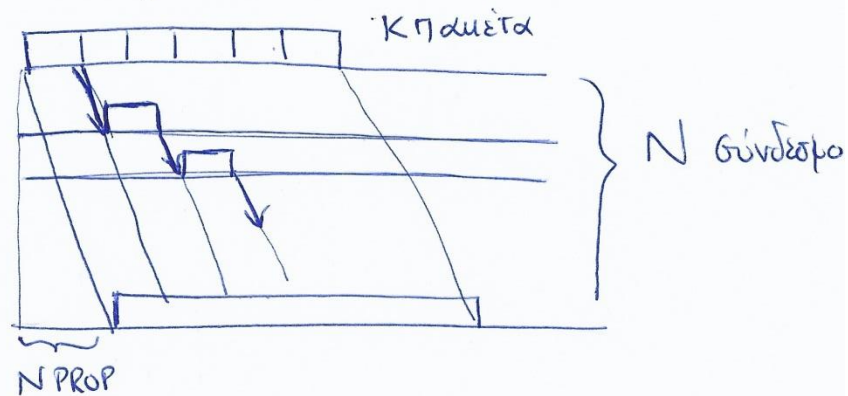
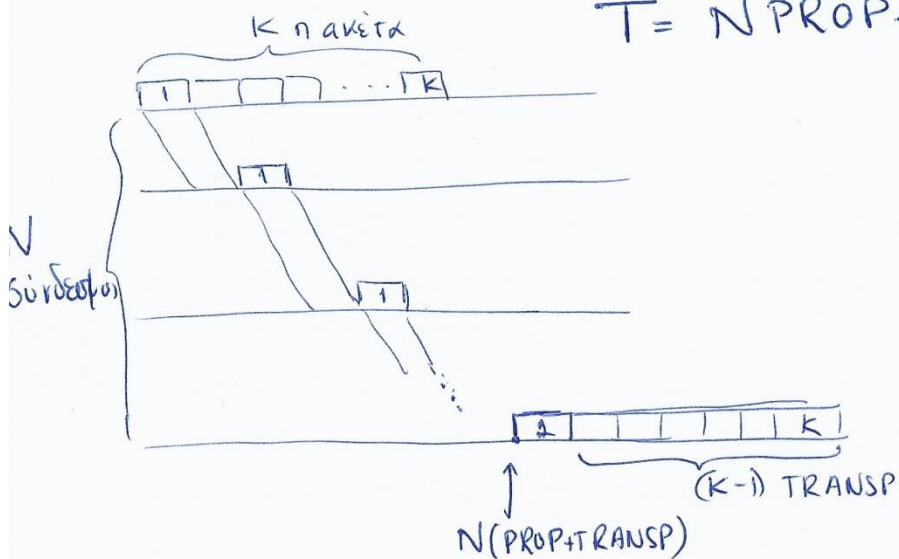
Μεταγωγή πακέτου με ιδεατά κυκλώματα

$$T = T_{\text{SETUP}} + N \text{PROP} + (N+K-1) \text{TRANSP}$$

↑  
χρόνος εγκαθίδρυσης ιδεατού κυκλώματος

Μεταγωγή αυτοδύναμων πακέτων

$$T = N \text{PROP} + (N+K-1) \text{TRANSP}$$

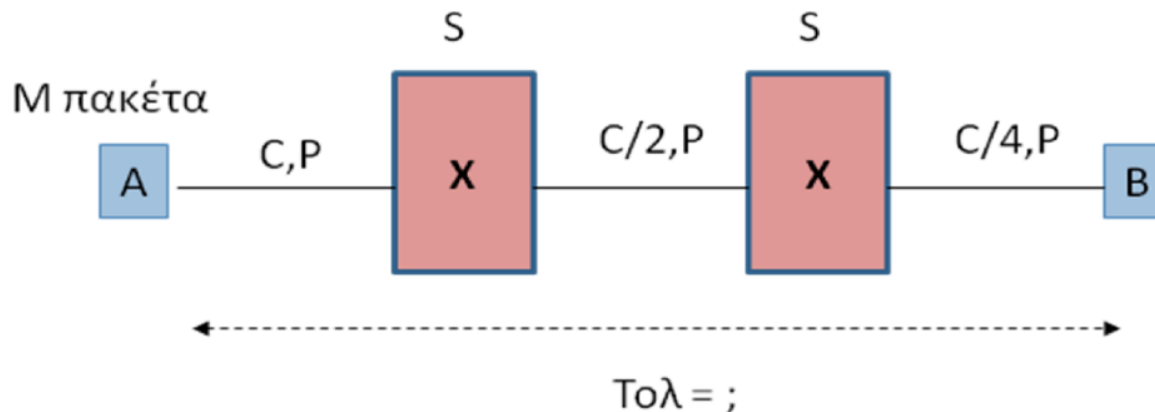


ΓΕ1/1718/Θ1,5  
ΕΞ.2014Α/Θ5

ΓΕ1/1819/Θ2,3

## ΘΕΜΑ 5 ΕΞ 2014Α

Θεωρείστε την απλή τοπολογία του παρακάτω σχήματος.



Έστω ότι ένας κόμβος A έχει έτοιμα προς αποστολή να στείλει στον κόμβο B,  $M$  πακέτα μήκους  $L$  bits. Η μετάδοση μεταξύ των δύο κόμβων γίνεται μέσω τριών ζεύξεων (links) και δύο μεταγωγών (switches). Η 1<sup>η</sup> ζεύξη χαρακτηρίζεται από ρυθμό μετάδοσης (διαμετακομιστική ικανότητα, throughput)  $C$  bps, ο πρώτος μεταγωγός από χρόνο εξυπηρέτησης πακέτου (service time) ίσο με  $S$  sec, η 2<sup>η</sup> ζεύξη από ρυθμό μετάδοσης  $C/2$  bps, ο δεύτερος μεταγωγός από χρόνο εξυπηρέτησης  $S$  sec, και η 3<sup>η</sup> ζεύξη από ρυθμό μετάδοσης  $C/4$  bps. Ο χρόνος διάδοσης (propagation time) σε κάθε μία από τις τρεις ζεύξεις είναι ίσος με  $P$  sec.

Υποθέτουμε ότι ο χρόνος επεξεργασίας (service time) στους κόμβους A και B είναι αμελητέος. Ζητούνται:

α) Η καθυστέρηση (ή χρόνος, latency ή delay ή system time)  $T_1$  της μεταφοράς του πρώτου πακέτου από τον κόμβο A στον κόμβο B.

β) Η συνολική καθυστέρηση  $T_{ολ}$  της μεταφοράς των  $M$  πακέτων από τον κόμβο A στον κόμβο B.

A



$$\text{TRANSP}(AX1)=L/C$$

$$\text{PROP}(AX1)=P$$

ΕΑΠ / ΠΛΗ22 / ΑΘΗ.3 / έκτακτη ΟΣΣ /  
23.06.2019 / Ν.Δημητρίου

X1



$$\text{TRANSP}(X1X2)=2L/C$$

$$\text{PROP}(X1X2)=P$$

S

X2



$$\text{TRANSP}(X2B)=4L/C$$

$$\text{PROP}(X2B)=P$$

B



$$T1=\text{TRANSP}(AX1)+\text{PROP}(AX1)+S+\text{TRANSP}(X1X2)+\text{PROP}(X1X2)+S+\text{TRANSP}(X2B)+\text{PROP}(X2B)=7L/C+3P+2S$$

$$T2=T1+ S+\text{TRANSP}(X2B)=T1+4L/C+S$$

$$T_M=T1+ (M-1)\{S+\text{TRANSP}(X2B)\}=T1+(M-1)(4L/C+S)$$

Σημείωση: Όλες οι εναλλακτικές λύσεις ήταν δεκτές

A. Το πρώτο πακέτο χρειάζεται χρόνο

$$T1 = L/C + P + S + 2L/C + P + S + 4L/C + P = 7L/C + 3P + 2S$$

B.

### **Πρώτος Τρόπος Επίλυσης**

Καθώς ο κάθε ρυθμός ζεύξης που ακολουθεί είναι μικρότερος του προηγούμενου, στους μεταγωγείς θα αποθηκεύονται πακέτα.

Έτσι, όταν θα ολοκληρώνεται η αποστολή του πρώτου πακέτου από τον δεύτερο μεταγωγέα στον B, θα υπάρχει ήδη έτοιμο προς αποστολή το δεύτερο πακέτο από τον δεύτερο μεταγωγέα. Η καθυστέρηση που προσθέτει το δεύτερο πακέτο είναι:

$$T2 = 4L/C + P+S$$

Με την ίδια λογική τα (M-1) πακέτα προσθέτουν καθυστέρηση ίση με:

$$T_{M-1} = (M-1)(4L/C+P+S)$$

Συνεπώς η ζητούμενη καθυστέρηση είναι ίση με

$$T_{ολ} = T1 + T_{M-1} = 7L/C + 3P + 2S + (M-1)(4L/C+P+S) = M(4L/C+P+S) + 3L/C + 2P + S$$

### **Δεύτερος τρόπος Επίλυσης**

Ο συνολικός χρόνος ισούται με το χρόνο που απαιτείται για την μετάδοση των M πακέτων από την πιο αργή ζεύξη (C/4):  $M(4L/C+P+S)$

Συν το χρόνο για την μετάδοση ενός πακέτου από τις υπόλοιπες ζεύξεις: [Πρώτη Ζεύξη]:  $L/C + P+S$ ,

Δεύτερη Ζεύξη:  $2L/C+P$

Συνολικός χρόνος:  $M(4L/C+P+S) + L/C + P+S + 2L/C+P = M(4L/C+P) + 3L/C + 2P + S$

**Στόχος της άσκησης** Στόχος της άσκησης είναι η εξοικείωση με τα επίπεδα πρωτοκόλλων (έννοια του layering) και τη χρήση επικεφαλίδων (headers)

**Σχετικές ασκήσεις:** ΓΕ1/1516/Θ1

Θεωρήστε δίκτυο όπου κόμβος Α θέλει να στείλει στον κόμβο Β αρχείο των 3200 bytes αλλά υποστηρίζει πακέτα-segments μεγέθους 1800bytes στο επίπεδο μεταφοράς (layer 4). Να θεωρήσετε ότι ο κόμβος Α προσθέτει επικεφαλίδα μεγέθους 30 bytes σε κάθε πακέτο στο επίπεδο μεταφοράς(layer-4).

Η επικοινωνία Α - Β γίνεται με τρεις πιθανούς τρόπους

(Σημ. Οι ρυθμοί μετάδοσης αναφέρονται όλοι στο επίπεδο διασύνδεσης δεδομένων (layer-2)):

i) **Απευθείας** μέσω διασύνδεσης 3Mbps. Στην περίπτωση αυτή θεωρήστε ότι δεν υπάρχει ανάγκη για δρομολόγηση και άρα δεν υπάρχει ανάγκη για επικεφαλίδα στο επίπεδο δικτύου. Επιπλέον, θεωρήστε ότι για την περίπτωση αυτή και μόνο, γίνεται κατάτμηση σε μικρότερα πακέτα μόνο σε επίπεδο μεταφοράς.

ii) **Μέσω δύο ζεύξεων (και ενός δρομολογητή K1 ενδιάμεσα)**. Η σύνδεση του Α με το δρομολογητή γίνεται μέσω ζεύξης με ρυθμό μετάδοσης 5Mbps ενώ η σύνδεση του δρομολογητή με τον κόμβο Β γίνεται μέσω ζεύξης με ρυθμό μετάδοσης 8Mbps. Σε αυτή την περίπτωση στο layer-2 το μέγιστο μέγεθος πλαισίου είναι 700bytes ενώ το layer-3 προσθέτει επικεφαλίδα μήκους 20bytes. Η μετάδοση των πακέτων γίνεται με την τεχνική store-and-forward.

iii) **Μέσω δύο ζεύξεων (και ενός δρομολογητή K2 ενδιάμεσα)**. Η σύνδεση του Α με τον δρομολογητή γίνεται μέσω ζεύξης με ταχύτητα μετάδοσης 3Mbps ενώ η σύνδεση δρομολογητή και κόμβου Β γίνεται μέσω ζεύξης με ρυθμό 9Mbps. Σε αυτή την περίπτωση στο layer-2 το μέγιστο μέγεθος πλαισίου είναι 500bytes, ενώ το layer-3 προσθέτει επικεφαλίδα μεγέθους 20bytes.

Και στις 3 παραπάνω περιπτώσεις το layer-2 προσθέτει επικεφαλίδα 18 bytes σε κάθε πλαίσιο. Επίσης, και στις 3 περιπτώσεις να θεωρήσετε ότι εφαρμόζεται ABP πρωτόκολλο σε επίπεδο μεταφοράς (layer 4), και μόνο, μεταξύ Α-Β. Πιο συγκεκριμένα η προσέγγιση του ABP εφαρμόζεται για την αποστολή των πακέτων-segments και ουσιαστικά απομονώνει την μετάδοση του ενός από το άλλο. Επιπλέον η αντίστοιχη καθυστέρηση του ACK από τον Β στον Α -που αποστέλλεται είτε απευθείας είτε μέσω του δρομολογητή K1 ή K2- είναι αμελητέα.

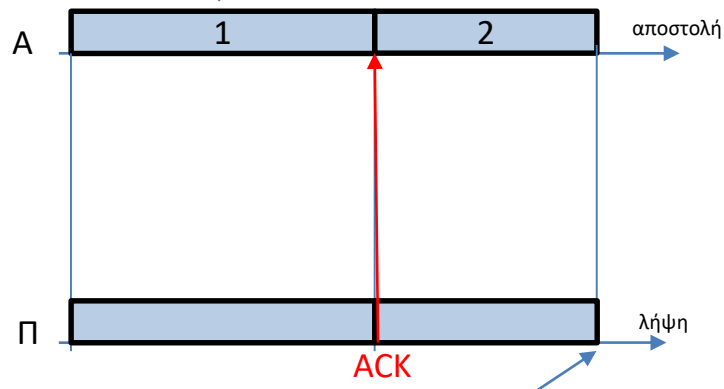
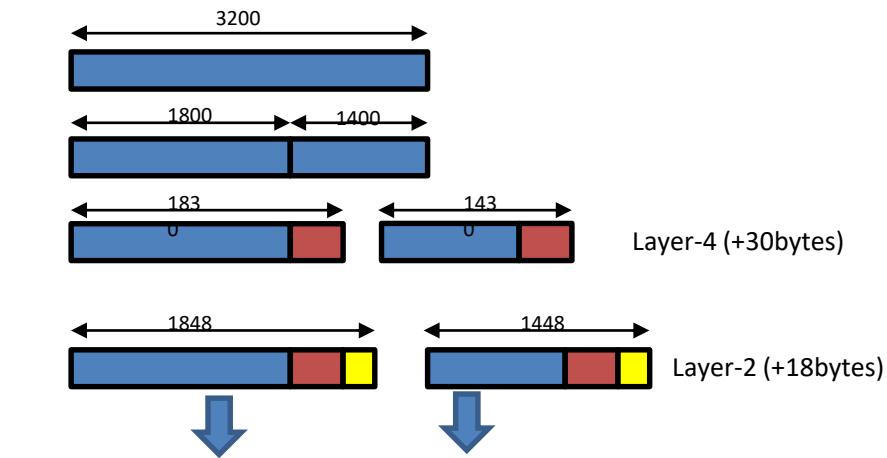
Να υπολογίσετε:

A) Τη συνολική επικοινωνιακή επιβάρυνση λόγω όλων των επικεφαλίδων που προσθέτουν τα διάφορα επίπεδα. Ποια διαδρομή προσθέτει την μεγαλύτερη επιβάρυνση;

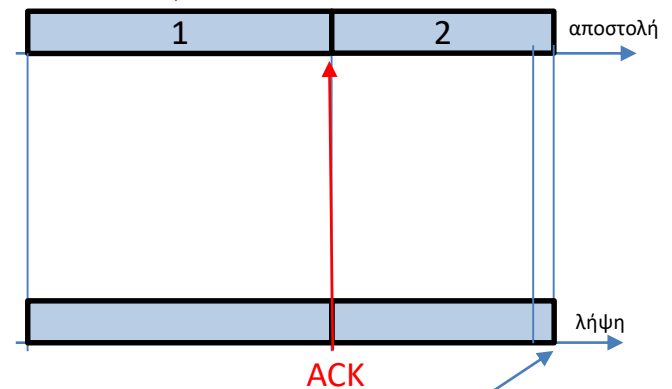
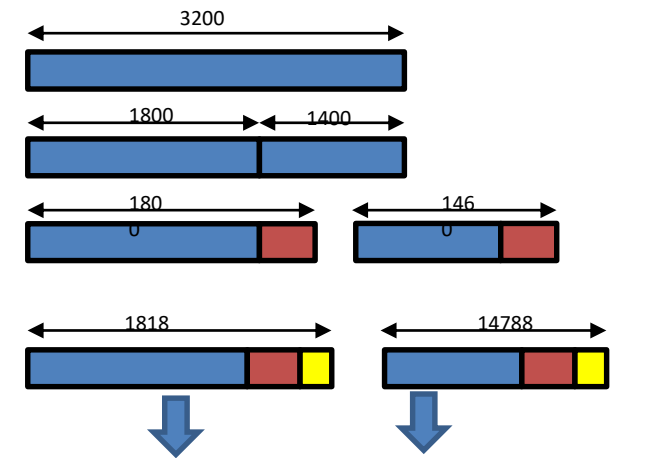
B) Τη συνολική καθυστέρηση μετάδοσης του συνολικού αρχείου, αγνοώντας καθυστερήσεις διάδοσης, επεξεργασίας, και αναμονής ουράς. Σε ποια περίπτωση έχουμε την πιο αργή μετάδοση;

ΕΑΠ / ΠΛΗ22 / ΑΘΗ.3 / έκτακτη ΟΣΣ /  
23.06.2019 / Ν.Δημητρίου

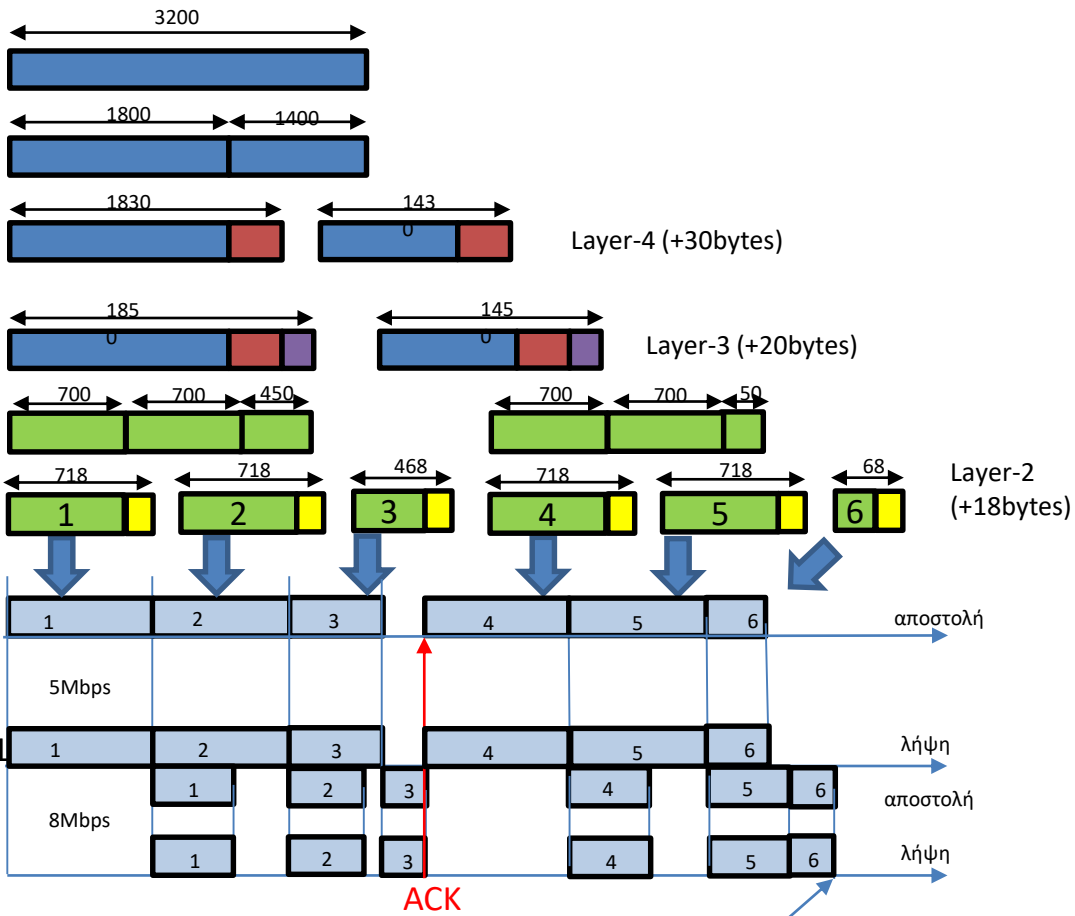
Παρακάτω παρατίθενται τα  
σχήματα για τις λύσεις που  
είχαν παρουσιαστεί στην 1<sup>η</sup> ΟΣΣ



$$T = (1848 + 1448) * 8 / (3 * 10^6) = 8.79 \text{ msec}$$

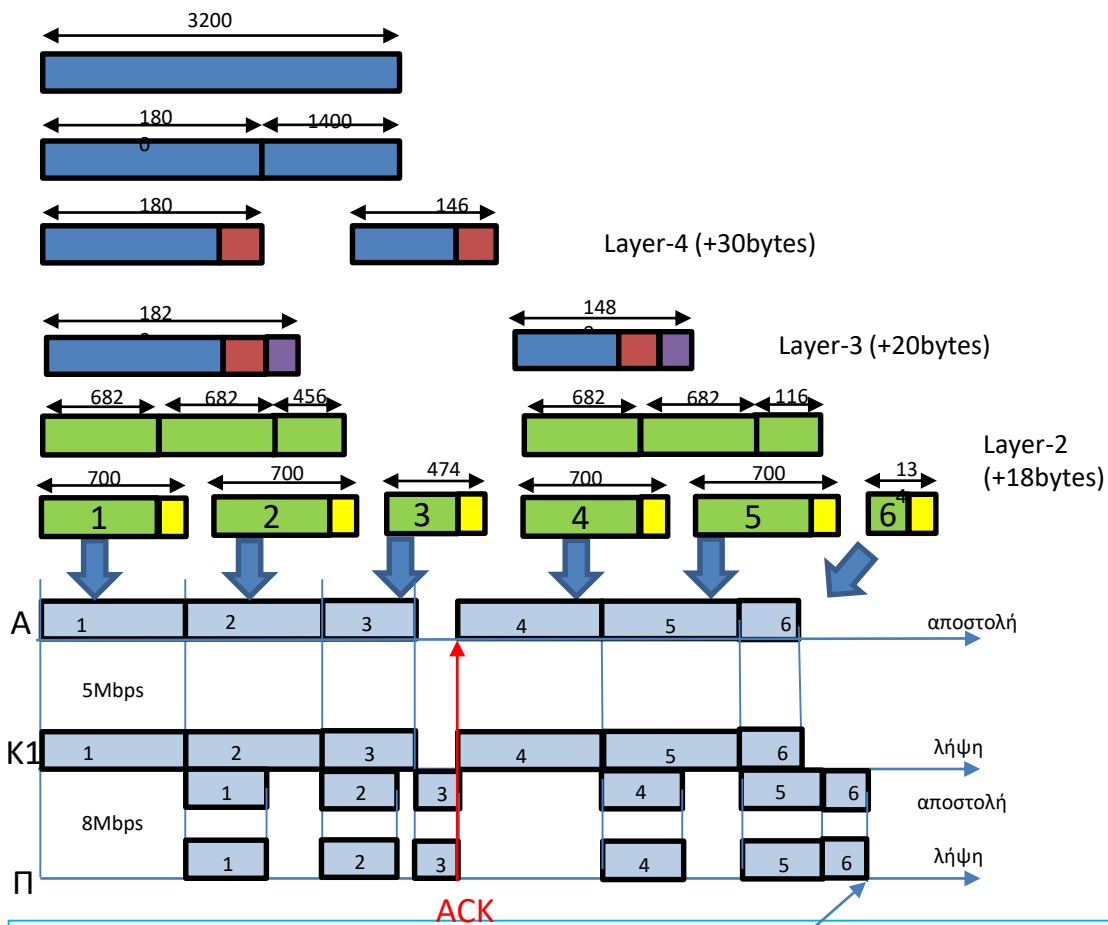


$$T = (1818 + 1478) * 8 / (3 * 10^6) = 8.79 \text{ msec}$$

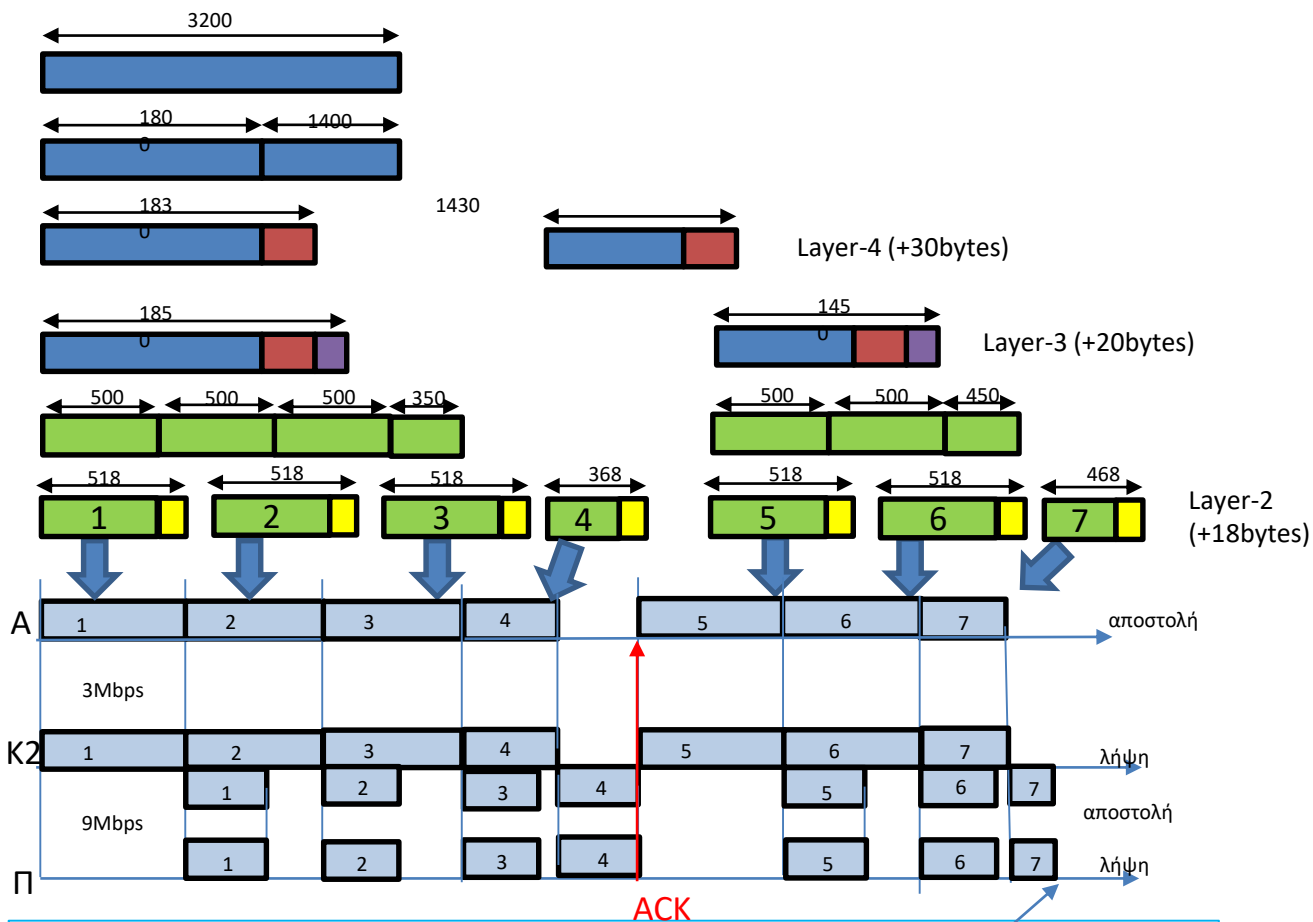


$$\begin{aligned}
 T &= \text{TRANSP}(AK1,1) + \text{TRANSP}(AK1,2) + \text{TRANSP}(AK1,3) + \text{TRANSP}(K1\Pi,3) + \\
 &+ \text{TRANSP}(AK1,4) + \text{TRANSP}(AK1,5) + \text{TRANSP}(K1\Pi,5) + \text{TRANSP}(K1\Pi,6) = \\
 &= (718 + 718 + 468) * 8 / (5 * 10^6) + 468 * 8 / (8 * 10^6) + (718 + 718) * 8 / (5 * 10^6) + (718 + 68) * 8 / (8 * 10^6) = \\
 &= 6.598 \text{ msec}
 \end{aligned}$$

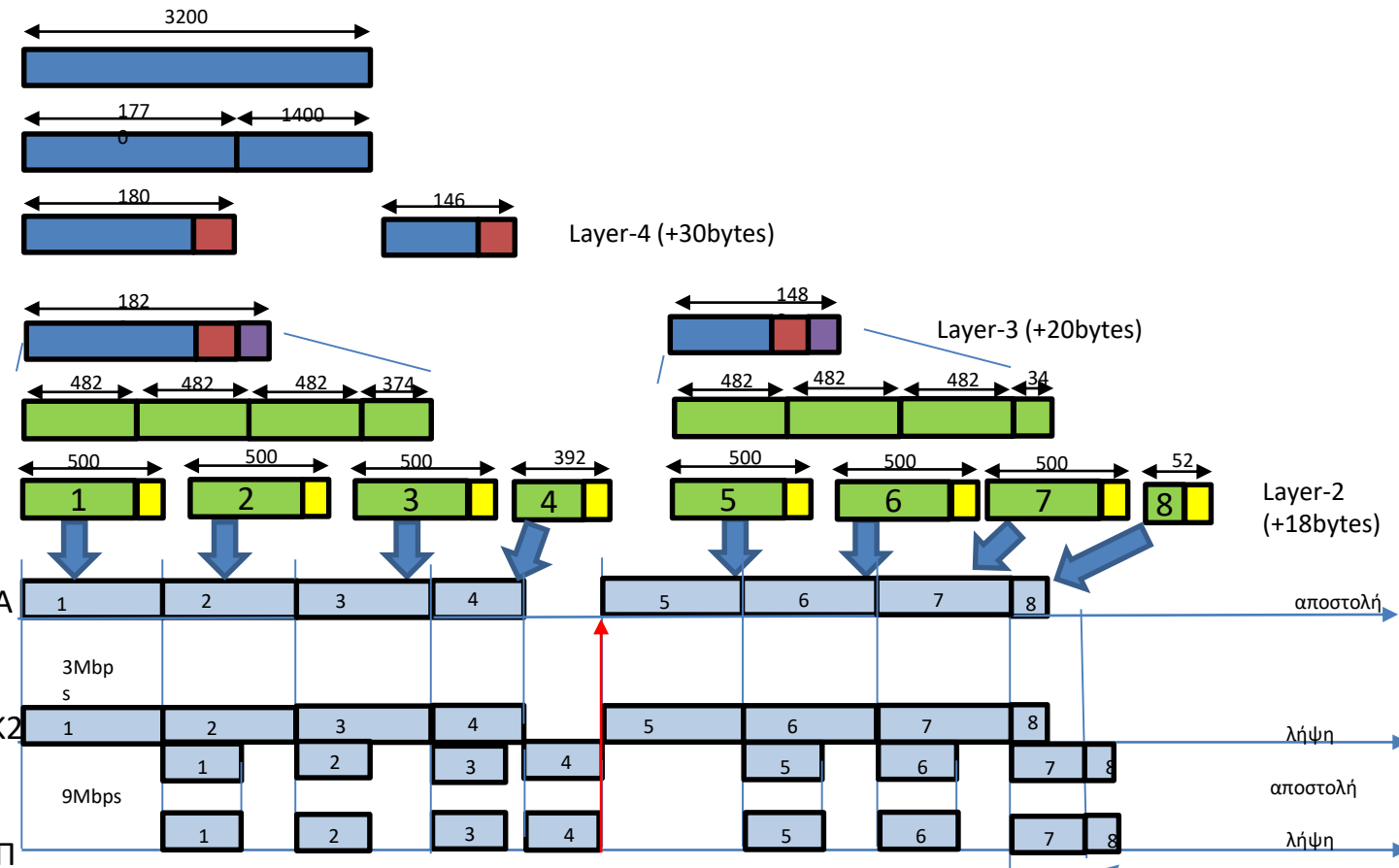




$$\begin{aligned}
 T &= \text{TRANSP}(AK1,1) + \text{TRANSP}(AK1,2) + \text{TRANSP}(AK1,3) + \text{TRANSP}(K1\Pi,3) + \\
 &+ \text{TRANSP}(AK1,4) + \text{TRANSP}(AK1,5) + \text{TRANSP}(K1\Pi,5) + \text{TRANSP}(K1\Pi,6) = \\
 &= (700+700+474) * 8 / (5 * 10^6) + 474 * 8 / (8 * 10^6) + (700+700) * 8 / (5 * 10^6) + (700+134) * 8 / (8 * 10^6) = \\
 &= 6.546 \text{msec}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 T &= \text{TRANSP}(AK1,1) + \text{TRANSP}(AK1,2) + \text{TRANSP}(AK1,3) + \text{TRANSP}(AK1,4) + \text{TRANSP}(K1\Pi,4) + \\
 &+ \text{TRANSP}(AK1,5) + \text{TRANSP}(AK1,6) + \text{TRANSP}(AK1,7) + \text{TRANSP}(K1\Pi,7) = \\
 &= (518 + 518 + 518 + 368) * 8 / (3 * 10^6) + 368 * 8 / (9 * 10^6) + (518 + 518 + 468) * 8 / (3 * 10^6) + 468 * 8 / (9 * 10^6) = \\
 &= 9.879 \text{ msec}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 T &= \text{TRANSP}(AK1,1) + \text{TRANSP}(AK1,2) + \text{TRANSP}(AK1,3) + \text{TRANSP}(AK1,4) + \text{TRANSP}(K1\Pi,4) + \\
 &+ \text{TRANSP}(AK1,5) + \text{TRANSP}(AK1,6) + \text{TRANSP}(AK1,7) + \text{TRANSP}(K1\Pi,7) + \text{TRANSP}(K1\Pi,8) = \\
 &= (500+500+500+392) * 8 / (3 * 10^6) + 392 * 8 / (9 * 10^6) + (500+500+500) * 8 / (3 * 10^6) + (500+52) * 8 / (9 * 10^6) = \\
 &= 9.884 \text{msec}
 \end{aligned}$$

Ασκήσιες  
ΓΕ1/1718/02,3,4,6

# Πρωτόκολλα επανεκπομπής -τυπολόγιο

ΕΞ2011B/03  
ΕΞ2012B/03  
ΕΞ2013B/03  
ΕΞ2016A/03  
ΕΞ2016B/06  
ΕΞ2017A/06  
ΕΞ2017B/05

**ABP**

Όταν PER=0 
$$n_{ABP} = \frac{TRANSP}{RTT}$$

Όταν PER>0 
$$n_{ABP} = \frac{TRANSP}{RTT + T \frac{1-p}{p}}$$

**GBN**

Όταν PER=0 
$$n_{GBN} = \min \left\{ 1, W \frac{TRANSP}{RTT} \right\}$$

Όταν PER>0 
$$n_{GBN} = \frac{TRANSP}{TRANSP + T \frac{1-p}{p}}$$

Όταν PER>0  
και  $T = W \times TRANSP$  
$$n_{GBN} = \frac{1}{1 + W \frac{1-p}{p}}$$

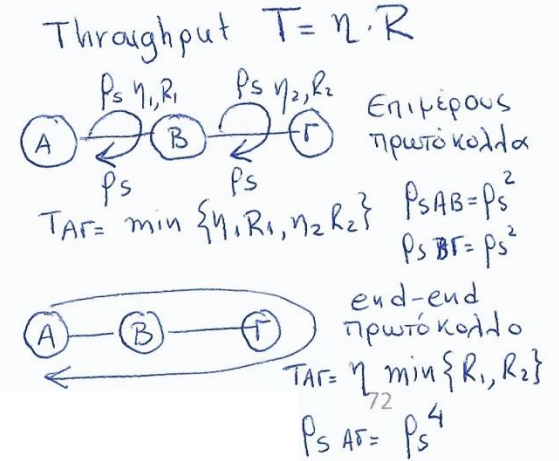
TRANSP: ΠΑΝΤΑ ο χρόνος μετάδοσης στην  
↓ η Ζεύξη

$p = \text{Prob}(\text{succ.data packet Tx AND succ. ACK Rx})$

**SRP**

Όταν PER=0 
$$n_{SRP} = \min \left\{ 1, W \frac{TRANSP}{RTT} \right\}$$

Όταν PER>0  
και  $T = W \times TRANSP$   
και  $(1-p)W \leq 10\%$  
$$n_{SRP} \approx \frac{2 + (1-p)(W-1)}{2 + (1-p)(3W-1)}$$



ΓΕ1/1819/01,4

ΕΞ2018A/06, ΕΞ2018B/05

**ΘΕΜΑ 5**

Μέσα από ένα αμφίδρομο δορυφορικό δίαυλο (κανάλι) με ρυθμό μετάδοσης δεδομένων 100Kbps στέλνονται πλαίσια των 6000bit. Οι επικεφαλίδες καταλαμβάνουν 600bit από τα 6000bit του πλαισίου. Οι επιβεβαιώσεις είναι πολύ μικρές και ο χρόνος μετάδοσης τους θεωρείται αμελητέος.

Ποιος είναι ο καθαρός ρυθμός δεδομένων (data bits/sec) που βλέπει ο τελικός χρήστης αν χρησιμοποιείται:

Ερώτηση 1: πρωτόκολλο STOP-AND-WAIT;

Ερώτηση 2: πρωτόκολλο GO-BACK-N με μέγεθος για το παράθυρο ίσο με 7πλαίσια;

Ερώτηση 3: πρωτόκολλο SELECTIVE-REPEAT με μέγεθος για το παράθυρο ίσο με 16 πλαίσια;

Να εξηγήσετε σε κάθε περίπτωση γιατί έχουμε «χαμένο» ρυθμό μετάδοσης σε σχέση με το συνολικό ρυθμό μετάδοσης του δίαυλου. Δίδονται: (α) η καθυστέρηση Διάδοσης για κάθε κατεύθυνση είναι PROP=300ms και (β) ο ρυθμός εσφαλμένων πλαισίων δεδομένων και επιβεβαιώσεων σε κάθε κατεύθυνση της ζεύξης θεωρείται αμελητέος.

Καθώς το κάθε πλαίσιο έχει 6000 bit από τα οποία τα 5400bit είναι δεδομένα

(α) πρωτόκολλο STOP-AND-WAIT;

Ο χαμένος ρυθμός μετάδοσης οφείλετε στις επικεφαλίδες και στην απόδοσης του πρωτοκόλλου λόγω επιβεβαιώσεων

$$S = \text{TRANSP} + \text{PROP} + \text{TRANSA} + \text{PROP}$$

Επειδή  $\text{TRANSA} \rightarrow 0$

$$S = \text{TRANSP} + 2\text{PROP} = 6000/100000 + 2*0,3 = 0,66\text{sec}$$

$$\eta = \text{TRANSP}/S = 0,06/0,66 = 0,091$$

Ο καθαρός ρυθμός δεδομένων που βλέπει ο χρήστης είναι

$$5400\text{bits}/S = 5400/0,66\text{bps} = 8,18\text{Kbps}$$

ή

$$100000 * \eta * (5400/6000) = 100000 * 0,06/0,66 * (5400/6000) = 8,18\text{Kbps}$$

(β) πρωτόκολλο GO-BACK-N με μέγεθος για το παράθυρο 7 πλαίσια;

Επειδή

$$W * \text{TRANSP} = 7 * 0,06 = 0,42\text{sec} < S$$

$$\eta = W * \text{TRANSP}/S = 7 * 0,06/0,66$$

Οπότε δεν έχουμε συνεχή ροή πλασίων

Άρα ο καθαρός ρυθμός δεδομένων που βλέπει ο χρήστης είναι

$$W * 5400\text{bits}/S = 7 * 5400/0,66\text{bps} = 57,27\text{kbps}$$

ή

$$100000 * \eta * (5400/6000) = 100000 * (7 * 0,06/0,66) * (5400/6000) = 57,27 \text{ Kbps}$$

(γ) πρωτόκολλο SELECTIVE-REPEAT με μέγεθος για το παράθυρο 16 πλαίσια;

Επειδή

$$W * \text{TRANSP} = 16 * 0,06 = 0,96\text{sec} > S$$

Έχουμε συνεχή ροή πλασίων

Άρα ο καθαρός ρυθμός δεδομένων που βλέπει ο χρήστης είναι

$$100000 * 5400/6000 \text{ bps} = 90\text{kbps}$$

### **ΘΕΜΑ 3** ΕΞ2015Α

Δύο κόμβοι A και B συνδέονται μεταξύ τους με οπτική ίνα για την οποία ισχύει ότι η πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης πλαισίου δεδομένων είναι  $p$  ενώ οι επιβεβαιώσεις παραδίδονται χωρίς απώλειες.

Για κάθε ένα από τα πρωτόκολλα επανεκπομπής Go-Back-N και SRP, υπολογίστε ποια είναι η μέγιστη τιμή του χρόνου προθεσμίας (συναρτήσει της καθυστέρησης μετάδοσης  $TRANSP$  και της πιθανότητας  $p$ ), ώστε η απόδοση του πρωτοκόλλου να είναι πάνω από 90% θεωρώντας ότι για το κάθε πρωτόκολλο ο χρόνος προθεσμίας είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ' επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% κάτω από συνθήκες απουσίας σφαλμάτων μεταφοράς.

Κάντε εφαρμογή για  $TRANSP = 2$  msec και  $p = 0,99$ . Θεωρείστε ότι ισχύουν όλες οι προϋποθέσεις εφαρμογής του τύπου του βιβλίου σχετικά με την απόδοση του πρωτοκόλλου SRP.

*(9 μονάδες για κάθε πρωτόκολλο επανεκπομπής. Σύνολο μονάδων 18)*



### α) Go-Back-N

Με δεδομένο ότι ο χρόνος προθεσμίας είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ' επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% κάτω από συνθήκες απουσίας σφαλμάτων μεταφοράς η απόδοση του πρωτοκόλλου Go-Back-N είναι:

$$n_{GBN} = \frac{P}{p + (1-p)W}$$

οπότε

$$\frac{P}{p + (1-p)W} \geq 0.9 \Rightarrow p \geq 0.9p + 0.9(1-p)W \Rightarrow \frac{0.1p}{0.9(1-p)} \geq W \Rightarrow$$

$$\frac{P}{9(1-p)} \geq W$$

Άρα η μέγιστη τιμή του χρόνου προθεσμίας  $T=W \times TRANSP$  είναι

$$\frac{P}{9(1-p)} TRANSP \geq T$$

Άρα αντικαθιστώντας τις τιμές στον παραπάνω τύπο έχουμε

$$T_{GBN} = 22 \text{ msec}$$



## ΕΞ2008Α/Θ3

Έστω ένας κόμβος A ο οποίος μεταδίδει πακέτα δεδομένων, μήκους 6 bits πάνω από ένα ασύρματο κανάλι σε ένα κόμβο B. Στα πακέτα δεδομένων τοποθετείται επίσης πρόσθετη επικεφαλίδα μήκους 10 bits. Επειδή το κανάλι έχει θόρυβο, το καθένα από αυτά τα πακέτα δεδομένων προστατεύεται από σφάλματα μεταφοράς με την προσθήκη κυκλικού πλεονασμού (CRC) μήκους 4 bits χρησιμοποιώντας το πολυώνυμο γεννήτορα  $G(x)=x^3+x+1$ . Να υποθέσετε επίσης ότι η χρήση του CRC μείωσε τα σφάλματα μετάδοσης πακέτων σχεδόν στο 0. Η απόσταση μεταξύ των κόμβων A και B είναι  $3 \times 10^4$  Km, ο ρυθμός μετάδοσης μεταξύ των κόμβων A και B είναι 5 Kbits/sec, το συνολικό μέγεθος της επιβεβαίωσης είναι 10 bits, ενώ η ταχύτητα διάδοσης είναι  $3 \times 10^5$  km/sec.

(α) Μεταξύ των κόμβων A και B χρησιμοποιείται πρωτόκολλο επανεκπομπής GoBackN,  $N=32$ . Να υπολογιστεί η απόδοση του πρωτοκόλλου επανεκπομπής.

(β) Να βρεθεί ο ρυθμός ροής (bits/sec) των δεδομένων, δηλαδή πόσα bits δεδομένων μεταδίδονται ανά δευτερόλεπτο.

(γ) Να υποθέσετε ότι ο κόμβος θέλει να στείλει τα πακέτα δεδομένων  $M_1$  και  $M_2$ , στα οποία προστίθεται ο κυκλικός πλεονασμός (χρησιμοποιώντας το πολυώνυμο γεννήτορα  $G(x)=x^3+x+1$ ) και μεταδίδονται ως μηνύματα  $T_1$  και  $T_2$  πάνω από το ασύρματο κανάλι. Εάν κατά τη στιγμή της μετάδοσης στο μεταδιδόμενο μήνυμα  $T_1$  υπεισέρχεται θόρυβος  $E_1=1010000001$ , ενώ στο μήνυμα  $T_2$ , υπεισέρχεται θόρυβος  $E_2=1000100011$  να βρείτε εάν ο παραλήπτης κόμβος έχει τη δυνατότητα εντοπισμού του λάθους που υπεισέρχεται λόγω θορύβου στο κάθε ένα από τα μηνύματα.

a)

Τα πακέτα που μεταδίδονται μεταξύ των A και B έχουν μήκος

$P_1 = \text{Μήκος Επικεφαλίδας} + \text{Μήκος Δεδομένων} + \text{Μήκος CRC} \Rightarrow$

$$P_1 = 10 + 6 + 4 = 20 \text{ bits} \quad (1)$$

Ο χρόνος που απαιτείται για να παραληφθεί μια οποιαδήποτε επιβεβαίωση είναι:

$$S_1 = \text{TRANSP}_1 + \text{TRANSA} + 2 * \text{PROP} \quad (2)$$

$$\text{TRANSP}_1 = P_1 \text{ bits} / 5 \text{ Kbps} = 20 \text{ bits} / 5 \text{ Kbps} = 0.004 \text{ sec} \quad (3)$$

$$\text{TRANSA} = 10 \text{ bits} / 5 \text{ Kbps} = 0.002 \text{ sec} \quad (4)$$

$$\text{PROP} = 3 * 10^4 / 3 * 10^5 \text{ sec} = 0.1 \text{ sec} \quad (5)$$

Αντικαθιστώντας τις (3)-(5) στην (2) έχουμε,

$$S_1 = 0.004 + 0.002 + 2 * 0.1 = 0.005 + 0.2 = 0.205 \text{ sec} \quad (6)$$

Επομένως η απόδοση του πρωτοκόλλου GoBack-N όπου  $N=32$  δίνεται από τον τύπο

$$\eta_{GBN} = \min \left\{ 1, \frac{N \times \text{TRANSP}_1}{S_1} \right\} = \min \left\{ 1, \frac{32 \times 0,004}{0,205} \right\} = 0,624 \quad (7)$$

**β)**

Ο ρυθμός ροής πακέτων  $\lambda$  είναι

$$\lambda = 32/S_1 = 32/0,205 \text{ πακέτα/sec} = 156 \text{ πακέτα/sec} \quad (8)$$

Από αυτά τα πακέτα μόνο 6 bits αφορούν σε δεδομένα και άρα ο ρυθμός ροής των δεδομένων είναι  $156 \cdot 6 = 936 \text{ bits/sec}$

Εναλλακτικά, με χρήση της απόδοσης από (α), θα είχαμε

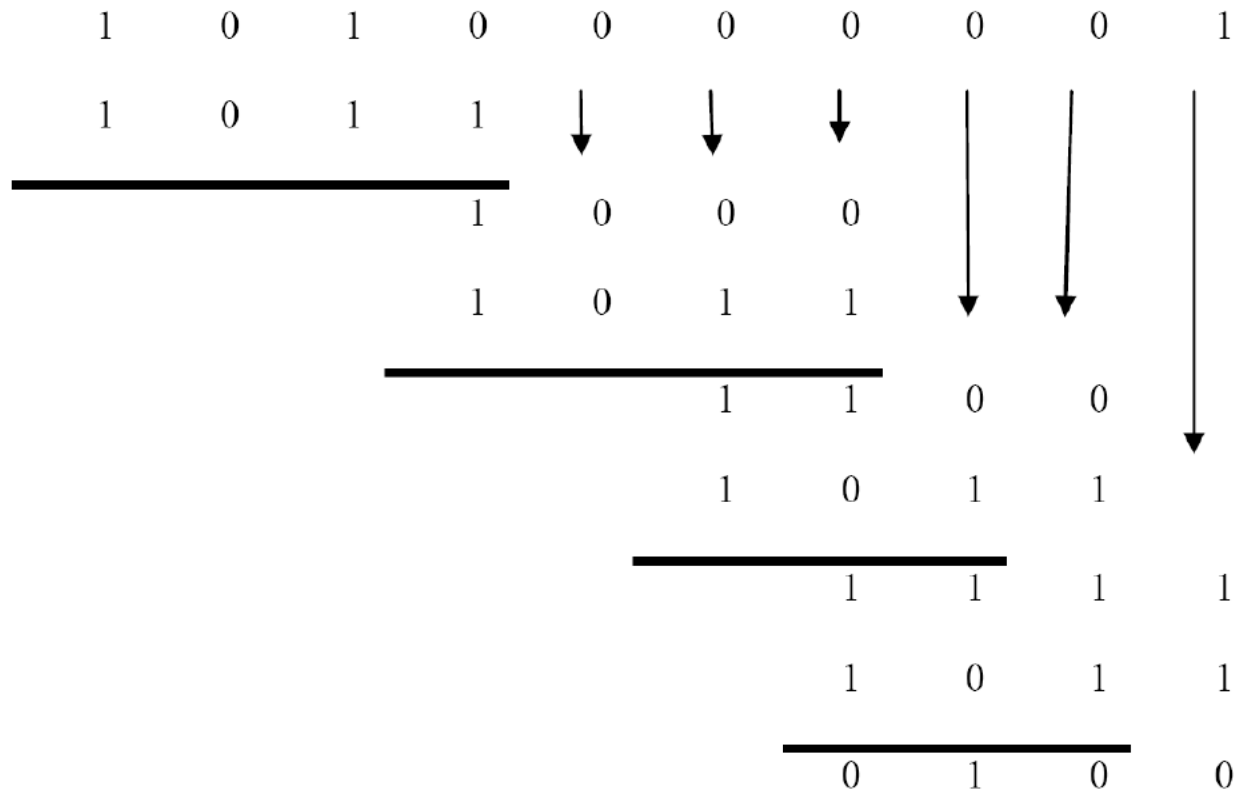
$$\lambda = n \cdot R = 0,624 \cdot 5000 = 3120 \text{ bits/sec} \quad (9)$$

Μόνο 6 bits αφορούν σε δεδομένα και άρα ο ρυθμός ροής των δεδομένων είναι

$$3120 \cdot 6/20 = 936 \text{ bits/sec.}$$

γ) Άρα για να διαπιστώσουμε εάν ο παραλήπτης κόμβος έχει τη δυνατότητα εντοπισμού του λάθους αρκεί να βρει ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης  $E(x)/G(x)$  είναι διάφορο του μηδενός.

Περίπτωση 1<sup>η</sup>:  $E_1(x) = 1010000001$



**ΘΕΜΑ 3**

Ένα ABP πρωτόκολλο (δηλ. πρωτόκολλο παύσης και αναμονής) τρέχει πάνω από ένα κανάλι χρησιμοποιώντας μετρητή (timer) για να αναμεταδίδει μετά από ένα διάστημα προθεσμίας επανεκπομπής (TIMEOUT) πλαίσια για τα οποία δεν λαμβάνεται πίσω θετική επιβεβαίωση (λόγω λαθών στο πλαίσιο με τα δεδομένα ή στις επιβεβαιώσεις). Ο μετρητής ξεκινάει μόλις ο αποστολέας αρχίσει να στέλνει ένα πλαίσιο και όχι αφού το στείλει.

Έχετε τα εξής δεδομένα:

- Ταχύτητα μετάδοσης καναλιού ίση με 2 Mbits/sec.
- Μήκος πλαισίου ίσο με 200 bits.
- Χρόνος μετάδοσης επιβεβαίωσης TRANSA=0 λόγω πολύ μικρού μήκους των επιβεβαιώσεων.
- Απόδοση πρωτοκόλλου δίχως λάθη ίση με 33.3%.
- Πιθανότητα λάθους ίση με  $p=0.05$  (1 στα 20 πλαίσια κατά μέσον όρο χρειάζεται να μεταδοθεί ξανά).
- Απόδοση πρωτοκόλλου με λάθη ίση με 10%.

Ζητούνται:

**α)** Ο χρόνος μετάδοσης ενός πλαισίου TRANSP

**β)** Η καθυστέρηση διάδοσης (μονής κατεύθυνσης) PROP του σήματος στο κανάλι.

**γ)** Η διάρκεια TIMEOUT της προθεσμίας επανεκπομπής.

$$E = 2011A / \text{B}$$

3.

$$a) \text{TRANSP} = \frac{[P]}{R} = \frac{200 \text{ bits}}{2 \cdot 10^6 \frac{\text{bits}}{\text{sec}}} = 10^{-4} \text{ sec}$$

b) Δίνεται ότι  $\eta_0 = 33,3\%$  (χωρίς σφάλματα)

$$\eta_0 = \frac{\text{TRANSP}}{RTT} = \frac{\text{TRANSP}}{\text{TRANSP} + \text{TRANSA} + 2\text{PROP}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta_0 \cdot \text{TRANSP} + 2\eta_0 \cdot \text{PROP} = \text{TRANSP} \Rightarrow \text{PROP} = \frac{(1 - \eta_0) \text{TRANSP}}{2\eta_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{PROP} = \frac{0,66}{0,66} \cdot \text{TRANSP} = 10^{-4} \text{ sec}$$

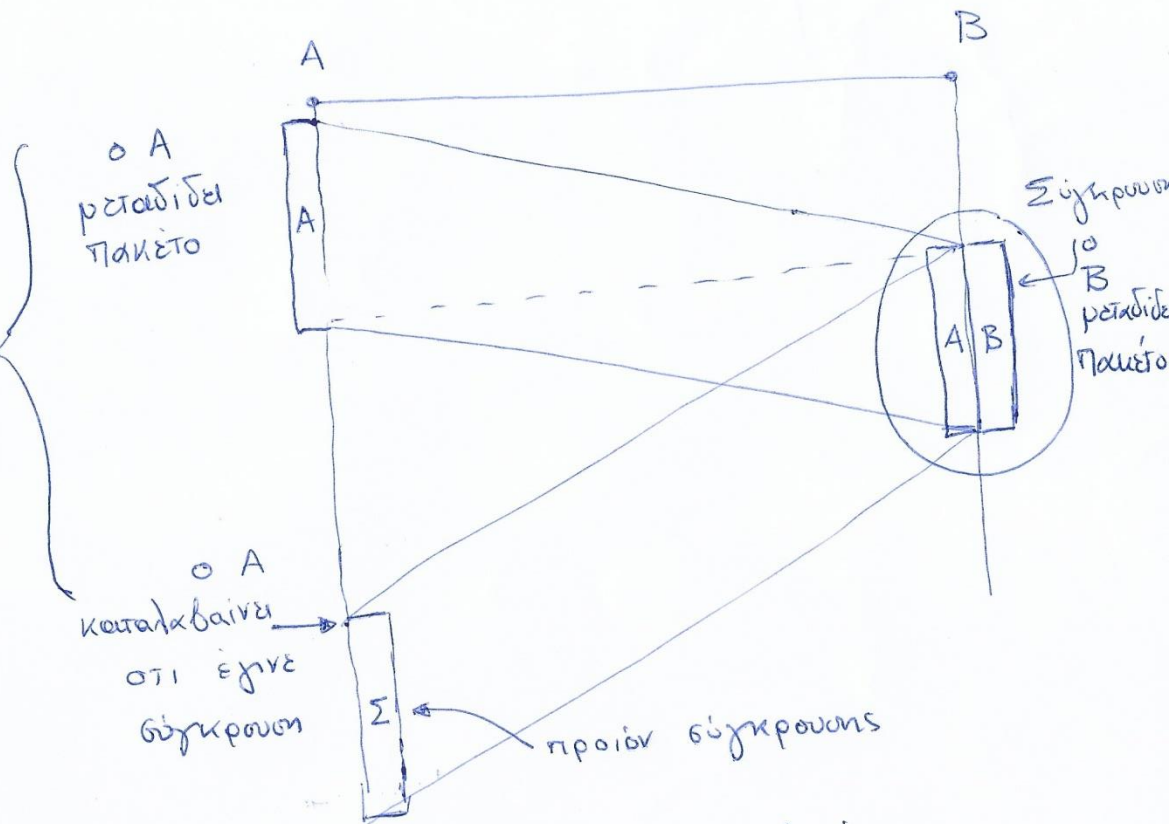
# Ethernet - CSMA/CD

Βασικές Σχέσεις

ελάχιστος χρόνος  
TRANSP = 2PROP  
Γενικά TRANSP ≥ 2PROP.

Αποδοτικότητα  
CSMA/CD

$$\eta = \frac{1}{1 + 5 \frac{PROP}{TRANSP}}$$



Αδούσεις  
ΓΕ5/17/18/02

ΕΞ 2014 Β/06  
ΕΞ 2013 Α/03

ΓΕ1/1819/05  
ΕΞ2011Β/03



Ας θεωρήσουμε ένα κανάλι πολλαπλής πρόσβασης ενός δικτύου με χωρητικότητα  $C=100$  Mbits/sec και μήκος  $D=600$ m πάνω στο οποίο συνδέονται  $N$  σταθμοί διαδοχικά και με ίσες αποστάσεις μεταξύ διαδοχικών σταθμών. Πάνω στο κανάλι χρησιμοποιείται το πρωτόκολλο τύπου CSMA/CD που έχει απόδοση 0,4 ενώ η ταχύτητα διάδοσης του σήματος στο κανάλι είναι  $V=200000$  km/sec.

**α)** Να υπολογίσετε το ρυθμό ροής σε frames/sec του καναλιού συνολικά καθώς και το αντίστοιχο ελάχιστο μήκος του frame (πακέτο) το οποίο χρησιμοποιείται από τους  $N$  σταθμούς όταν αυτοί μεταδίδουν. (8 μονάδες)

**β)** Ας υποθέσουμε τώρα ότι χρήστες σε καθένα από τους  $N$  σταθμούς στέλνουν βίντεο. Το βίντεο που στέλνουν έχει γυριστεί με ρυθμό 24 εικόνες/sec. Η κάθε εικόνα αποτελείται από 1000 στοιχειώδη κομμάτια (pixels). Το κάθε pixel που αντιστοιχεί στην φωτεινότητα είναι δυνατόν να πάρει μία εκ των 256 τιμών, χρειάζονται δηλαδή 8 bits για να κωδικοποιηθεί.

**i)** Πόσα frames ανά sec στέλνει ο κάθε σταθμός στο κανάλι για να μεταδίδει το βίντεο; (5 μονάδες)

**ii)** Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός σταθμών  $N$  που μπορεί να υποστηριχτεί από το παραπάνω δίκτυο απόδοσης 0,4; (7 μονάδες)



**a)**

Εφόσον η απόδοση είναι  $\eta=0,4$  αυτό σημαίνει ότι από τον τύπο της απόδοσης του πρωτοκόλλου CSMA/CD έχουμε

$$\eta_{CSMA/CD} = \frac{1}{1+5a} = 0,4, \quad a = \frac{PROP}{TRANSP}$$
$$a = 0,3$$

Γνωρίζουμε όμως ότι  $PROP = \frac{D(\text{Απόσταση})}{V(\text{Ταχύτητα Διάδοσης})}$  και  $TRANSP = \frac{F(\text{Απόσταση})}{C(\text{Χωρητικότητα Καναλιού})}$

Άρα

$$a = \frac{PROP}{TRANSP} = \frac{\frac{D}{V}}{\frac{F}{C}} = 0,3 \Rightarrow F = \frac{C \cdot D}{0,3 \cdot V} = \frac{10^8 (\text{bits / sec}) \cdot 600 \text{m}}{0,3 \cdot 2 \cdot 10^8 (\text{m / sec})} \Rightarrow F = 1000 \text{ bits}$$

Αφού το κανάλι έχει χωρητικότητα 100 Mbits/sec και η απόδοσή του είναι 0,4 συνεπάγεται ότι ο μέγιστος συνολικός ρυθμός μετάδοσης που υποστηρίζεται είναι

$$\rho = 40 \text{ Mbits/sec} = 40000 \text{ frames/sec.}$$

**β)**

Ο ρυθμός δεδομένων που παράγεται από έναν χρήστη είναι:

$$r=(24 \text{ εικόνες/sec}) \times 1000 \text{ (pixels/εικόνα)} \times (8 \text{ bits/pixel})=192.000 \text{ bits/sec}=192\text{Kbits/sec}.$$

**(i)** Άρα με δεδομένο ότι το κάθε frame έχει μήκος 1000 bits τότε ο κάθε χρήστης στέλνει 192 frames/sec

**(ii)** Εφόσον ο συνολικός ρυθμός μετάδοσης στο δίκτυο είναι 40000 frames/sec και ο κάθε κόμβος πρέπει να στέλνει 192 frames/sec τότε ο μέγιστος αριθμός των σταθμών που μπορεί να υποστηρίξει το δίκτυο είναι:

$$N_{\max}=(40000 \text{ frames/sec})/(192 \text{ frames/sec})=208.33, \text{ δηλαδή } 208 \text{ κόμβοι}.$$

*Σημ: Στις επόμενες διαφάνειες παρατίθεται πιο αναλυτικά το σκεπτικό της λύσης και οι σχετικοί υπολογισμοί:*

$$\eta = \frac{1}{1 + 5 \frac{\text{PROP}}{\text{TRANSP}}}$$

$$\text{PROP} = \frac{D}{v}$$

$$\text{TRANSP} = ?$$

$$1 + 5 \frac{\text{PROP}}{\text{TRANSP}} = \frac{1}{\eta}$$

$$5 \frac{\text{PROP}}{\text{TRANSP}} = \frac{1}{\eta} - 1$$

$$\text{TRANSP} = \frac{5 \text{ PROP}}{\frac{1}{\eta} - 1} = \frac{5 \frac{D}{v}}{\frac{1}{\eta} - 1} = \frac{5 \frac{600 \text{ m}}{200,000 \cdot 10^3 \frac{\text{M}}{\text{s}}}}{\frac{1}{0.4} - 1} =$$

$$= \frac{5 \cdot 6 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^8} \text{ sec} \cdot \frac{15}{1,5} \cdot 10^{-6} \text{ s} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

$$\text{TRANSP} = \frac{L [\text{bits}]}{C [\text{bits/sec}]} \Rightarrow L [\text{bits}] = \text{TRANSP} \cdot C =$$

$$= 10 \cdot 10^{-6} \text{ sec} \cdot 100 \cdot 10^6 \text{ bits/sec} = 1000 \text{ bits/frame}$$

$$\text{Ροθός Ροής πακέτων (frames/sec)} = \frac{\eta \cdot C \frac{\text{bits}}{\text{sec}}}{L \frac{\text{bits}}{\text{frame}}} = \frac{0,4 \cdot 100 \cdot 10^6 \frac{\text{bits}}{\text{sec}}}{1000 \frac{\text{bits}}{\text{frame}}} =$$

$$= 0,4 \cdot 10^5 \frac{\text{frames}}{\text{sec}} = 40.000 \frac{\text{frames}}{\text{sec}}$$

ΕΑΠ / ΠΛΗ22 / ΑΘΗ.3 / έκτακτη ΟΣΣ /  
23.06.2019 / Ν.Δημητρίου

$$\text{Video: } 24 \frac{\text{images}}{\text{sec}}$$

$$1000 \frac{\text{pixels}}{\text{image}}$$

$$8 \frac{\text{bits}}{\text{pixel}}$$

$$\text{Για έναν χρήστη } R_1 \rightarrow R_{\text{video}} = 24 \frac{\text{images}}{\text{sec}} \cdot 1000 \frac{\text{pixels}}{\text{image}} \cdot 8 \frac{\text{bits}}{\text{pixel}} =$$

$$\alpha) = 192 \cdot 10^3 \frac{\text{bits}}{\text{sec}} \rightarrow \frac{192 \cdot 10^3}{1000} \frac{\text{frames}}{\text{sec}}$$

$R_1''$

$$\beta) N_{\max} \leq \frac{\eta C}{R_1} = \frac{0.4 \cdot 10010^6 \text{ bits/sec}}{192 \cdot 10^3 \text{ bits/sec}} = \frac{40000}{192} \approx 208,33$$

$N_{\max} = 208$