ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΗΛΕ.41

Έκτακτη ΟΣΣ 05/06/2021

Νίκος Δημητρίου

Σημείωση: Οι διαφάνειες αυτές περιλαμβάνουν έναν ενδεικτικό οδηγό μελέτης/επανάληψης με την ανάπτυξη του σχετικού σκεπτικού επίλυσης παλαιών ασκήσεων χωρίς όμως να περιορίζουν την εξεταστέα ύλη που έχει αναρτηθεί στο study.eap.gr.

Ψηφιακές Επικοινωνίες

Διερεύνηση Περιοδικότητας

- Πεδίο του χρόνου: Σήμα σε μορφή αθροίσματος περιοδικών με περιόδους $T_1, T_2, \ldots, T_N$

  Κριτήριο: $\exists\ m_1, m_2, \ldots, m_N$ φυσικοί ώστε $T_{ολ} = m_1 T_1 = m_2 T_2 = \ldots = m_N T_N$

- Πεδίο των συχνοτήτων:

  Το φάσμα πλάτους να είναι διακριτό

  Παλμοί $\delta(f-f_i)$ σε συχνότητες $f_1, f_2, \ldots, f_N$.

  Κριτήριο: $\exists\ m_1', m_2', \ldots, m_N'$ φυσικοί ώστε $f_{ολ} = m_1' f_1 = m_2' f_2 = \ldots = m_N' f_N$

ΓΕ2/2021/Θ1,4

ΓΕ2/1819/Θ2, ΓΕ3/1819/Θ1

ΓΕ2/1920/Θ1, ΓΕ3/1920/Θ1

ΕΞ2018Α/Θ2, ΕΞ2018Β/Θ1

ΕΞ2019Α/Θ1, ΕΞ2019Β/Θ5

Ασκήσεις

ΓΕ2/1718/Θ3, 7α.

ΕΞ. 2017Β/Θ1 ΕΞ2015Β/Θ2

2017Α/Θ6 ΕΞ2015Α/Θ1

ΜΣ Fourier.

$\cos(2\pi f_c t) \overset{F}{\longleftrightarrow} \frac{1}{2}\{\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)\}$ $\sin(2\pi f_c t) \overset{F}{\longleftrightarrow} \frac{1}{2j}\{\delta(f-f_c)-\delta(f+f_c)\}$

$\mathrm{sinc}(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} \mathrm{rect}(f)$ $\mathrm{rect}(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} \mathrm{sinc}(f)$

$\mathrm{sinc}^2(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} \mathrm{tri}(f)$ $\mathrm{tri}(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} \mathrm{sinc}^2(f)$

Σημ. $\mathrm{sinc}(t) = \dfrac{\sin(\pi t)}{\pi t}$

Βασικές ιδιότητες

$x(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} X(f) \Leftrightarrow x(at) \overset{F}{\longleftrightarrow} \frac{1}{a} X\left(\frac{f}{a}\right), \alpha>0$

$x(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} X(f) \Leftrightarrow x(t-t_0) \overset{F}{\longleftrightarrow} e^{-j2\pi f t_0} X(f)$

$x(t) \longleftrightarrow X(f) \Leftrightarrow e^{j2\pi f_0 t} x(t) \longleftrightarrow X(f-f_0)$

$x(t) * g(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} X(f) \cdot G(f)$

ΓΕ2/1920/Θ2,3,6

3

Ιδανικά φίλτρα.

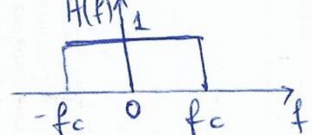
$$x(t) \longrightarrow \boxed{h(t),\, H(f)} \longrightarrow y(t)$$

$$y(t) = x(t) * h(t)$$ ← κρουστική απόκριση

$$\Updownarrow F \qquad \Updownarrow F \qquad \Updownarrow F$$

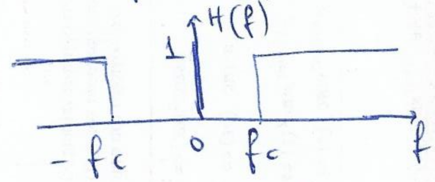
$$Y(f) = X(f) \cdot H(f)$$ ← συνάρτηση μεταφοράς (απόκριση συχνότητας)

Βαθυπερατό



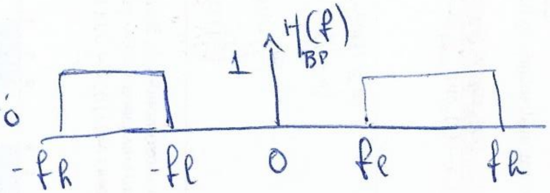
$$H(f) = \mathrm{rect}\left(\frac{f}{2f_c}\right)$$

Υψιπερατό



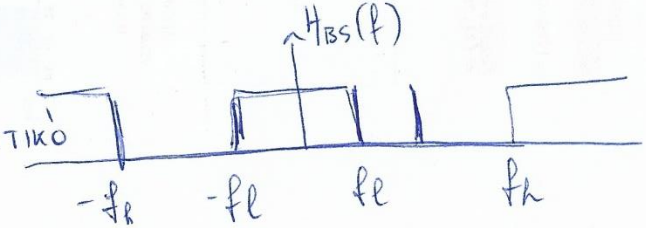
$$H(f) = 1 - \mathrm{rect}\left(\frac{f}{2f_c}\right)$$

Ζωνοπερατό



$$H_{BP}(f) = \mathrm{rect}\left(\frac{f - \frac{f_l + f_h}{2}}{f_h - f_l}\right) + \mathrm{rect}\left(\frac{f + \frac{f_l + f_h}{2}}{f_h - f_l}\right)$$

Ζωνοφρακτικό



$$H_{BS}(f) = 1 - H_{BP}(f)$$

ΓΕ2/1920/Θ4,5

Διαμόρφωση πλάτους

Σήμα $x(t)$ με εύρος ζώνης f_x ← σήμα πληροφορίας/μηνύματος

DSB: $x_{DSB}(t) = x(t) \cdot A_c \cos(2\pi f_c t)$

$$X_{DSB}(f) = \frac{A_c}{2} \cdot \left\{ X(f-f_c) + X(f+f_c) \right\}$$

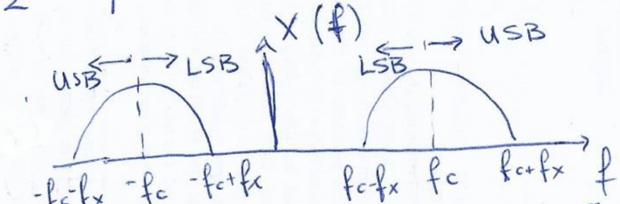
Εύρος Ζώνης
$W_{DSB} = 2f_x$

AM: $x_{AM}(t) = \left\{1 + x(t)\right\} A_c \cos(2\pi f_c t)$

Εύρος Ζώνης
$W_{AM} = 2f_x$

$$X_{AM}(f) = \frac{A_c}{2} \left\{ X(f-f_c) + X(f+f_c) \right\} + \frac{A_c}{2} \left\{ \delta(f-f_c) + \delta(f+f_c) \right\}$$

SSB:



Εύρος Ζώνης
$W_{SSB} = f_x$

Άνω πλευρική USB: Λήψη μέρους συχνοτήτων $[f_c, f_c+f_x]$ και $[-f_c-f_x, -f_c]$

Κάτω πλευρική LSB: Λήψη — " — $[f_c-f_x, f_x]$ και $[-f_c, -f_c+f_x]$

ΓΕ3/2021/Θ1,2
ΓΕ3/1819/Θ2
ΓΕ5/2021/Θ5
ΓΕ3/1920/Θ4,5
ΕΞ2020Α/Θ1
ΓΕ5/1920/Θ6

Ασκήσεις
ΓΕ2/Θ2,4,5
ΕΞ 2017Β/Θ2 ΕΞ 2015Α/Θ2
ΕΞ 2017Α/Θ1

ΕΞ2018Α/Θ3.2, ΕΞ2018Β/Θ2β,γ, ΕΞ2019Α/Θ2

Διαμόρφωση Γωνίας

$$X_m(t) = A_c \cos\{2\pi f_c t + \varphi(t)\}$$

$\varphi(t)$: περιέχεται σήμα πληροφορίας / μηνύματος εύρους ζώνης f_x (βλ. τέλος διαφάνειας)

Στιγμιαία Γωνία: $\Theta(t) = 2\pi f_c t + \varphi(t)$ (σε rad)

Στιγμιαία Κυκλική συχνότητα: $\omega(t) = \frac{d\Theta(t)}{dt} = 2\pi f_c + \frac{d\varphi(t)}{dt}$ (σε $\frac{rad}{sec}$)

Στιγμιαία Συχνότητα: $f(t) = \frac{\omega(t)}{2\pi} = f_c + \frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi(t)}{dt}$ (σε Hz)

Στιγμιαία Απόκλιση Συχνότητας: $\Delta f(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi(t)}{dt}$

Λόγος Απόκλισης: $\frac{\max|\Delta f(t)|}{f_x} = \frac{\max\left|\frac{d\varphi(t)}{dt}\right|}{2\pi f_x}$

Εύρος Ζώνης Διαμορφωμένου σήματος (Κανόνας Carson) $W = 2(D+1) f_x$

Διαμόρφωση Γωνίας:
- Διαμόρφωση φάσης (PM) $\varphi(t) = k_p x(t)$ — $x(t)$: σήμα πληροφορίας
- Διαμόρφωση Συχνότητας (FM) $\varphi(t) = k_f \int_{-\infty}^{t} x(\lambda)\, d\lambda$ — σήμα πληροφορίας

Σχετικές Ασκήσεις ΓΕ3/1718/Θ3,4 ΕΞ 2018Α/Θ2 ΕΞ 2015Α/Θ1

ΕΞ2020Β/Θ1
ΕΞ2018Β/Θ2δ
ΓΕ3/1819/Θ4,6
ΓΕ3/1920/Θ6, ΓΕ5/1920/Θ5,6
ΓΕ5/2021/Θ5
ΓΕ3/2021/Θ3,4

Διερεύνηση Δειγματοληψίας

- Σήμα $x(t)$ με φάσμα περιορισμένου εύρους ζώνης

$$X(f) \neq 0 \quad , \quad |f| \leq f_{max}$$
$$X(f) = 0 \quad , \quad |f| > f_{max}$$

- Ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας (Nyquist)

$$f_{s,min} = 2 f_{max}.$$

- Έκφραση στο πεδίο του χρόνου. (δειγματισμένο σήμα)

με συχν. δειγματοληψίας f_s.
-" περίοδο -"- $T_s = \frac{1}{f_s}$

$$x_s(n) = x(t)\Big|_{t \to nT_s}$$

- Φάσμα δειγματισμένου σήματος

$$X_s(f) = f_s \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f - m f_s)$$

Ασκήσεις.
ΓΕ3/1718/Θ1
ΕΞ 2017Β/Θ1 2017Α/Θ1
2016Α/Θ6, Θ1

ΓΕ3/1819/Θ3
ΓΕ3/2021/Θ2,6

Διαμόρφωση PCM

Σήμα $x(t)$ περιορισμένου εύρους ζώνης δηλ. $|x(t)| \neq 0, |f| \leq f_{max}$, $|x(t)| = 0, |f| > f_{max}$ } δειγματίζεται με συχνότητα δειγματοληψίας

$$f_s \geq f_{s,min} = 2 f_{max} \quad (samples/sec)$$

Υποθέτοντας L στάθμες κβάντισης (samples)

Δυαδικά bits / στάθμη κβάντισης : $\eta = \lceil \log_2(L) \rceil$ (bits/sample)

Ρυθμός μετάδοσης δειγματισμένου σήματος: $R_s = f_s\left(\frac{samples}{sec}\right) \cdot \eta\left(\frac{bits}{sample}\right) = f_s \cdot \eta\left(\frac{bits}{sec}\right) = f_s \cdot \log_2 L$

Δυαδικά Κανάλια : μεταφέρουν $2\,\frac{bits/sec}{Hz}$.

Άρα Εύρος Ζώνης PCM: $B_{PCM} \geq \frac{1}{2} f_s \cdot \log_2 L \quad (Hz)$

Για ομοιόμορφη Κβάντιση : Σηματοθορυβικός λόγος Κβάντισης

$$SNR_q = 10 \log_{10}(L^2) = 20 \log_{10}(L) \quad (dB)$$

Ασκήσεις

ΓΕ3/1718/Θ2, ΕΞ2013Α/Θ2

ΕΞ2012Β/Θ2

ΓΕ3/2021/Θ2,5
ΓΕ5/2021/Θ6

ΓΕ3/1819/Θ6, ΓΕ5/1819/Θ5
ΓΕ3/1920/Θ1,2
ΕΞ2018Α/Θ3.3,3.4
ΕΞ2019Β/Θ6

ΠΛΗ22_Εξέταση 1η_3-7-2019

ΘΕΜΑ 1 (20 Μονάδες)

Δίνεται το σήμα $x(t) = cos(2\pi 100t)$. Να υπολογιστεί η περίοδος και η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας (αν υπάρχουν) για τα παρακάτω σήματα:

Ερώτηση 1η (5 Μονάδες): $\mathrm{y_a(t) = x(t) + x(2t)}$

Ερώτηση 2η (5 Μονάδες): $y_\beta(t) = \left[x\left(\frac{t}{\pi}\right)\right]^2$

Ερώτηση 3η (5 Μονάδες): $y_\gamma(t) = [x(t) \cdot x(5t)] * sinc(1000t) + 1$, όπου ο τελεστής '*' αντιστοιχεί στη συνέλιξη

Ερώτηση 4η (5 Μονάδες): $y_\delta(t) = [x(t) \cdot 10sinc^2(10t)] + \delta(t)$

Ερώτηση 1η :

$$y_a(t) = x(t) + x(2t) = cos(2\pi 100t) + cos(2\pi 200t)$$

Οι περίοδοι των 2 όρων είναι αντίστοιχα

$T_1 = \frac{1}{100} sec, T_2 = \frac{1}{200} sec.$

Ο λόγος τους είναι:

$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{1}{100}}{\frac{1}{200}} = 2$, ρητός άρα το σήμα είναι περιοδικό με περίοδο

$T = T_1 = 2T_2 = \frac{1}{100} sec$

Η μέγιστη συχνότητα του σήματος είναι 200Hz άρα το σήμα έχει συχνότητα δειγματοληψίας ίση με 400Hz

Ερώτηση 2η :

$$y_\beta(t) = \left[x\left(\frac{t}{\pi}\right)\right]^2 = cos^2(200t) = \frac{1 + cos(400t)}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}cos\left(2\pi\frac{400}{2\pi}t\right)$$

Έχουμε έναν σταθερό και έναν περιοδικό όρο με συχνότητα $\frac{200}{\pi}Hz$
Το σήμα είναι περιοδικό με περίοδο $\frac{\pi}{200}sec$ και έχει ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας $\frac{400}{\pi}Hz$

<u>Ερώτηση 3η :</u>

$$y_\gamma(t) = [x(t)\cdot x(5t)] * sinc(1000t) + 1$$

$$x(t)\cdot x(5t) = \ cos(2\pi 100t)\cdot cos(2\pi 500t) = \frac{1}{2}cos(2\pi 600t) + \frac{1}{2}cos(2\pi 400t)$$

Άρα

$$y_\gamma(t) = \left[\frac{1}{2}cos(2\pi 600t) + \frac{1}{2}cos(2\pi 400t)\right] * sinc(1000t) + 1 \overset{F}{\leftrightarrow}$$

$$\overset{F}{\leftrightarrow} \quad F\left\{\frac{1}{2}cos(2\pi 600t) + \frac{1}{2}cos(2\pi 400t)\right\}\cdot \frac{1}{1000}rect\left(\frac{f}{1000}\right) + \delta(f)$$

Στην ανωτέρω έκφραση ο τετραγωνικός παλμός αποκόπτει τις συχνότητες που είναι μεγαλύτερες από 500Hz οπότε τελικά έχουμε το σήμα :

$$y_\gamma(t) = \frac{1}{2}\frac{1}{1000}cos(2\pi 400t) + 1$$

που είναι περιοδικό με περίοδο $\frac{1}{400}sec$ και συχνότητα 400Hz .

Η συχνότητα δειγματοληψίας είναι 800Hz

<u>Ερώτηση 4η :</u>

$$y_\delta(t) = [x(t) \cdot 10sinc^2(10t)] + \delta(t)$$
$$= cos(2\pi 100t) \cdot 10sinc^2(10t) + \delta(t) \overset{F}{\leftrightarrow}$$
$$\overset{F}{\leftrightarrow} \ \frac{1}{2}\left\{tri\left(\frac{f-100}{10}\right) + tri\left(\frac{f+100}{10}\right)\right\} + 1$$

Το φάσμα πλάτους είναι συνεχές άρα το σήμα δεν είναι περιοδικό.
Επίσης, το σήμα δεν είναι περιορισμένου εύρους ζώνης άρα δεν δειγματίζεται με το κριτήριο Nyquist.

ΕΞ2017Β

ΘΕΜΑ 1

Δίνονται τα σήματα $x(t)=\cos(2\pi 30t)$ και $y(t)=\cos(10t)$

Για τα παρακάτω σήματα να διερευνηθεί (α) η περιοδικότητα και η δειγματοληψία (με το κριτήριο Nyquist) και (β) να υπολογιστούν (αν υπάρχουν) οι αντίστοιχες περίοδοι και οι ελάχιστες συχνότητες δειγματοληψίας τους:

Ερώτηση 1: $a(t)=1+x(t)+y(t)$

Ερώτηση 2: $b(t)=x(t)+y(t)\cdot rect\left(\frac{t}{10}\right)$

Ερώτηση 3: $c(t)=\left[x(t)+y(t)\right]*20\mathrm{sinc}^2(20t)$

Ερώτηση 4: $d(t)=\mathrm{sinc}(60t)\cdot t\cdot x(t)$

(α)

$$a(t) = 1 + x(t) + y(t) = 1 + \cos(2\pi 30t) + \cos(10t) =$$

$$= 1 + \cos(2\pi 30t) + \cos\left(2\pi \frac{10}{2\pi} t\right)$$

$$\cos(2\pi 30t)$$

$$\text{Περίοδος } T_1 = \frac{1}{30}\text{sec}$$

$$\cos\left(2\pi \frac{10}{2\pi} t\right)$$

$$\text{Περίοδος } T_2 = \frac{2\pi}{10}\text{sec}$$

Ο λόγος των 2 περιόδων είναι:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{2\pi}{10}} = \frac{1}{6\pi}$$

Άρρητος άρα το σήμα δεν είναι περιοδικό
Η μέγιστη συχνότητα του σήματος είναι 30 Hz άρα το σήμα έχει ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας 60Hz.

(β)

$$b(t)=\cos(2\pi 30t)+\cos\left(2\pi\frac{10}{2\pi}t\right)\cdot rect\left(\frac{t}{10}\right)$$

$$\mathrm{B}(f)=\frac{1}{2}\left[\delta(f-30)+\delta(f+30)\right]+\frac{1}{2}\left[\delta\left(f-\frac{10}{2\pi}\right)+\delta\left(f+\frac{10}{2\pi}\right)\right]*10\mathrm{sinc}(10f)=$$

$$=\frac{1}{2}\left[\delta(f-30)+\delta(f+30)\right]+\frac{1}{2}\left[10\mathrm{sinc}\left(10\left(f-\frac{10}{2\pi}\right)\right)+10\mathrm{sinc}\left(10\left(f+\frac{10}{2\pi}\right)\right)\right]$$

Το φάσμα πλάτους είναι συνεχές άρα το σήμα δεν είναι περιοδικό.
Το σήμα δεν είναι περιορισμένου εύρους ζώνης άρα δεν ορίζεται συχνότητα Nyquist.

(γ)

$$c(t)=\left[x(t)+y(t)\right]*20\operatorname{sinc}^2(20t)=\left[\cos(2\pi 30t)+\cos\left(2\pi\frac{10}{2\pi}t\right)\right]*20\operatorname{sinc}^2(20t)$$

$$C(f)=\left\{\frac{1}{2}\left[\delta(f-30)+\delta(f+30)\right]+\frac{1}{2}\left[\delta\left(f-\frac{10}{2\pi}\right)+\delta\left(f+\frac{10}{2\pi}\right)\right]\right\}\cdot tri\left(\frac{f}{20}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\left[\delta\left(f-\frac{10}{2\pi}\right)\left(tri\left(\frac{\left(\frac{10}{2\pi}\right)}{20}\right)\right)+\delta\left(f+\frac{10}{2\pi}\right)\left(tri\left(\frac{\left(-\frac{10}{2\pi}\right)}{20}\right)\right)\right]=$$

$$=\frac{1}{2}\left[\delta\left(f-\frac{10}{2\pi}\right)\left(-\frac{1}{20}\left(\frac{10}{2\pi}\right)+1\right)+\delta\left(f+\frac{10}{2\pi}\right)\left(\frac{1}{20}\left(-\frac{10}{2\pi}\right)+1\right)\right]=$$

$$=\frac{1}{2}\left(-\left(\frac{10}{40\pi}\right)+1\right)\left[\delta\left(f-\frac{10}{2\pi}\right)+\delta\left(f+\frac{10}{2\pi}\right)\right]$$

Το σήμα είναι ένας τόνος συχνότητας 10/2π Hz (άρα η περίοδοςτου είναι 2π/10 Hz) και έχει ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας Nyquist 20/2π Hz.

Σημείωση: Το ερώτημα δεν απαιτούσε τον ακριβή υπολογισμό του πλάτους των παλμών δ (με βάση την τιμή του τριγωνικού παλμού στα σημεία 10/2π Hz, -10/2π Hz).

(δ)

$$d(t) = \text{sinc}(60t) \cdot t \cdot x(t) =$$

$$= \frac{\sin(60\pi t)}{60\pi t} t \cdot \cos(2\pi 30t) = \frac{1}{60\pi} \sin(2\pi 30 \cdot t) \cos(2\pi 30t) = \frac{1}{60\pi} \frac{1}{2} \sin(2\pi 60 \cdot t)$$

Το σήμα είναι περιοδικό με περίοδο ίση με 1/60 sec.
Το σήμα είναι ένας τόνος συχνότητας 60 Hz και έχει ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας Nyquist 120 Hz.

ΠΛΗ22 Εξέταση 8-7-2018

<u>ΘΕΜΑ 2</u>

Δίνονται τα παρακάτω σήματα:

$x(t) = \cos(2\pi 100t)$

$y(t) = \cos(50t)$

Να διερευνήσετε την περιοδικότητα και τη δειγματοληψία (με το κριτήριο Nyquist) υπολογίζοντας αντίστοιχα την περίοδο και τη συχνότητα δειγματοληψίας (αν υπάρχουν) για τα ακόλουθα σήματα:

(α) $a(t) = 1 - x(t) - y(t)$

(β) $b(t) = \delta(t) + x\left(\frac{t}{\pi}\right) + y(t)$

(γ) $c(t) = 1 + x(t) \cdot y(\pi t)$

(δ) $e(t) = c(t) * \sin c(200t)$

(α) $a(t) = 1 - x(t) - y(t)$

$$a(t) = 1 - x(t) - y(t) = 1 - \cos(2\pi 100 t) - \cos(2\pi \frac{50}{2\pi} t)$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{1}{100}}{\frac{2\pi}{50}} = \frac{1}{4\pi}, \text{άρρητος άρα μη περιοδικό}$$

$$f_{\max} = 100Hz, \text{άρα } f_{s,\min} = 200Hz$$

(β) $b(t)=\delta(t)+x\left(\dfrac{t}{\pi}\right)+y(t)$

$$b(t)=\delta(t)+x\left(\frac{t}{\pi}\right)+y(t)=\delta(t)+\cos\left(2\pi\frac{100}{\pi}t\right)+\cos\left(2\pi\frac{50}{2\pi}t\right)\xleftrightarrow{F}1+\frac{1}{2}\left\{\delta\left(f-\frac{100}{\pi}\right)+\delta\left(f+\frac{100}{\pi}\right)\right\}+\frac{1}{2}\left\{\delta\left(f-\frac{50}{2\pi}\right)+\delta\left(f+\frac{50}{2\pi}\right)\right\}$$

Το φάσμα πλάτους είναι συνεχές (λόγω του 1ου όρου σταθ = 1) άρα το σήμα είναι μη περιοδικό.
Το σήμα δεν είναι περιορισμένου εύρους ζώνης (πάλι λόγω του 1ου όρου) άρα δεν δειγματίζεται κατά Nyquist.

(γ) $c(t)=1+x(t)\cdot y(\pi t)$

$$c(t)=1+x(t)\cdot y(\pi t)=1+\cos(2\pi 100t)\cdot\cos(2\pi 25t)=1+\frac{1}{2}\{\cos(2\pi 125t)+\cos(2\pi 75t)\}$$

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{\frac{1}{125}}{\frac{1}{75}}=\frac{3}{5},\text{ρητός άρα περιοδικό με περίοδο } \mathrm{T}=5T_1=3T_2=\frac{1}{25}\sec$$

$$f_{\max}=125Hz,\text{άρα } f_{s,\min}=250Hz$$

(δ) $e(t)=c(t)*\sin c(200t)$

$$c(t)=1+\frac{1}{2}\{\cos(2\pi125t)+\cos(2\pi75t)\}\xleftrightarrow{F}C(f)=\delta(f)+\frac{1}{4}\{\delta(f-125)+\delta(f+125)\}+\frac{1}{4}\{\delta(f-75)+\delta(f+75)\}$$

$$e(t)=c(t)*\sin c(200t)\xleftrightarrow{F}C(f)\cdot\frac{1}{200}rect\left(\frac{f}{200}\right)$$

Δηλ. έχουμε βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής 100Hz που αποκόπτει τους παλμούς δ στα +/- 125Hz και συνεπώς το φάσμα εξόδου θα είναι: $E(f)=\frac{1}{200}\left\{\delta(f)+\frac{1}{4}\{\delta(f-75)+\delta(f+75)\}\right\}$

Το σήμα είναι περιοδικό με περίοδο 1/75 sec και έχει συχνότητα δειγματοληψίας Nyquist 150Hz

<u>ΘΕΜΑ 2</u> ΕΞ 2015Β

Με δεδομένο το σήμα $x(t) = 4sinc(4t)$ να υπολογίσετε την περίοδο (αν υπάρχει) και την ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας για καθένα από τα παρακάτω σήματα:

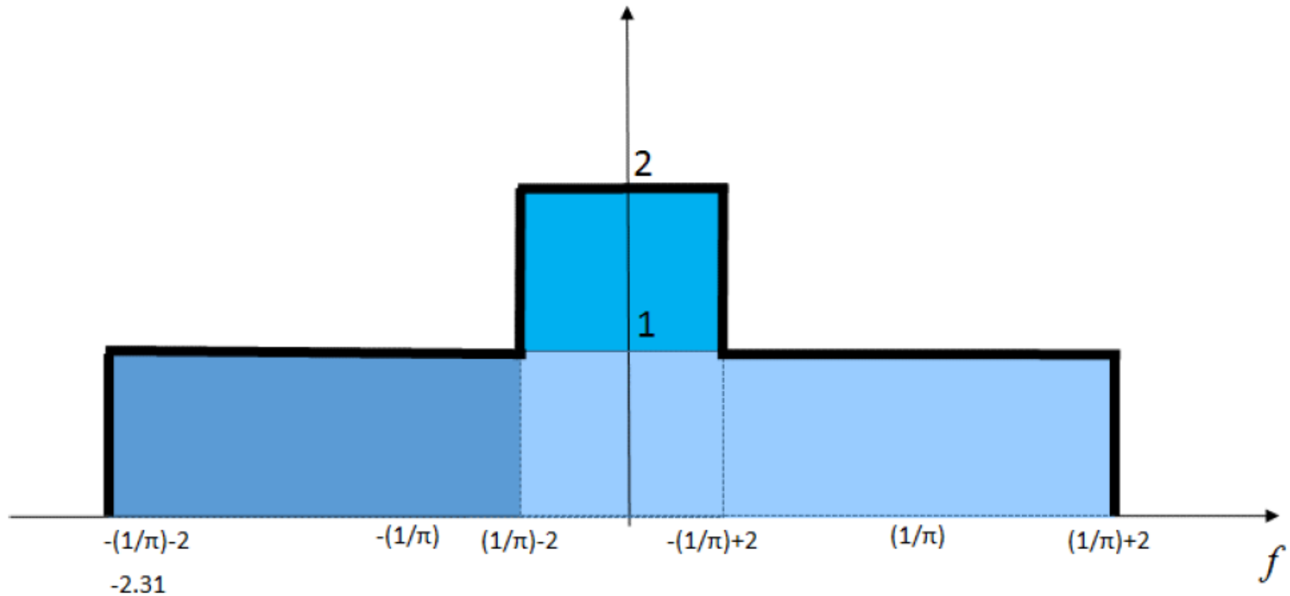
α) $x(t)2cos(2t)$ ***(7 μονάδες)***

β) $x^2(t)2cos(2t)$ ***(7 μονάδες)***

γ) $\dfrac{x^2(t)2cos(2t)}{\pi F^{-1}\left\{tri\left(\frac{f}{4}\right)\right\}}$ ***(6 μονάδες)***

(Σύνολο μονάδων 20)

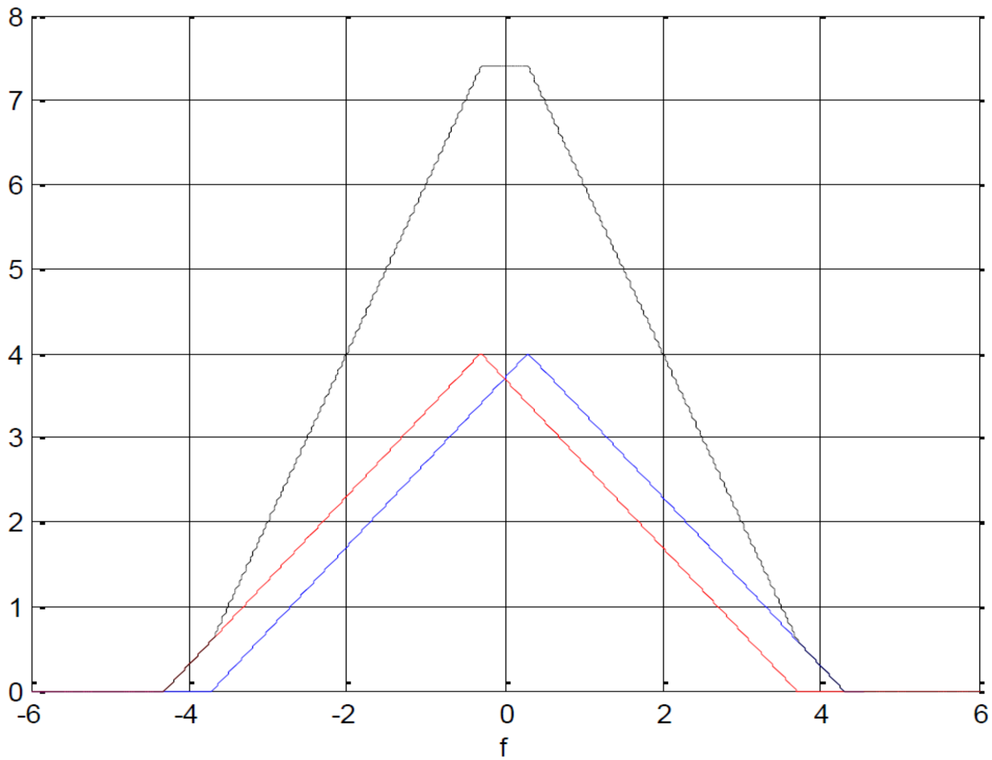
α) $x(t)2cos(2t) \overset{F}{\leftrightarrow} rect\left(\frac{f}{4}\right) * \left\{\delta\left(f-\frac{1}{\pi}\right)+\delta\left(f-\frac{1}{\pi}\right)\right\} = rect\left(\frac{f-\frac{1}{\pi}}{4}\right)+rect\left(\frac{f+\frac{1}{\pi}}{4}\right)$



Το σήμα δεν είναι περιοδικό γιατί εμφανίζει συνέχεια στη συχνότητα.
Η μέγιστη συχνότητα είναι $f_{max} = \frac{1}{\pi} + 2$ και επομένως $f_{s,min} = 2\left(\frac{1}{\pi} + 2\right)$

β) $x^2(t)2cos(2t) = 16sinc^2(4t)\ 2cos(2t) \overset{F}{\leftrightarrow} 4tri\left(\frac{f}{4}\right) * \left\{\delta\left(f-\frac{1}{\pi}\right)+\delta\left(f-\frac{1}{\pi}\right)\right\}=$

$$= 4\left\{tri\left(\frac{f-\frac{1}{\pi}}{4}\right)+tri\left(\frac{f+\frac{1}{\pi}}{4}\right)\right\}$$



Σημ: Δεν χρειαζόταν το ακριβές σχήμα στην απάντηση

Το σήμα δεν είναι περιοδικό γιατί εμφανίζει συνέχεια στη συχνότητα.

Η μέγιστη συχνότητα είναι $f_{max} = \frac{1}{\pi} + 4$ και επομένως $f_{s,min} = 2\left(\frac{1}{\pi}+4\right)$

γ) $\frac{x^2(t)2cos(2t)}{\pi F^{-1}\left\{tri\left(\frac{f}{4}\right)\right\}} = \frac{x^2(t)2cos(2t)}{\pi 4sinc^2(4t)} = \frac{4*4sinc^2(4t)2cos(2t)}{\pi 4sinc^2(4t)} = \frac{8}{\pi}cos(2t)$

Το σήμα αυτό είναι περιοδικό με συχνότητα 1/π, περίοδο π και $f_{s,min} = 2/\pi$

ΕΞ 2015Α

<u>ΘΕΜΑ 1</u>

Να υπολογίσετε τις τιμές του α>0 για τις οποίες ισχύει η κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

α) Το σήμα $\cos(2\pi at)+\sin(2\pi f_2 t)$ είναι περιοδικό. ***(3 μονάδες)***

β) Το σήμα $\cos(2\pi f_1 t) * a\sin c(at)$ είναι περιοδικό. ***(3 μονάδες)***

γ) Ισχύει ότι $a\sin c(at) * g(t) = g(t)$ όπου $g(t) \xleftrightarrow{F} G(f)$ και $\begin{matrix} G(f) > 0, |f| < 60 \\ G(f) = 0, |f| > 60 \end{matrix}$ ***(4 μονάδες)***

δ) Η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας κατά Nyquist του $x(t) = a\sin c(at) \cdot 100a\sin c^2(100at)$ είναι 804Hz. ***(6 μονάδες)***

ε) Το εύρος ζώνης του σήματος που προκύπτει από διαμόρφωση FM συνημιτονικού φέροντος από σήμα πληροφορίας $x(t) = a\sin c^3(100t)$ με k_f=50π είναι 600Hz. ***(6 μονάδες)***

[<u>Υπόδειξη :</u> ο τελεστής ∗ αντιστοιχεί σε συνέλιξη]

(Σύνολο μονάδων 22)

(α) Για το $\cos(2\pi a t)+\sin(2\pi f_2 t)$ έχουμε

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{f_2}}=\frac{f_2}{a}$$

Το σήμα θα είναι περιοδικό αν ο λόγος των περιόδων είναι ρητός δηλ.

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{f_2}}=\frac{f_2}{a}=\frac{m}{n}\Leftrightarrow a=\frac{n}{m}f_2$$

(β) Έχουμε:

$\cos(2\pi f_1 t) * a\sin c(at) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_1)+\delta(f+f_1)\right]\cdot rect\left(\frac{f}{a}\right)$ δηλ. διέλευση ενός τόνου από βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής α/2.

Για να είναι περιοδικό το $\cos(2\pi f_1 t)\cdot a\sin c(at)$ θα πρέπει η συχνότητα f_1 να είναι μικρότερη από το εύρος ζώνης του φίλτρου δηλ $f_1 \leq \frac{a}{2} \Leftrightarrow a \geq 2f_1$

(γ) $a\sin c\left(at\right)*g\left(t\right)\xleftrightarrow{F} rect\left(\frac{f}{a}\right)G\left(f\right)$ δηλ. διέλευση του φάσματος G(f) από βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής α/2.

$rect\left(\frac{f}{a}\right)G\left(f\right)=G\left(f\right)$ δηλ. το G(f) διέρχεται αυτούσιο από το φίλτρο εφόσον $\frac{a}{2}\geq 60 \Leftrightarrow a\geq 120$

(δ) Η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας κατά Nyquist του $x(t) = a\sin c(at) \cdot 100a\sin c^2(100at)$ είναι 804Hz

Είναι

$$x(t) = a\sin c(at) \cdot 100a\sin c^2(100at) \xleftrightarrow{F} rect\left(\frac{f}{a}\right) * tri\left(\frac{f}{100a}\right) = X(f)$$

Η μέγιστη συχνότητα της συνέλιξης των 2 φασμάτων αντιστοιχεί στο άθροισμα των επιμέρους μέγιστων συχνοτήτων , δηλ. $f_{\max} = \frac{a}{2} + 100a = \frac{201a}{2}$

Συνεπώς, η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας είναι $f_{s,\min} = 2\frac{201a}{2} = 201a = 804 \Leftrightarrow a = 4$

(ε) $x(t) = a\sin c^3(100t) = a \cdot \text{sinc}(100t)\text{sinc}^2(100t) \xleftrightarrow{F} a\frac{1}{100}rect\left(\frac{f}{100}\right) * \frac{1}{100}tri\left(\frac{f}{100}\right)$

Μέγιστο πλάτος : α

Εύρος ζώνης: 50+100=150Hz

Μέγιστη απόκλιση συχνότητας $\Delta f_{\max} = \frac{k_f}{2\pi}\max\left(\left|x(t)\right|\right) = \frac{50\pi}{2\pi}\alpha = 25\alpha\, Hz$

και ο λόγος απόκλισης είναι

$$D = \frac{25a}{150} = \frac{a}{6}$$

Άρα με βάση τον κανόνα Carson έχουμε:

$$W = 2\left(\frac{a}{6}+1\right)\cdot 150\ Hz = 600\ Hz \Leftrightarrow \frac{a}{6}+1 = 2 \Leftrightarrow a = 6$$

<u>ΘΕΜΑ 2</u>

ΕΞ 2015Β

α) Να σχεδιάσετε το φάσμα του σήματος $x(t) = [40sinc(20t) - 5sinc^2(5t)] * 10sinc(10t)$ και κατόπιν να απλοποιήσετε την έκφρασή του στο πεδίο του χρόνου. ***(12 μονάδες)***

β) Να σχεδιάσετε το φάσμα της κάτω πλευρικής του διαμορφωμένου κατά DSB σήματος, με φέρον μοναδιαίου πλάτους και συχνότητας 1KHz. Κατόπιν να υπολογίσετε την κρουστική συνάρτηση του απαιτούμενου βαθυπερατού φίλτρου για να πάρετε την κάτω πλευρική του διαμορφωμένου κατά DSB σήματος. ***(10 μονάδες)***

α)

$$\text{sinc}^2(t) \xleftrightarrow{F} tri(f) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a \cdot \text{sinc}^2(at) \xleftrightarrow{F} tri\left(\frac{f}{a}\right)$$

και αντίστοιχα

$$sinc(t) \overset{F}{\leftrightarrow} rect(f)$$

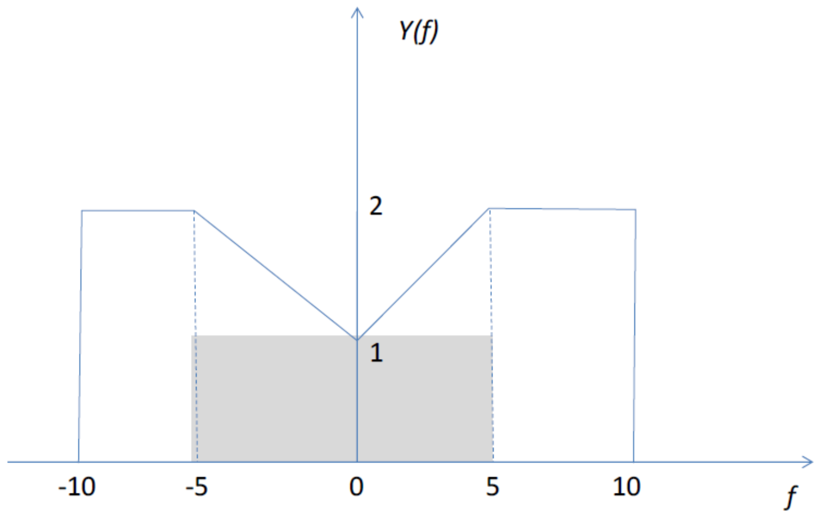
$$asinc(at) \overset{F}{\leftrightarrow} rect\left(\frac{f}{a}\right)$$

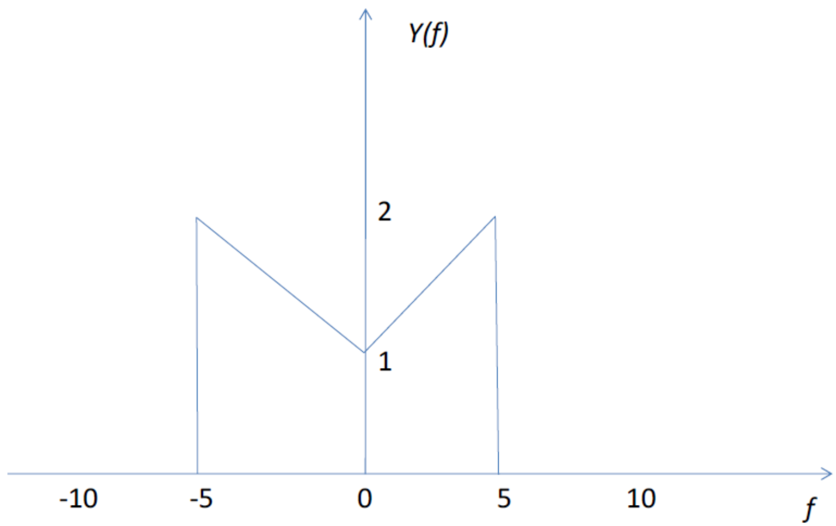
Επομένως

$$x(t) = [2 * 20sinc(20t) - 5sinc^2(5t)] * 10sinc(10t)$$

$$Y(f) = \left[2rect\left(\frac{f}{20}\right) - tri\left(\frac{f}{5}\right)\right] rect\left(\frac{f}{10}\right)$$

με φάσμα





Με βάση το πιο πάνω σχήμα παρατηρούμε ότι

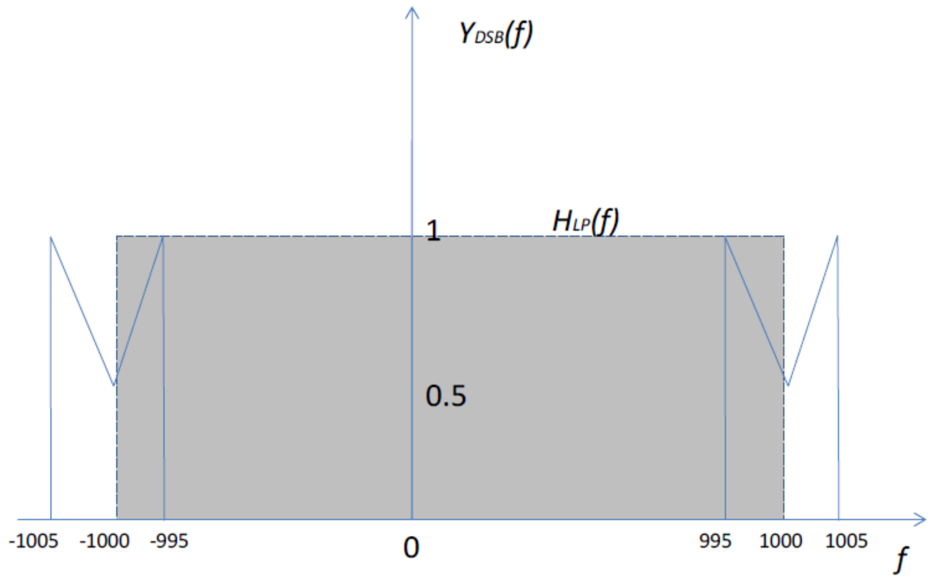
$$Y(f) = \left[2rect\left(\frac{f}{20}\right) - tri\left(\frac{f}{5}\right)\right] rect\left(\frac{f}{10}\right) = 2rect\left(\frac{f}{10}\right) - tri\left(\frac{f}{5}\right)$$

το οποίο έχει αντίστροφο ΜΣ Fourier

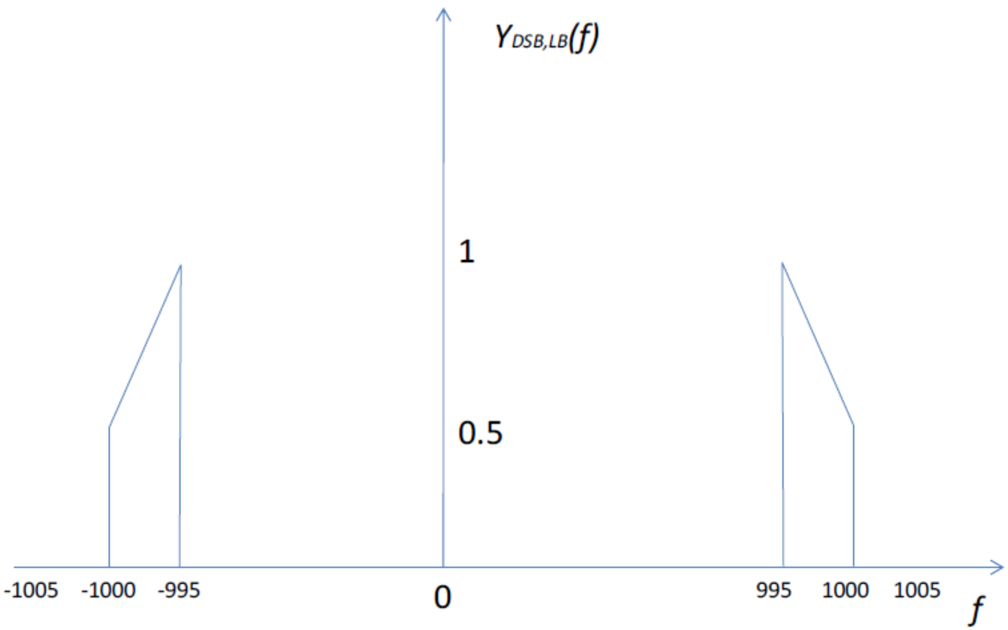
$$x(t) = 2 * 10sinc(10t) - 5sinc^2(5t)$$

β)

Το $Y(f)$ διαμορφώνεται κατά DSB με φέρον μοναδιαίου πλάτους και συχνότητας 1KHz. Το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος είναι:



και το διαμορφωμένο κάτω πλευρικής με κατάλληλη χρήση βαθυπερατού φίλτρου εύρους 1KHz, θα είναι



οπότε η συνάρτηση μεταφοράς του απαιτούμενου βαθυπερατού φίλτρου είναι

$$H(f) = rect\left(\frac{f}{2000}\right)$$

και η κρουστική απόκριση

$$h(t) = 2000sinc(2000t)$$

ΘΕΜΑ 2 ΕΞ 2013Α

Δίνεται το σήμα $X(f) = rect\left(\frac{f}{4a}\right)$.

α) Να προσδιοριστούν για το σήμα $y(t) = x(t) + \frac{1}{2}x\left(\frac{t}{2}\right)$, οι εκφράσεις του δειγματισμένου σήματος στο πεδίο του χρόνου $y_\delta(n)$. *(5 μονάδες)*

β) Να εξηγήσετε αν τα παρακάτω σήματα είναι περιοδικά και να υπολογιστούν οι περίοδοι (αν υπάρχουν)

i) $y(t)$ και *(3 μονάδες)*

ii) $z(t) = \dfrac{\Im^{-1}\left\{X(f) * \left[\delta(f-20) + \delta(f+20)\right]\right\}}{2a\pi \sin c(4at)}$, *(7 μονάδες)*

(όπου με $\Im^{-1}\{\ \}$ εννοείται αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier και με '*' εννοείται η πράξη της συνέλιξης).

γ) Προκειμένου να μεταδοθούν τα σήματα *y(t)* και *z(t)* κάθε ένα θα υποστεί δειγματοληψία σε ρυθμό Nyquist, θα κωδικοποιηθεί κατά PCM με 8 bits και κατόπιν θα μεταδοθούν και τα δύο με πολυπλεξία FDMA. Να υπολογιστεί το συνολικό απαιτούμενο εύρος ζώνης αν $\alpha=10$. *(5 μονάδες)*

α)

$$X(f) = rect\left(\frac{f}{4a}\right) \leftrightarrow 4a \sin c(4at) = x(t)$$

$$y(t) = x(t) + \frac{1}{2}x\left(\frac{t}{2}\right) = 4a \sin c(4at) + \frac{1}{2}4a \sin c(4a\frac{t}{2}) = 4a \sin c(4at) + 2a \sin c(2at)$$

$$y(t) = 4a \sin c(4at) + 2a \sin c(2at) \leftrightarrow rect\left(\frac{f}{4a}\right) + rect\left(\frac{f}{2a}\right) = Y(f)$$

Παρατηρούμε ότι έχουμε άθροισμα δύο σημάτων βασικής ζώνης με εύρος 4a *(f_{max}=2a)* και 2α *(f_{max}=a)* αντίστοιχα. Άρα f_{max}*=2a* και επομένως η συχνότητα δειγματοληψίας Nyquist είναι $f_{s,min}$*=4a*.

Άρα το δειγματισμένο σήμα στο πεδίο του χρόνου $y_\delta(n)$ είναι:

$$y_\delta(n) = \underset{t=nT_s}{y(t)} = 4a \sin c(4an\frac{1}{f_{s,\min}}) + 2a \sin c(2an\frac{1}{f_{s,\min}}) =$$

$$= 4a \sin c(4an\frac{1}{4a}) + 2a \sin c(2an\frac{1}{4a}) =$$

$$= 4a \sin c(n) + 2a \sin c(\frac{n}{2})$$

β)

(i) Το σήμα *y(t)* δεν είναι περιοδικό γιατί το φάσμα του είναι συνεχές

(ii)

$$z(t)=\frac{\Im^{-1}\left\{X(f)*\left[\delta(f-20)+\delta(f+20)\right]\right\}}{2a\pi\sin c(4at)}=\frac{x(t)2\cos(2\pi 20\tau)}{2a\pi\sin c(4at)}=$$

$$=\frac{4a\sin c(4at)2\cos(2\pi 20t)}{2a\pi\sin c(4at)}\Leftrightarrow z(t)=\frac{4}{\pi}\cos(2\pi 20t) \qquad \text{(A)}$$

Άρα το σήμα αυτό είναι περιοδικό με περίοδο 1/20 sec.

γ)
Σύφωνα με την ανάλυση στο ερώτημα 1), η συχνότητα δειγματοληψίας για το *y(t)* είναι $f_{s,min}=4a$ *samples/sec*.
Το αντίστοιχο εύρος ζώνης θα είναι

$$\frac{1}{2} f_{s,\min} N = \frac{1}{2} 4a \cdot 8 = 16a \text{ Hz}$$

Από την (Α) βλέπουμε ότι

$Z(f) = \dfrac{2}{\pi}\Big(\delta(f-20) + \delta(f+20)\Big)$, άρα η συχνότητα δειγματοληψίας για το z*(t)* είναι $f'_{s,min}=40Hz$. Το αντίστοιχο εύρος ζώνης θα είναι

$$\frac{1}{2} f'_{s,\min} N = \frac{1}{2} 40 \cdot 8 = 160 \text{ Hz}$$

Επομένως συνολικά απαιτείται εύρος ζώνης $16\alpha+160=320$ Hz.

Θεωρία Πληροφορίας

x τ.μ. $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ Πιθανότητες

$$\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1 \qquad 0 \leq p(x_i) \leq 1$$

Ομοιόμορφη κατανομή $p(x_i) = \frac{1}{n}$

Συνδυασμένη πιθανότητα: $p(x_i \text{ ΚΑΙ } y_j) = p(x_i, y_j)$

Υπο συνθήκη πιθανότητα $p(x_i \text{ ΔΕΔΟΜΕΝΟΥ } y_j) = p(x_i/y_j) = \dfrac{p(x_i, y_j)}{p(y_j)}$

$$\Leftrightarrow p(x_i, y_j) = p(x_i/y_j)\, p(y_j) = p(y_j/x_i)\, p(x_i)$$

Μέση τιμή τ.μ.: $E(x) = \sum_{i=1}^{N} x_i\, p(x_i)$

Ποσότητα Πληροφορίας

Ενδεχομένου x_i μιας τ.μ. x $H(x_i) = -\log_2[p(x_i)]$

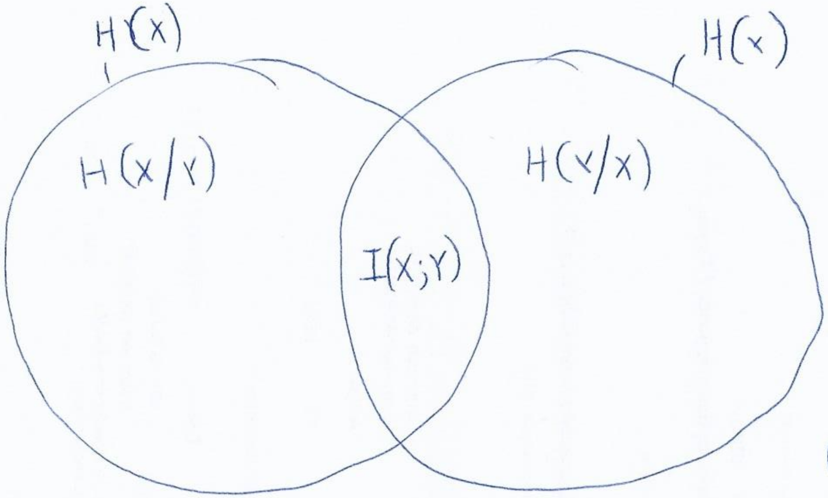
Αν. $p(x_i) = 0$ ή $p(x_i) = 1$ $H(x_i) = 0$ (βέβαιο ή απίθανο ενδεχόμενο)

Μέση ποσότητα Πληροφορίας - Εντροπία τ.μ. x: $H(x) = -\sum_{i=1}^{N} p(x_i) \log[p(x_i)]$

Συνδυασμένη Εντροπία $H(X,Y) = -\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p(x_i, y_j) \log p(x_i, y_j)$

Υπό συνθήκη Εντροπία $H(X/Y) = \sum_{j=1}^{N} H(X/y_j)\, p(y_j) = \sum_{j=1}^{n} \left[\left[\sum_{i=1}^{n} p(x_i/y_j) \log p(x_i/y_j) \right] p(y_j) \right] =$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p(x_i/y_j) \cdot p(y_j) \log p(x_i/y_j) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p(x_i, y_j) \log p(x_i/y_j)$$



$$H(X) = H(X/Y) + I(X;Y)$$

$$H(X,Y) = H(X) + H(Y/X) =$$
$$= H(Y) + H(X/Y)$$

X: τ.μ. $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

$$0 \leq H(X) \leq \log_2(n)$$

↑ βέβαιο ενδεχόμενο

↑ ομοιόμορφη κατανομή (ισοπίθανα όλα τα ενδεχόμενα)

ΓΕ4/1819/Θ1
ΓΕ4/1920/Θ1,2
ΓΕ4/2021/Θ1,2

Ασκήσεις
ΓΕ3/1718/Θ5,6
ΕΞ 2016 Β/Θ3

Κωδικοποίηση Πηγής

Σύμβολα ⟶ Κωδικές λέξεις

- ομοιόμορφη
- Fano, Shannon, Huffman (βέλτιστη)

Σύμβολα $\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$

Μέσο μήκος κώδικα $\bar{L} = \sum_{i=1}^{n} l_i \, p(s_i)$.

$$H(S) \le \bar{L} \le \log_2(n)$$

Προσοχή: όλοι οι ανωτέρω κώδικες είναι άμεσοι (ιδιάζοντες, μοναδικά αποκωδικοποιήσιμοι, μη προθεματικοί)

ΓΕ4/1819/Θ3,4
ΓΕ4/1920/Θ3,4
ΓΕ4/2021/Θ3,4

Ασκήσεις
ΓΕ3/1718/Θ7
ΕΞ2017Α/Θ3, ΕΞ2014Α/Θ3

ΕΞ2018Α/Θ4, ΕΞ2018Β/Θ3
ΕΞ2019Α/Θ4, ΕΞ2019Β/Θ3,4

ΕΞ 2014Α

Θέμα 3

Δίνονται οι ακόλουθοι κώδικες

	Κώδικας 1		Κώδικας 2		Κώδικας 3		Κώδικας 4		Κώδικας 5	
		Πιθανότητα		**Πιθανότητα**		**Πιθανότητα**		**Πιθανότητα**		**Πιθανότητα**
S1	00	0.6	1	0.55	11	0.3	10	0.45	0	0.5
S2	10	0.2	01	0.25	10	0.25	00	0.30	01	0.25
S3	00	0.1	001	0.15	00	0.2	11	0.15	011	0.15
S4	11	0.1	000	0.05	010	0.1	110	0.10	0111	0.10
S5					0111	0.1				
S6					0110	0.05				

α) Ζητείται να εξεταστεί, οι ακόλουθοι κώδικες σε ποια(-ες) κατηγορία(-ες) ανήκουν: I). Μη ιδιάζοντες II). Μοναδικά αποκωδικοποιήσιμοι III). Αμεσοι.

Ποιοι από αυτούς τους κώδικες θα μπορούσε να είναι κώδικες Huffman.

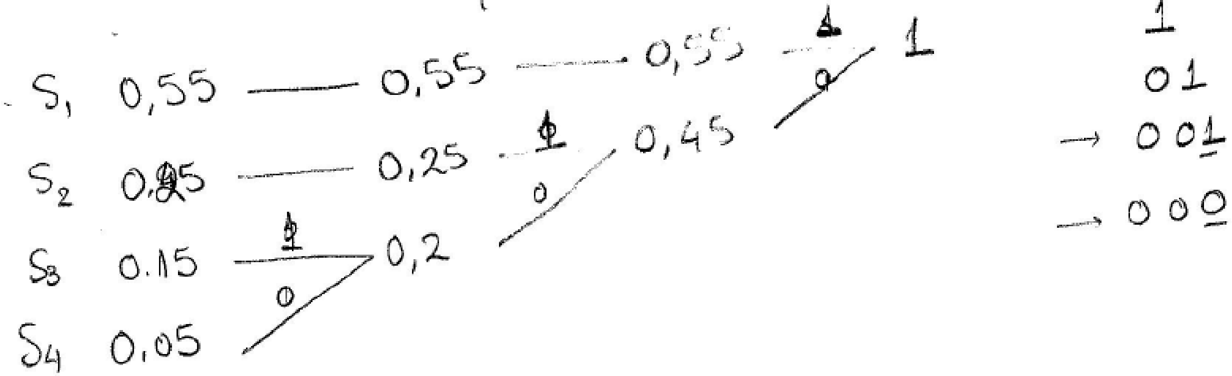
β). Για τους κώδικες Huffman που βρέθηκαν στο προηγούμενο ερώτημα, να προτείνετε κατάλληλες κατανομές πιθανοτήτων των συμβόλων της πηγής που τους κωδικοποιούν.

γ). Για τους κώδικες Huffman, που τυχόν βρέθηκαν, να υπολογίσετε την επίδοση του καθενός κώδικα Huffman.

Θ3/ΕΞ 2014Α

Κώδικας 1 ιδιάζων ($S_1 \equiv S_3$)
Κώδικας 4 προθεματικός (όχι άμεσος)
Κώδικας 5 προθεματικός (όχι άμεσος)

Κώδικες 2,3 άμεσοι (άρα και μοναδικά αποκωδικοποιήσιμοι)
και Huffman (οι 2 μεγαλύτερες κωδικολέξεις έχουν το ίδιο μήκος με διαφορά μόνο στο τελευταίο bit)



- Ο Κώδικας 1 ΔΕΝ είναι «Μη Ιδιάζων» καθώς υπάρχουν δύο Κωδικές λέξεις όμοιες («00») μεταξύ τους και επομένως ο Κώδικας ΔΕΝ είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» αφού όμοιες Κωδικές Λέξεις οδηγούν σε όμοιες δυνατές ακολουθίες. Τέλος ο Κώδικας 1 ΔΕΝ είναι «Αμεσος» αφού δεν είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος».
- Ο Κώδικας 2 είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» και «Μη Ιδιάζων» αφού όλες οι κωδικές λέξεις είναι διαφορετικές μεταξύ τους αλλά και οι ακολουθίες κωδικών λέξεων που μπορούν να σχηματισθούν επίσης είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Ο κώδικας αυτός είναι «Αμεσος» αφού οι κωδικές του λέξεις μπορούν να αποκωδικοποιηθούν χωρίς να απαιτείται η γνώση της επόμενης κωδικής λέξης.
- Ο Κώδικας 3 είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» και «Μη Ιδιάζων» αφού όλες οι κωδικές λέξεις είναι διαφορετικές μεταξύ τους αλλά και οι ακολουθίες κωδικών λέξεων που μπορούν να σχηματισθούν επίσης είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Ο κώδικας αυτός είναι «Αμεσος» αφού οι κωδικές του λέξεις μπορούν να αποκωδικοποιηθούν χωρίς να απαιτείται η γνώση της επόμενης κωδικής λέξης.
- Ο Κώδικας 4 είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» και «Μη Ιδιάζων» αφού όλες οι κωδικές λέξεις είναι διαφορετικές μεταξύ τους αλλά και οι ακολουθίες κωδικών λέξεων που μπορούν να σχηματισθούν επίσης είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Ο κώδικας αυτός ΔΕΝ είναι «Αμεσος» αφού οι κωδικές του λέξεις δεν μπορούν να αποκωδικοποιηθούν χωρίς να απαιτείται η γνώση της επόμενης κωδικής λέξης π.χ. το «11» αποτελεί πρόθεμα της Κωδικής λέξης «110».
- Ο Κώδικας 5 είναι «Μοναδικά Αποκωδικοποιήσιμος» και «Μη Ιδιάζων» αφού όλες οι κωδικές λέξεις είναι διαφορετικές μεταξύ τους αλλά και οι ακολουθίες κωδικών λέξεων που μπορούν να σχηματισθούν επίσης είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Ο κώδικας αυτός ΔΕΝ είναι «Αμεσος» αφού οι κωδικές του λέξεις μπορούν να αποκωδικοποιηθούν χωρίς να απαιτείται η γνώση της επόμενης κωδικής λέξης.

Οι κώδικες που μπορεί να είναι Huffman είναι οι Κώδικες 2 και 3.

β). Χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο Huffman θα έχουμε

- Για τον **Κώδικα 2**, έχω τα σύμβολα {S1, S2, S3, S4}. Όπως γνωρίζω από τον πίνακα οι πιθανότητες είναι οι εξής : {0.55, 0.25, 0.15, 0.05}

Σύμβολα	Βήμα 1	Βήμα 2	Βήμα 3	Κωδική Λέξη	Μήκος
S1	0.55	0.55	0.55 (1)	1	1
S2	0.25	0.25 (1)	0.45 (S2, S3,S4) (0)	01	2
S3	0.15 (1)	0.2 (0) (S4, S3)		001	3
S4	0.05 (0)			000	3

- Για τον **Κώδικα 3**, έχω τα σύμβολα {S1, S2, S3, S4, S5, S6} με πιθανότητες {0.3, 0.25, 0.2, 0.1, 0.1, 0.05}

Οπότε

Σύμβολα	Βήμα 1	Βήμα 2	Βήμα 3	Βήμα 4	Βήμα 5	Κωδική Λέξη	
S1	0.3	0.3	0.3	0.45 (S3, S4, S5, S6)	0.55 (1) (S1, S2)	11	2
S2	0.25	0.25	0.25	0.3 (1) (S1)	0.45 (0) (S3, S4, S5, S6)	10	2
S3	0.2	0.2	0.25 (1) (S4, S5, S6)	0.25 (0) (S2)		00	2
S4	0.1	0.15 (1) (S5, S6)	0.2 (0) (S3)			010	3
S5	0.1 (1)	0.1 (0) (S4)				0111	4
S6	0.05 (0)					0110	4

γ). Υπολογίζουμε, στον Κώδικα 2, την επίδοση του κώδικα.

- **Κώδικας 2**

  Η επίδοση του κώδικα δίνεται από

$$\alpha = \frac{H(S)}{\sum_{i=1}^{4} l_i p_i log_2 2}$$

Όπου

$$H(S) = -\sum_{i=1}^{4} p(S_i) log_2\big(p(S_i)\big) =$$

$$-\big(0.55 \cdot log_2(0.55) + 0.25 \cdot log_2(0.25) + 0.15 \cdot log_2(0.15) + 0.05 \cdot log_2(0.05)\big) = 1.601$$

Για το μέσο μήκος θα έχουμε

$$\sum_{i=1}^{4} l_i p_i = 1.65$$

Επομένως

$$\alpha = \frac{H(S)}{\sum_{i=1}^{4} l_i p_i log_2 2} = \frac{1.601}{1.65} = 97.03\%$$

- **Κώδικας 3**

  Η επίδοση του κώδικα δίνεται από

$$\alpha = \frac{H(S)}{\sum_{i=1}^{6} l_i p_i log_2 2}$$

Όπου

$$H(S) = -\sum_{i=1}^{6} p(S_i) log_2\big(p(S_i)\big) =$$

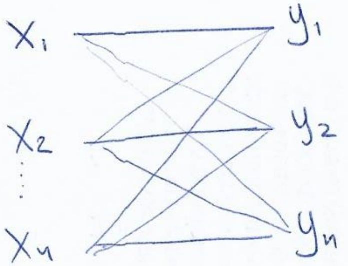
$$-\big(0.30 \cdot log_2(0.30) + 0.25 \cdot log_2(0.25) + 0.20 \cdot log_2(0.20) + 0.1 \cdot log_2(0.1) + 0.1 \cdot log_2(0.1) + 0.05 \cdot log_2(0.05)\big) = 2.365$$

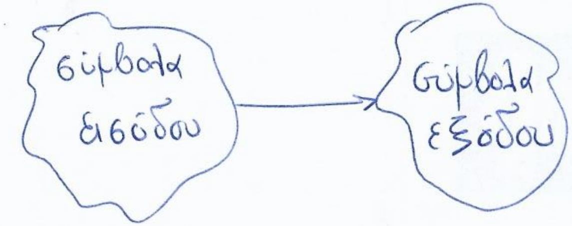
Για το μέσο μήκος θα έχουμε

$$\sum_{i=1}^{6} l_i p_i = 2 \cdot 0.30 + 0.25 \cdot 2 + 0.20 \cdot 2 + 3 \cdot 0.1 + 4 \cdot 0.1 + 0.05 \cdot 4 = 2.4$$

$$\alpha = \frac{H(S)}{\sum_{i=1}^{6} l_i p_i log_2 2} = \frac{2.365}{2.4} = 98.54\%$$

Κανάλια Επικοινωνίας





πίνακας μετάβασης

$$P(Y/X)=\begin{array}{c|c} & y_1 \quad y_2 \cdots y_n \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{matrix} & \left[\begin{matrix} \\ p(y_j/x_i) \\ \\ \end{matrix}\right] \end{array}$$

Μεταφερόμενη πληροφορία από το κανάλι - Αμοιβαία Πληροφορία: $I(X;Y)$

$$I(X;Y)=H(Y)-H(Y/X)=H(X)-H(X/Y)$$

Χωρητικότητα.

$$C=\max_{p(x_i)}\left(I(X;Y)\right) \qquad 0\leq C\leq \max_{p(x_i)}\left(H(X)\right)$$

Παρατηρήσεις: Για συμμετρικά κανάλια

- ο πίνακας μετάβασης έχει τα ίδια στοιχεία σε κάθε γραμμή (με άλλη διάταξη)
- $H(Y/X)=\sum_{j=1}^{n} p(y_j/x_i)\log\left[p(y_j/x_i)\right]$ για οποιαδήποτε i γραμμή του $P(Y/X)$ πίνακα.

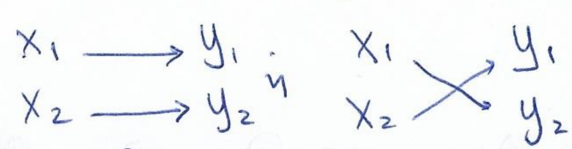
ΓΕ4/1819/Θ5,6 ΓΕ3/2021/Θ5,6

ΓΕ4/1920/Θ5,6 ΕΞ2020Α/Θ2

ΕΞ2018Β/Θ4

Χαρακτηριστικά Κανάλια

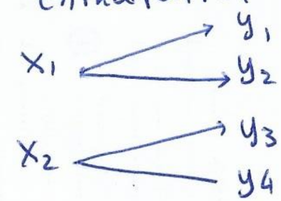
Αθόρυβο



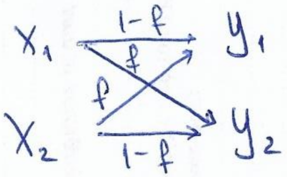
$P(Y/X)=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ ή $P(Y/X)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$

$$C=\max_{P(x_i)=1/2} H(X) = \log_2(2) = 1.$$

Σημ. Το ίδιο ισχύει και για ενθόρυβο κανάλι με μη επικαλυπτόμενες εξόδους



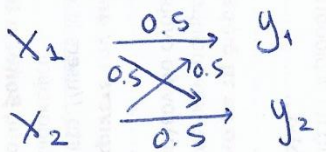
Δυαδικό Συμμετρικό



$$C = 1 + \underbrace{f\log f + (1-f)\log(1-f)}_{-H(f)} = 1 - H(f)$$

Ασκήσεις
- ΓΕ4/1718/Θ4,2,5
- ΕΞ 2017Β/Θ3,4
- ΕΞ 2016Α/Θ5
- ΕΞ 2015Β/Θ5
- ΕΞ 2015Α/Θ5
- ΕΞ 2013Β/Θ4

Πλήρως Ενθόρυβο



$$P(Y/X)=\begin{bmatrix}0.5 & 0.5\\ 0.5 & 0.5\end{bmatrix}$$

$$C = 0$$

$$H(Y/X) = -\left(\frac{1}{2}\log\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log\frac{1}{2}\right) = 1$$

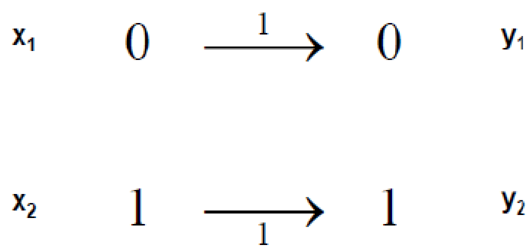
Ενθόρυβη Γραφομηχανή ...

$$P(Y/X) = \left.\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \cdots & 0\\ \vdots & & & & \vdots\\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{2}\end{bmatrix}\right\}\eta$$

$$C = \max\left(H(Y)-H(Y/X)\right) \Leftrightarrow C = \max\left(H(Y)-1\right) = \max\left(H(Y)\right)-1 = \log(\eta)-1 = \log\left(\frac{\eta}{2}\right)$$

Δυαδικό κανάλι χωρίς θόρυβο

$X,\ p_X(x_i)$



$Y,\ p_Y(y_j)$

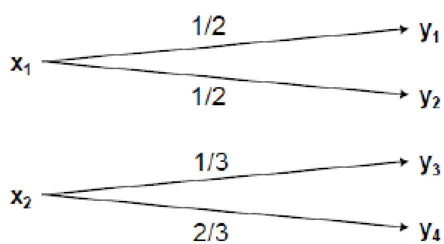
- $C(Q)=\max_{P_x} I(X;Y)=1$ bit, Προσοχή: $I(X,Y)=H(X)$

$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)] = [p_x(0) \quad p_x(1)]\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ενθόρυβο κανάλι με μη επικαλυπτόμενες εξόδους

ΕΑΠ/ΠΛΗ22/ΑΘΗ.3/Ε-ΟΣΣ/Ν.Δημητρίου/
25.06.2017

$X,\ p_X(x_i)$



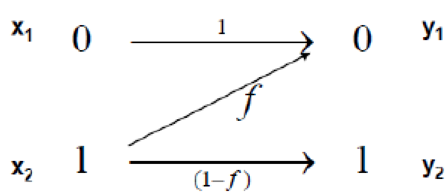
$Y,\ p_Y(y_j)$

$C(Q)=\max_{P_x} I(X;Y)=1$ bit

$$[p_Y(y_1) \quad p_Y(y_2) \quad p_Y(y_3) \quad p_Y(y_4)] = [p_x(x_1) \quad p_x(x_2)]\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$$

Το κανάλι Z

$X,\ p_X(x_i)$



$Y,\ p_Y(y_j)$

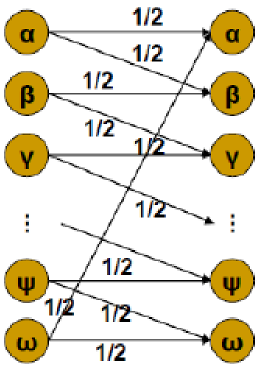
Αν θέσουμε $p_X(x_1=0)=1-\pi$, και $p_X(x_2=1)=\pi$, τότε από τα $p_Y(y_i)$, i=1,2 δίνονται από τους τύπους (βλ. διαφάνεια 11) τότε

- $H(Y)=H((1-f)\pi)$
- $H(Y/X)=\pi^*H(Y/X=1)=\pi^*H(f)$

Οπότε $\max I(X;Y)=\max(H(Y)-H(Y/X))$
$=\max(H((1-f)\pi) - \pi^*H(f))$

$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)] = [p_x(0) \quad p_x(1)]\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ f & 1-f \end{bmatrix}$$

- **Ενθόρυβη Γραφομηχανή**
  - {α,β,γ,δ,...,χ,ψ,ω}



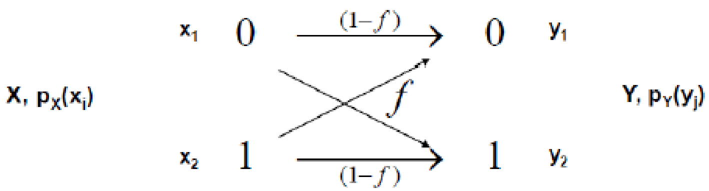
$$
\begin{array}{c|ccccccccc}
 & \alpha & \beta & \gamma & \delta & \varepsilon & \cdots & \chi & \psi & \omega \\
\hline
\alpha & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\beta & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\gamma & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\delta & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\chi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1/2 & 1/2 & 0 \\
\psi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1/2 & 1/2 \\
\omega & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1/2
\end{array}
$$

Παρατηρούμε ότι κάθε ένα γράμμα είτε λαμβάνεται σωστά είτε λαμβάνεται το επόμενό του με πιθανότητα ½. Με δεδομένο ότι έχουμε 24 διαφορετικά σύμβολα εάν μεταδίδαμε μόνο κάθε δεύτερο σύμβολο δηλ. β,δ,ζ,θ,...,χ,ω, τότε μόνο αυτά τα 12 σύμβολα από τα 24 θα μπορούσαν να μεταδοθούν και στη συνέχεια να αποκωδικοποιηθούν χωρίς σφάλματα. Με άλλα λόγια η χωρητικότητα του καναλιού είναι log12 bits

Στο ίδιο συμπέρασμα θα καταλήγαμε εάν χρησιμοποιούσαμε τον ορισμό

- $\boxed{\max_{P_X} I(X;Y)=\max_{P_X} [H(Y)-H(Y/X)]=\max_{P_X} H(Y) -1=\log 24-1=\log 12}$

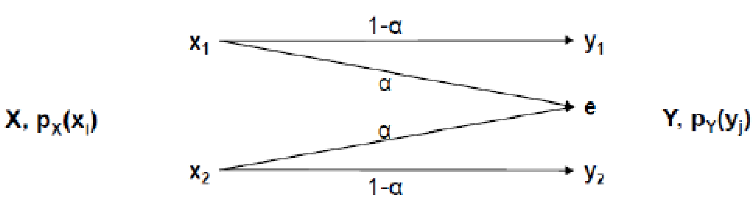
- **Δυαδικό συμμετρικό κανάλι**



$$[p_Y(0) \quad p_Y(1)]=[p_x(0) \quad p_x(1)]\begin{bmatrix}1-f & f\\ f & 1-f\end{bmatrix}$$

- $I(X;Y)=H(Y)-H(Y/X)$
  $=H(Y)-\Sigma p(x)H(Y/X=x)$
  $=H(Y)- \Sigma p(x)H(f)$
  $=H(Y)-H(f)$
  $\boxed{\leq 1-H(f)}$

Δυαδικό κανάλι με αποσβέσεις



$$[p_Y(y_1) \quad p_Y(e) \quad p_Y(y_2)]=[p_x(x_1) \quad p_x(x_2)]\begin{bmatrix}1-a & a & 0\\ 0 & a & 1-a\end{bmatrix}$$

max I(X;Y)=max(H(Y)-H(Y/X))
=max(H(Y)-H(α))
=maxH(Y)-H(α)

Θα μπορούσε να είναι max H(Y)=log3 αλλά αυτή η τιμή δεν είναι εφικτή για καμμία τιμή της $p_X(x_i)$, i=1,2

Αν θέσουμε $p_X(x_1)$=1-π, και $p_X(x_2)$=π, τότε από τα $p_Y(y_i)$, i=1,e,2 δίνονται από τους τύπους (βλ. διαφάνεια 10) τότε

- maxH(Y)=max H((1-α)π,α,(1-α)(1-π))=max[(1-α)*H(π)+H(α)]=(1-α)*maxH(π)+H(α)

Οπότε προκύπτει ότι

- $\boxed{\max I(X;Y)=\max H(Y)-H(\alpha)=(1-\alpha)*\max_{\pi=1/2} H(\pi)+H(\alpha)-H(\alpha)=1-\alpha}$

ΘΕΜΑ 2 (15 Μονάδες)

Πάνω από ένα κανάλι C με τέσσερεις (4) εισόδους και τέσσερεις (4) εξόδους μεταδίδονται τα σύμβολα 1, 2, 3 και 4, σύμφωνα με την κατανομή $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right\}$. Αν συμβολίσουμε με X την τυχαία μεταβλητή των συμβόλων εισόδου και Y την τ.μ. των συμβόλων εξόδου, ο πίνακας μετάβασης $P(Y/X)$ δίνεται από τον παρακάτω πίνακα

$$P(Y/X) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.25 & 0.25 & 0 \\ 0.5 & 0.25 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0.25 & 0.5 \\ 0 & 0.25 & 0.25 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Να βρεθούν οι παρακάτω ποσότητες:

Α) Η κατανομή των τεσσάρων συμβόλων εξόδου της Y και δείξτε ότι η εντροπία $H(Y) = 1{,}906\ bits$ **(5 Μονάδες)**

Β) Η εντροπία της $H(Y/X)$ και η αμοιβαία πληροφορία $I(X;Y)$ **(5 Μονάδες)**

Γ) Η χωρητικότητα C του καναλιού **(5 Μονάδες)**

A) Η κατανομή της Υ προκύπτει από τον πίνακα μετάβασης $P(Y/X)$ βάσει των εξισώσεων

$$p_Y(y_j) = \sum_{i=1}^{4} p_X(x_i)p_{ij}\,, \ j = 1,2,3,4$$

$p_X(x_i) \rightarrow \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right\}$.

Οι παραπάνω εξισώσεις προκύπτουν άμεσα όταν πολλαπλασιάσουμε τους όρους κάθε γραμμής i του πίνακα μετάβασης με την αντίστοιχη πιθανότητα $p_X(x_i)$ του συμβόλου εισόδου i και στη συνέχεια προσθέσουμε κατά στήλες, όπου το άθροισμα της στήλης j αντιστοιχεί στην πιθανότητα εξόδου $p_Y(y_j)$ της Υ.

$$\begin{array}{cccc}
\multicolumn{4}{c}{\begin{bmatrix} 0.5 \times \frac{1}{2} & 0.25 \times \frac{1}{2} & 0.25 \times \frac{1}{2} & 0 \\ 0.5 \times \frac{1}{4} & 0.25 \times \frac{1}{4} & 0.25 \times \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0.25 \times \frac{1}{8} & 0.25 \times \frac{1}{8} & 0.5 \times \frac{1}{8} \\ 0 & 0.25 \times \frac{1}{8} & 0.25 \times \frac{1}{8} & 0.5 \times \frac{1}{8} \end{bmatrix}} \\
\hline
\downarrow + & \downarrow + & \downarrow + & \downarrow + \\
\frac{3}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8}
\end{array}$$

$$p_Y(y_j) = \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

Άρα προκύπτει ότι , $H(Y) = 1{,}906\ bits$

$$H(Y) = -\frac{3}{8}log\frac{3}{8} - \frac{1}{4}log\frac{1}{4} - \frac{1}{4}log\frac{1}{4} - \frac{1}{8}log\frac{1}{8} = 1{,}906\ bits$$

Β) Η εντροπία της $H(Y/X)$ είναι

$$H(Y/X) = -\frac{1}{2}log\frac{1}{2} - \frac{1}{4}log\frac{1}{4} - \frac{1}{4}log\frac{1}{4} = 1{,}5\ bits$$

Κάνοντας χρήση της τιμής της $H(Y)$ που δίνεται από την εκφώνηση του προηγούμενου ερωτήματος, η αμοιβαία πληροφορία $\mathrm{I(X; Y)}$ είναι:

$$\mathrm{I(X;Y)} = \ \mathrm{H(Y) - H(Y/X)} = 0.406\ bits$$

Γ) Η χωρητικότητα C του καναλιού βρίσκεται όταν μεγιστοποιήσουμε την αμοιβαία πληροφορία ως προς την κατανομή της τ.μ X των συμβόλων εισόδου. Επειδή όμως παρατηρούμε ότι το κανάλι μας είναι ασθενώς συμμετρικό και σε αυτή την περίπτωση γνωρίζουμε ότι η μέγιστη τιμή της αμοιβαία πληροφορίας επιτυγχάνεται όταν τα σύμβολα εισόδου ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή, δηλαδή όταν

$$p_X(x_i) \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

Για τον ίδιο λόγο (ασθενώς συμμετρικό κανάλι) και τα σύμβολα εξόδου κατανέμονται ομοιόμορφα

$$p_Y(y_j) \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

Και άρα

$$H(Y) = log4 = 2\ bits$$

Συνεπώς

$$C = max\mathrm{I}(\mathrm{X;Y}) = \mathrm{H(Y)} - \mathrm{H(Y/X)} = 0.5\ bits$$

ΘΕΜΑ 5

Δίνεται ένα διακριτό κανάλι επικοινωνίας χωρίς μνήμη. Το κωδικό αλφάβητο συμβόλων στην είσοδο του καναλιού δίνεται από την τυχαία μεταβλητή $X = \{x_1, x_2\}$. Το κωδικό αλφάβητο συμβόλων στην έξοδο του καναλιού δίνεται από την τυχαία μεταβλητή $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\}$. Η υπό συνθήκη συνάρτηση πιθανότητα μάζας $P\left(Y = y_j / X = x_i\right)$, όπου $x_i = x_1, x_2$ και $y_i = y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$ δίνεται από τον παρακάτω πίνακα

$$P(Y/X) = \begin{bmatrix} 1/4 & a & 4/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & \beta \end{bmatrix}$$

α) Να προσδιορισθεί ο πίνακας μετάβασης P(Y/X) αφού προσδιοριστούν οι τιμές των α και β και να παρασταθεί το διάγραμμα καταστάσεων του καναλιού. ***(3 μονάδες)***

β) Να υπολογιστεί η χωρητικότητα του καναλιού καθώς και οι πιθανότητες εμφάνισης συμβόλων εισόδου που επιτυγχάνουν τη χωρητικότητα του καναλιού. ***(7 μονάδες)***

γ) Να υπολογιστεί η αβεβαιότητα *H(X/Y)*. ***(4 μονάδες)***

δ) Να υπολογιστεί ποια/ποιες από τις εξόδους $y_i = y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$ έχουν το μέγιστο ποσό πληροφορίας και ποια/ποιες το ελάχιστο; ***(4 μονάδες)***

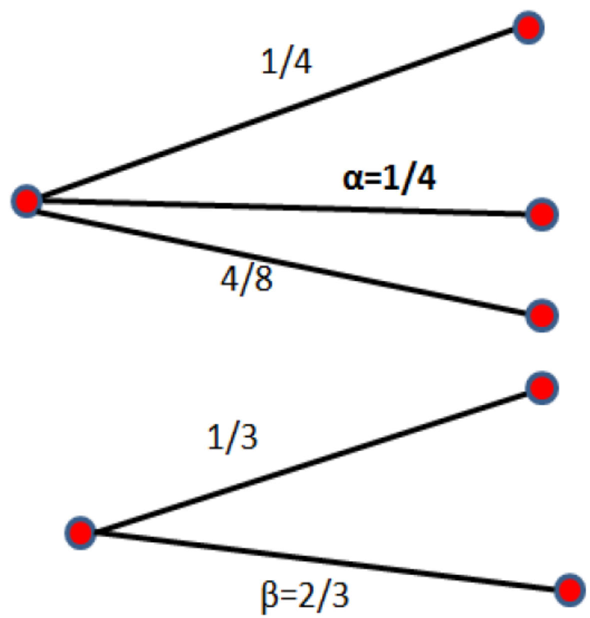
(Σύνολο μονάδων 18)

α). Γνωρίζω ότι πρέπει να ισχύει

- $\frac{1}{4} + a + \frac{4}{8} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$
- $\frac{1}{3} + \beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{2}{3}$

Και επομένως ο πίνακας μετάβασης δίνεται ως

$$P(Y/X) = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & 4/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$$



β). Όπως αναφέρεται και στο βιβλίο, *σελ. 89, "Τόμος Α : Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης"* το κανάλι εμφανίζεται ως ενθόρυβο αλλά επειδή από το σύμβολο εξόδου μπορούμε να συμπεράνουμε με βεβαιότητα το σύμβολο εισόδου και επομένως το κανάλι είναι στην ουσία ΑΘΟΡΥΒΟ αφού για κάθε σύμβολο εξόδου γνωρίζουμε με βεβαιότητα σύμβολο εισόδου.
Άρα η χωρητικότητα του καναλιού είναι ίση με **C=1 bit/μετάδοση**
γ). Αφού μπορούμε με βεβαιότητα από το σύμβολο εξόδου να συμπεράνουμε το σύμβολο εισόδου, τότε ισχύει H(X/Y)=0. Εναλλακτικά από τον τύπο I(X;Y)=H(X)-H(X/Y) και επειδή το κανάλι μας είναι άνευ θορύβου και άρα I(X;Y)=H(X) συνεπάγεται ότι H(X/Y)=0.
δ). Οι πιθανότητες των συμβόλων εισόδου όπως δίνεται και στο βιβλίο, σελ. 90, οι πιθανότητες είναι

$$p(x_1) = p((x_2) = 1/2$$

ε). Οι πιθανότητες των εξόδων y_1, y_2, y_3, y_4, y_5

$$p(y_1) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_1}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_1}{x_2}\right) = (1/2) \cdot (1/4) + (1/2) \cdot 0 = 1/8$$

$$p(y_2) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_2}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_2}{x_2}\right) = (1/2) \cdot (1/4) + (1/2) \cdot 0 = 1/8$$

$$p(y_3) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_3}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_3}{x_2}\right) = (1/2) \cdot (4/8) + (1/2) \cdot 0 = 4/16$$

$$p(y_4) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_4}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_4}{x_2}\right) = (1/2) \cdot 0 + (1/2) \cdot (1/3) = 1/6$$

$$p(y_5) = p(x_1) \cdot p\left(\frac{y_5}{x_1}\right) + p(x_2) \cdot p\left(\frac{y_5}{x_2}\right) = (1/2) \cdot 0 + (1/2) \cdot (2/3) = 1/3$$

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι το μέγιστο ποσό πληροφορίας έχουν οι έξοδοι y1 και y2 γιατί έχουν την ελάχιστη τιμή πιθανότητας εμφάνισης ενώ το ελάχιστο η έξοδος y5 γιατί έχει την μέγιστη τιμή πιθανότητας εμφάνισης.

ΕΞ 2017Β

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται δύο κανάλια C1 και C2 τα οποία έχουν τους παρακάτω αντίστοιχους πίνακες μετάβασης

$[C1] \rightarrow P_{C1}(Y/X) = \begin{array}{c\|ccc} & 1 & e & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 \\ e & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$	$C2 \rightarrow P_{C2}(Y/X) = \begin{array}{c\|ccc} & 1 & e & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 \\ e & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$
π.χ. $P_{C1}(Y=e/X=1)=1$	π.χ. $P_{C2}(Y=e/X=1)=0$

Να απαντηθούν οι παρακάτω ερωτήσεις:

Ερώτηση 1: Να ευρεθούν οι χωρητικότητες και των δύο καναλιών καθώς και για ποιες πιθανότητες εισόδου, $p_X(1)$, $p_X(e)$, $p_X(0)$, επιτυγχάνονται αυτές οι χωρητικότητες.

Ερώτηση 2: Αν βάλουμε τα δύο αυτά κανάλια σε σειρά, δηλαδή η έξοδος του C1 γίνεται η αντίστοιχη είσοδος του C2, τότε προκύπτει το συνδυασμένο κανάλι, C3=C1+C2. Να βρείτε τον πίνακα μετάβασης του C3 καθώς και την χωρητικότητά του.

α)

Από τον πίνακα μετάβασης του καναλιού C1 προκύπτει ότι έχει 3 εισόδους, X={1, e, 0} αλλά δύο εξόδους Y={e,0}. Επίσης βλέπουμε ότι H(Y/X)=0 αφού H(Y/X=1)= H(Y/X=e)= H(Y/X=0)=log(1)=0. Συνεπώς η χωρητικότητα

C1=maxI(X;Y)=max{H(Y)-H(Y/X)}=maxH(Y)=1 bit.

Οι πιθανότητες εξόδου οι οποίες μεγιστοποιούν την H(Y) είναι βάσει του πίνακα μετάβασης

$$p_Y(e) = p_Y(0) = \frac{1}{2}.$$

Παρατηρούμε πάλι από τον πίνακα μετάβασης ότι $p_X(0) = p_Y(0)$ και $p_X(1) + p_X(e) = p_Y(e)$

Άρα από τα παραπάνω προκύπτει ότι υπάρχουν πιθανότητες εισόδου

$$p_X(0) = p_Y(0) = \frac{1}{2}$$

$$p_X(1) + p_X(e) = p_Y(e) = \frac{1}{2}$$

οι οποίες οδηγούν μέσω του καναλιού σε ισοπίθανες εξόδους οι οποίες μεγιστοποιούν την H(Y) και κατά συνέπεια επιτυγχάνουν τη μέγιστη χωρητικότητα.

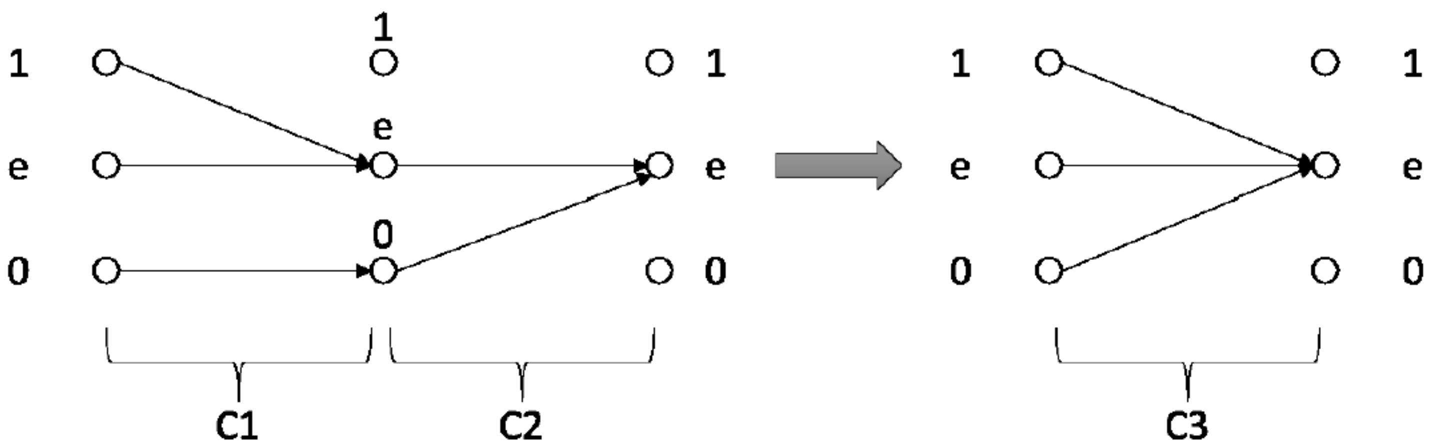
Το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση του καναλιού C2 το οποίο και αυτό έχει εισόδους, {1, e, 0} και δύο εξόδους {1,e}. Οπότε η χωρητικότητα είναι 1 bit και

$$p_X(1) = \frac{1}{2}$$

$$p_X(0) + p_X(e) = \frac{1}{2}$$

β)

Συνδέοντας τα δύο κανάλια σε σειρά έχουμε ότι οι έξοδοι του C1 γίνονται είσοδοι στο C2 και το οποίο με τη σειρά του παράγει κι αυτό δύο άλλες εξόδους. Αν συμβολίσουμε με X την είσοδο του C1, Y την έξοδο του C1 και ταυτόχρονα και είσοδο στο C2 και Z την έξοδο του C2 τότε το συνδυασμένο κανάλι C3=C1+C2 που προκύπτει θα έχει ως είσοδο της τμ. X και έξοδο την τμ. Z. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι οι τμ μεταβλητές X, Y παίρνουν τις τιμές X={1, e, 0}, Y={e,0}. Η τμ Y στέλνει μέσω του πίνακα μετάβασης και τις δύο αυτές τιμές στην έξοδο e ενώ δεν υπάρχει έξοδος με τιμή 1 στο κανάλι C1 για να μεταδοθεί πάνω από το κανάλι C2. Άρα η τμ Z, που αντιστοιχεί στην έξοδο του συνδυασμένου καναλιού παίρνει μόνο μία τιμή, Z={e}. Αυτό φαίνεται και από το σχεδιάγραμμα του συνδυασμένου καναλιού C3.



Συνεπώς ο πίνακας μετάβασης είναι ο ακόλουθος

$$P_{C3}(Z/X) = \begin{array}{c|ccc} & 1 & e & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 \\ e & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Και η χωρητικότητα του C3 είναι μηδενική.

ΕΞ 2017Β

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ένα ενθόρυβο δυαδικό κανάλι Z, το οποίο χαρακτηρίζεται από τον ακόλουθο πίνακα μετάβασης:

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$, δηλαδή $p(y_1/x_1)=1$, $p(y_2/x_1)=0$, $p(y_1/x_2)=1/4$, $p(y_2/x_2)=3/4$. Να απαντηθούν οι παρακάτω ερωτήσεις:

Ερώτηση 1: Ποια είναι η αβεβαιότητα του καναλιού H(X/Y);

Ερώτηση 2: Ποια είναι η αμοιβαία πληροφορία I(X;Y) μεταξύ της εισόδου και της εξόδου του καναλιού; Να υποθέσετε ότι $p(x_1)=\alpha$ και $p(x_2)=1-\alpha$.

$$\begin{array}{ccc} & y_1 & y_2 \\ x_1 & \multicolumn{2}{c}{\left[\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 1/4 & 3/4 \end{array}\right]} \\ x_2 & & \end{array}$$

$$p(x_1, y_1) = p(y_1/x_1) \cdot p(x_1) = a$$

$$p(x_1, y_2) = p(y_2/x_1) \cdot p(x_1) = 0$$

$$p(x_2, y_1) = p(y_1/x_2) p(x_2) = \frac{1}{4} \cdot (1-a)$$

$$p(x_2, y_2) = p(y_2/x_2) p(x_2) = \frac{3}{4}(1-a)$$

$$p(x_1/y_1) = \frac{\alpha}{a + \frac{1-\alpha}{4}}$$

$$p(x_1/y_2) = 0$$

$$p(x_2/y_1) = \frac{\frac{1}{4}(1-\alpha)}{\alpha + \frac{1-\alpha}{4}}$$

$$p(x_2/y_2) = \frac{\frac{3}{4}(1-\alpha)}{3/4(1-\alpha)} = 1$$

$$P(y_1) = P(y_1/x_1) \cdot P(x_1) + P(y_1/x_2) P(x_2) =$$

$$= 1 \cdot a + \frac{1}{4} \cdot (1-a)$$

$$P(y_2) = P(y_2/x_1) \cdot P(x_1) + P(y_2/x_2) P(x_2) =$$

$$= 0 \cdot a + \frac{3}{4}(1-a)$$

1. Ο πίνακας μετάβασης είναι $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$. Η αβεβαιότητα του καναλιού είναι *H(X/Y)* και βρίσκεται με εφαρμογή της αντίστοιχης σχέσης στη σελίδα 87 του βιβλίου και εκφράζεται ως εξής:

$$H(X/Y)=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}p(x_i,y_j)\log\left[p(x_i/y_j)\right]=-a\log\left(\frac{4a}{1+3a}\right)-\frac{1-a}{4}\log\left(\frac{1-a}{3a+1}\right)$$

2.

$$H(X)=-\sum_{i=1}^{2}p(x_i)\log p(x_i)=-a\log a-(1-a)\log(1-a).$$

$$I(X;Y)=H(X)-H(X/Y)=-a\log a-(1-a)\log(1-a)+a\log\left(\frac{4a}{1+3a}\right)+\frac{1-a}{4}\log\left(\frac{1-a}{3a+1}\right)$$

$$H(X/Y)=\overbrace{-a\cdot\log\left(\frac{\alpha}{\alpha+\frac{1-a}{4}}\right)}^{x_1,y_1}+\overbrace{0}^{x_1,y_2}-\overbrace{\frac{1}{4}(1-a)\log\left(\frac{\frac{1}{4}(1-a)}{\alpha+\frac{1-\alpha}{4}}\right)}^{x_2,y_1}-$$

$$\overbrace{-\frac{3}{4}(1-\alpha)\log\left(\frac{\frac{3}{4}(1-\alpha)}{\frac{3}{4}(1-\alpha)}\right)}^{x_2,y_2}$$

$$I(X;Y)=-a\log\alpha-(1-\alpha)\log(1-a)-H(X/Y)$$

Κώδικες Διόρθωσης Σφαλμάτων

Γραμμικός κώδικας $\mathbb{C}\{n, k, d\} = \{c_1, c_2, \dots, c_M\}$

↳ απόσταση: ελάχιστο βάρος κωδικολέξεων

↳ διάσταση κώδικα: αριθμός data bits / κωδικολέξη

↳ αριθμός bits / κωδικολέξη (σύνολο data + parity bits)

Συστηματικός: $\begin{cases} k \text{ data bits} \\ n-k \text{ parity bits} \end{cases}$

Πλήθος κωδικολέξεων $M = 2^k$

Ρυθμός πληροφορίας $r = \frac{k}{n}$

Ικανότητα διόρθωσης σφαλμάτων: $\left\lfloor \frac{d-1}{2} \right\rfloor$ bits ανά κωδικολέξη.

-"- ανίχνευσης -"- $(d-1)$ bits ανά κωδικολέξη.

Συνομάδα κώδικα: Μετατόπιση όλων των κωδικολέξεων
1 ταυτόχρονη

π.χ. $\mathbb{C} + c_0 = \{c_1 + c_0, c_2 + c_0, \dots, c_M + c_0\}$

Πλήθος διαφορετικών συνομάδων: 2^{n-k}.

Βάση Κώδικα: Γραμμικά ανεξάρτητο υποσύνολο του κώδικα που το ανάπτυγμα του παράγει όλες τις κωδικολέξεις

ΓΕ5/2021/Θ1,2,3

ΕΞ2020Β/Θ2

ΓΕ5/1819/Θ1,2,3

ΓΕ5/1920/Θ1,2,3

ΕΞ2018Α/Θ1

ΕΞ2019Α/Θ3

Ασκήσεις

ΓΕ4/1718/Θ 1,3,6,7

ΕΞ2017Α/Θ4

ΕΞ2016Α/Θ2

ΕΞ2015Β/Θ6

Γεννήτορας πίνακας $G_{k\times n} = \left[I_k \;\vdots\; M_{k,(n-k)} \right]$ ← γραμμές: 1 βάση του $\mathbb{C}$

Πίνακας Ισοτιμίας $H_{n\times(n-k)} = \left[\begin{array}{c} M_{k,(n-k)} \\ \hline I_{n-k} \end{array} \right]$ ← στήλες βάση Δυϊκού Κώδικα $C^{\perp}(n,n-k)$

Κωδικοποίηση: Μήνυμα(k bits) · G = Κωδικολέξη (n bits)

Αποκωδικοποίηση: Κωδικολέξη (n bits) · H = σύνδρομο (n-k bits)

↑ αν είναι μηδενικό κωδικολέξη $\in \mathbb{C}$ (δεν υπάρχει σφάλμα)

Πίνακας ΤΔΑ.

→ ορισμός προτύπων ελαχίστων σφαλμάτων y (καταρχήν 1 bit)

→ Υπολογισμός συνδρόμων $y \cdot H$.

→ Αν δεν έχουν υπολογιστεί όλα τα δυνατά 2^{n-k} σύνδρομα, αναζήτηση επιπλέον προτύπων σφάλματος 2 bit

15

Αποκωδικοποίηση ληφθείσας λέξης C_o

(A) Με ΤΔΑ.

Υπολογισμός συνδρόμου $h_r = C_o H^T$.

- Αν $h_r = 0$, δεν υπάρχει σφάλμα → λήψη data bits της C_o
- Αν $h_r \neq 0$, αντιστοίχηση στον πίνακα ΤΔΑ του h_r στο αντίστοιχο πρότυπο σφάλματος y_r

Αν υπάρχουν περισσότερα από 1 πιθανά y_r, τότε

→ τυχαία επιλογή ενός y_r (ΠΑΜΠ)

→ απόρριψη κωδικολέξης, αίτημα για επανεκπομπή (ΑΑΜΠ)

Σωστή λέξη: $C_o + y_r$

Β) Με συνομάδες:

Υπολογισμός συνομάδας $\mathcal{C} + C_0 = \{C_1 + C_0, C_2 + C_0, \ldots, C_M + C_0\}$

Εύρεση στοιχείου του $\mathcal{C} + C_0$ με το ελάχιστο βάρος → ζητούμενο πρότυπο σφάλματος y_r

Αν υπάρχουν περισσότερα από 1 y_r, ίδια διαδικασία με την ΤΔΑ (ΠΑΝΠ, ΑΑΝΠ)

Σωστή λέξη: $C_0 + y_r$

— Κώδικες Hamming

- Μήκος $n = 2^r - 1$ $\quad r \geq 2$
- Διάσταση $k = n - r = 2^r - 1 - r$
- Απόσταση $d = 3$
- Διόρθωση $\frac{d-1}{2} = \frac{3-1}{2} = 1$ σφάλματος
- ο πίνακας H περιλαμβάνει όλους τους δυνατούς συνδυασμούς r bits

(το ίδιο ισχύει και για τον πίνακα συνδρόμων της ΤΔΑ για πρότυπα σφάλματος 1 bit)

Εύρεση G.

A) Αν δίνονται όλες οι κωδικολέξεις (πλήθος λέξεων M)

→ προσδιορισμός $k = \log_2(M)$

→ Σχηματισμός G από τις λέξεις του κώδικα με σκοπό την κατασκευή του I_k

B) Αν δίνεται υποσύνολο των κωδικολέξεων

Με γραμμοπράξεις για να καταλήξουμε σε μορφή ΠΚΔΓ → πίνακας G

Γ) Αν δίνεται ο πίνακας $H = \begin{bmatrix} M_{k,n-k} \\ \hdashline I_{n-k} \end{bmatrix}$

- Αναγνώριση του μοναδιαίου I_{n-k} (στο κάτω μέρος του H)
- Λήψη του πίνακα $M_{k,n-k}$
- Κατασκευή $G_{k,n} = [\, I_k \mid M_{k,n-k} \,]$

Υπολογισμός απόστασης

A) Αν δίνονται όλες οι κωδικολέξεις ⟶ ελάχιστο βάρος λέξης

B) Αν δίνεται ο H: Δοκιμή για την εύρεση 2, 3, 4, …, d γραμμικά εξαρτημένων γραμμών του H (με άθροισμα 0)

[όριο Singleton: $d-1 \leq n-k$]

ΘΕΜΑ 6

ΕΞ2015Β

Δίνεται ο γραμμικός συστηματικός κώδικας C = {1111111, 1110010, 1101000, 1100101, 1011001, 1010100, 1001110, 1000011, 0111100, 0110001, 0101011, 0100110, 0011010, 0010111, 0001101, 0000000}

Ζητούνται τα ακόλουθα:

α) Τα χαρακτηριστικά του κώδικα (n, k, d), ***(2 μονάδες)***

β) Ό γεννήτορας πίνακας G, ***(5 μονάδες)***

γ) Ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας H, ***(5 μονάδες)***

δ) Η κωδική λέξη στην οποία κωδικοποιείται ένα μήνυμα πληροφορίας της επιλογής σας ***(4 μονάδες)***

ε) Η αποκωδικοποίηση της ληφθείσας λέξης '1100001'. ***(4 μονάδες)***

(Σύνολο μονάδων 20)

Θ6/ Εξ 2015Β

α) $\eta = 7$ $\quad k = \log_2\{\text{αριθμός κωδικολέξεων}\} = \log_2(16) = 4$

αριθμός bits / κωδικολέξη.

$d = \min\{\text{βάρος κωδικολέξεων}\} = 3$

λέξεις κώδικα

I_k

β) $G = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$

k= 4 γραμμές

γ) $H = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$ $\leftarrow I_{\eta-k}$

δ.) έστω το μήνυμα 1 1 0 1

Κωδικοποίηση: $1\,1\,0\,1 \cdot G = 1\,1\,0\,1 : 0\,0\,0$

ε.) Αποκωδικοποίηση $x = 1\,1\,0\,0\,0\,0\,1$

$x \cdot H = 1\ 0\ 0$ (→ 5η γραμμή του H

⇒ σφάλμα στο 5ο bit (ΤΔΑ))

$x' = 1\,1\,0\,0\,1\,0\,1$

ΘΕΜΑ 6 ΕΞ 2015Α

Δίδεται ένα γραμμικός συστηματικός κώδικας C με τον παρακάτω πίνακα ισοτιμίας H

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

α) Να βρείτε τις τιμές των n και k. ***(4 μονάδες)***

β) Να βρείτε πιθανές τιμές για τα bits που λείπουν στις γραμμές 2 και 3 γνωρίζοντας ότι η λέξη [0110011] είναι κωδική λέξη ενώ η ελάχιστη απόσταση του κώδικα είναι d=4. ***(12 μονάδες)***

γ) Να αποφανθείτε αν η λέξη [0101010] είναι κωδική λέξη ή όχι. ***(6 μονάδες)***

(Σύνολο μονάδων 22)

α). Με βάση τη διάσταση του πίνακα ισοτιμίας έχουμε ότι n=7 και n-k=4 ⇒ $k = 3$

β) Για να βρούμε πιθανές τιμές για τις δύο γραμμές θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας ότι το γινόμενο της κωδικής λέξης με τον πίνακα ισοτιμίας είναι 0, δηλαδή cH=0 όπου c=[0110011]. Επειδή το γινόμενο αυτό αντιστοιχεί με το άθροισμα των γραμμών του πίνακα ισοτιμίας που αντιστοιχούν στις μη μηδενικές θέσεις της κωδικής λέξης έχουμε ότι:

Γραμμή 2+ Γραμμή 3 + Γραμμή 6 + Γραμμή 7 = Γραμμή 2 + Γραμμή 3 + [0011].

Από τα παραπάνω συνάγουμε το συμπέρασμα ότι τα πρώτα 2 bits στις γραμμές 2 και 3 είναι είτε 0 είτε 1. Δηλαδή *Γραμμή 2 = [00**]* και *Γραμμή 3 = [00**]* ή *Γραμμή 2 = [11**]* και *Γραμμή 3 = [11**]*. Επίσης θα πρέπει τα άλλα δύο bits στις στήλες 3 και 4 να είναι 0 και 1 εναλλάξ. Οπότε βγάζουμε το συμπέρασμα ότι οι παρακάτω είναι πιθανοί συνδυασμοί που πληρούν τη συνθήκη ότι το γινόμενο cH=0.

1. Γραμμή 2 = [0001] και Γραμμή 3 = [0010]
2. Γραμμή 2 = [0010] και Γραμμή 3 = [0001]
3. Γραμμή 2 = [1101] και Γραμμή 3 = [1110]
4. Γραμμή 2 = [1110] και Γραμμή 3 = [1101]

Σχόλια:
- *Τα ερωτήματα είναι ανεξάρτητα οπότε π.χ. το γ μπορούσε να απαντηθεί ανεξάρτητα από το β*
- *Για το β η βασική ιδέα είναι ότι οι ζητούμενες γραμμές του Η πρέπει οπωσδήποτε να έχουν 3 '1', γιατί αν έχουν λιγότερα '1' θα οδηγήσουν σε κώδικα με απόσταση μικρότερη του 4 (αφού π.χ με 2 '1' η καθεμιά από αυτές θα αθροίζει 0000 με άλλες 2 γραμμές του Η)*

Επιπλέον μας δίνεται ότι η διάσταση του κώδικα είναι 4 (ελάχιστη απόσταση) άρα θα πρέπει οι παραπάνω συνδυασμοί να πληρούν κι αυτοί τη συνθήκη.

Με βάση αυτά η επιλογή 1 αποκλείεται να είναι αποδεκτή λύση καθότι η πρόσθεση της Γραμμής 2 = [0001] και της Γραμμής 7 = [0001] δίνουν μηδενικό αποτέλεσμα και άρα απόσταση 2 (άτοπο). Ομοίως και για την επιλογή 2. Άρα αποκλείεται οι δύο γραμμές να έχουν μηδενικά bits στις 2 πρώτες στήλες. Άρα απομένουν οι άλλες δύο επιλογές, 3 και 4 που είναι ισοδύναμες και βλέπουμε ότι πληρούν και το κριτήριο της απόστασης 4 αφού μπορούμε να βρούμε κατ' ελάχιστο 4 σειρές που να αθροίζονται στο 0.

γ) Η λέξη ΔΕΝ είναι κωδική αφού το βάρος της είναι 3 ενώ η απόσταση του κώδικα είναι 4 πράγμα το οποίο σημαίνει ότι το ελάχιστο βάρος κωδικής λέξης κώδικα είναι 4. Δηλαδή δεν χρειάζεται να κάνουμε δοκιμές με τις 2 παραλλαγές του πίνακα ισοτιμίας Η που βρήκαμε από το ερώτημα 3 αφού μας αρκεί το γεγονός ότι μας δίνεται ως δεδομένο ότι η απόσταση του κώδικα είναι 4.

Δίκτυα Υπολογιστών

Μετάδοση αρχείων σε πακέτα

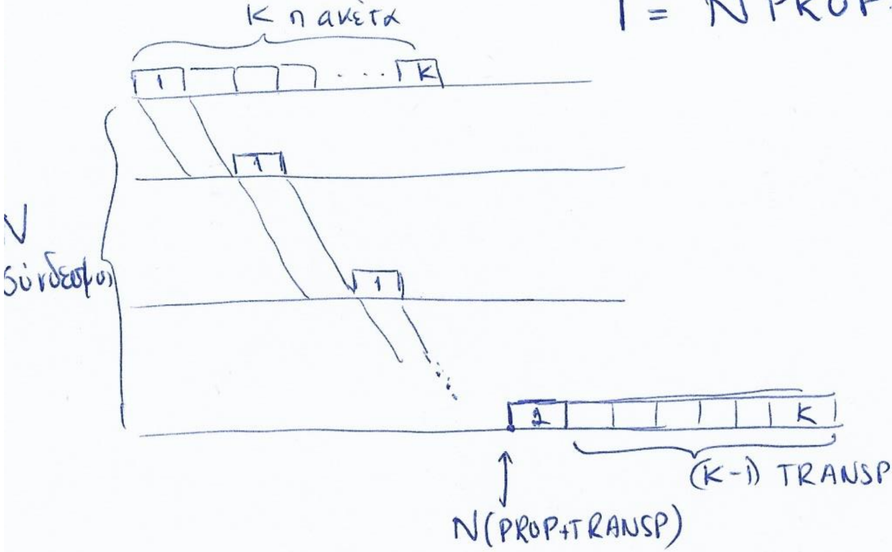
Μεταγωγή πακέτου με ιδεατά κυκλώματα

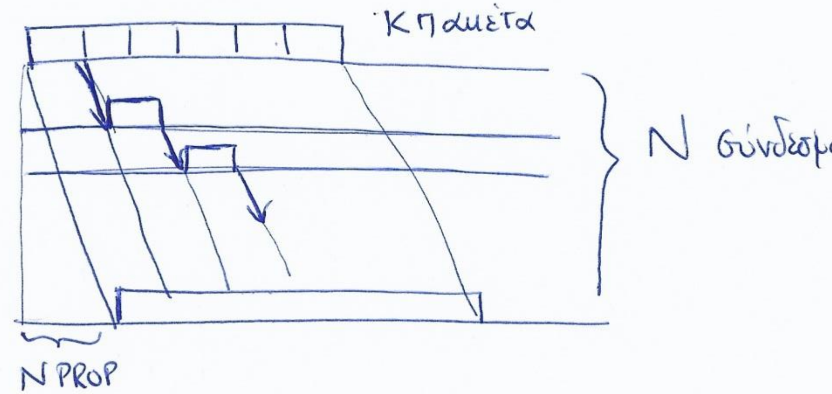
$$T = T_{SETUP} + N\,PROP + (N+K-1)\,TRANSP$$

χρόνος εγκαθίδρυσης ιδεατού κυκλώματος

Μεταγωγή Αυτοδύναμων πακέτων

$$T = N\,PROP + (N+K-1)\,TRANSP$$





ΓΕ1/1718/Θ1,5
Εξ.2014Α/Θ5

ΓΕ1/2021/Θ2

ΓΕ1/1819/Θ2,3
ΓΕ1/1920/Θ4

Ασκήσεις
ΓΕ1/1718/Θ2,3,4,6
ΕΞ2011Β/Θ3
ΕΞ2012Β/Θ3
ΕΞ2013Β/Θ3
ΕΞ2016Α/Θ3
ΕΞ2016Β/Θ6
ΕΞ2017Α/Θ6
ΕΞ2017Β/Θ5

Πρωτόκολλα επανεκπομπής -τυπολόγιο

ABP

ΌτανPER=0 $$n_{ABP} = \frac{TRANSP}{RTT}$$

ΌτανPER>0 $$n_{ABP} = \frac{TRANSP}{RTT + T\frac{1-p}{p}}$$

GBN

Όταν PER=0 $$n_{GBN} = \min\left\{1, W\frac{TRANSP}{RTT}\right\}$$

Όταν PER>0 $$n_{GBN} = \frac{TRANSP}{TRANSP + T\frac{1-p}{p}}$$

Όταν PER>0

και T=WxTRANSP $$n_{GBN} = \frac{1}{1 + W\frac{1-p}{p}}$$

TRANSP: ΠΑΝΤΑ ο χρόνος μετάδοσης στην 1η ζεύξη

$$p = \text{Prob(succ.data packet Tx AND succ. ACK Rx)}$$

SRP

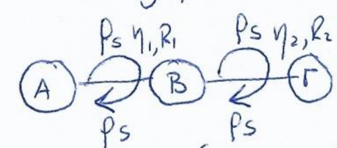
Όταν PER=0 $$n_{SRP} = \min\left\{1, W\frac{TRANSP}{RTT}\right\}$$

Όταν PER>0

και T=WxTRANSP

και $(1-p)W \le 10\%$ $$n_{SRP} \approx \frac{2+(1-p)(W-1)}{2+(1-p)(3W-1)}$$

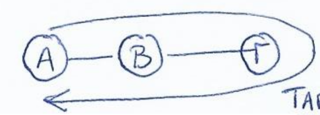
Throughput $T = \eta \cdot R$



Επιμέρους πρωτόκολλα

$T_{A\Gamma} = \min\{\eta_1 R_1, \eta_2 R_2\}$ $\quad p_{sAB} = p_s^2$

$p_{sB\Gamma} = p_s^2$



end-end πρωτόκολλο

$T_{A\Gamma} = \eta \min\{R_1, R_2\}$

72

$p_{s\,A\Gamma} = p_s^4$

ΓΕ1/1920/Θ1
ΓΕ5/2021/Θ4
ΕΞ2020Α/Θ3

ΓΕ1/1819/Θ1,4
ΕΞ2018Α/Θ6, ΕΞ2018Β/Θ5

ΘΕΜΑ 5

Μέσα από ένα αμφίδρομο δορυφορικό δίαυλο (κανάλι) με ρυθμό μετάδοσης δεδομένων 100Kbps στέλνονται πλαίσια των 6000bit. Οι επικεφαλίδες καταλαμβάνουν 600bit από τα 6000bit του πλαισίου. Οι επιβεβαιώσεις είναι πολύ μικρές και ο χρόνος μετάδοσης τους θεωρείται αμελητέος.

Ποιος είναι ο καθαρός ρυθμός δεδομένων (data bits/sec) που βλέπει ο τελικός χρήστης αν χρησιμοποιείται:

<u>Ερώτηση 1:</u> πρωτόκολλο STOP-AND-WAIT;

<u>Ερώτηση 2:</u> πρωτόκολλο GO-BACK-N με μέγεθος για το παράθυρο ίσο με 7πλαίσια;

<u>Ερώτηση 3:</u> πρωτόκολλο SELECTIVE-REPEAT με μέγεθος για το παράθυρο ίσο με 16 πλαίσια;

Να εξηγήσετε σε κάθε περίπτωση γιατί έχουμε «χαμένο» ρυθμό μετάδοσης σε σχέση με το συνολικό ρυθμό μετάδοσης του δίαυλου. <u>Δίδονται:</u> (α) η καθυστέρηση Διάδοσης για κάθε κατεύθυνση είναι PROP=300ms και (β) ο ρυθμός εσφαλμένων πλαισίων δεδομένων και επιβεβαιώσεων σε κάθε κατεύθυνση της ζεύξης θεωρείται αμελητέος.

Καθώς το κάθε πλαίσιο έχει 6000 bit από τα οποία τα 5400bit είναι δεδομένα
(α) πρωτόκολλο STOP-AND-WAIT;
Ο χαμένος ρυθμός μετάδοσης οφείλετε στις επικεφαλίδες και στην απόδοσης του πρωτοκόλλου λόγω επιβεβαιώσεων
S= TRANSP+PROP+TRANSA+PROP
Επειδή TRANSA→0
S=TRANSP+2PROP = 6000/100000 + 2*0,3=0,66sec
η=TRANSP/S=0,06/0,66=0,091
Ο καθαρός ρυθμός δεδομένων που βλέπει ο χρήστης είναι
5400bits/S=5400/0,66bps= 8,18Kbps
ή
100000* η * (5400/6000) = 100000 * 0,06/0,66 * (5400/6000) = 8,18Kbps

(β) πρωτόκολλο GO-BACK-N με μέγεθος για το παράθυρο7πλαίσια;
Επειδή
W x TRANSP= 7 *0,06=0,42sec < S
η=W*TRANSP/S=7*0,06/0,66
Οπότε δεν έχουμε συνεχή ροή πλασίων
Άρα ο καθαρός ρυθμός δεδομένων που βλέπει ο χρήστης είναι
W*5400bits/S=7*5400/0,66bps= 57,27kbps
ή
100000*η * (5400/6000) = 100000*(7*0,06/0,66)*(5400/6000) = 57,27 Kbps

(γ) πρωτόκολλο SELECTIVE-REPEAT με μέγεθος για το παράθυρο 16 πλαίσια;
Επειδή
W x TRANSP= 16 *0,06=0,96sec > S
Έχουμε συνεχή ροή πλαισίων
Άρα ο καθαρός ρυθμός δεδομένων που βλέπει ο χρήστης είναι
100000 * 5400/6000 bps = 90kbps

ΘΕΜΑ 3 ΕΞ2015Α

Δύο κόμβοι Α και Β συνδέονται μεταξύ τους με οπτική ίνα για την οποία ισχύει ότι η πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης πλαισίου δεδομένων είναι p ενώ οι επιβεβαιώσεις παραδίδονται χωρίς απώλειες.

Για κάθε ένα από τα πρωτόκολλα επανεκπομπής Go-Back-N και SRP, υπολογίστε ποια είναι η μέγιστη τιμή του χρόνου προθεσμίας (συναρτήσει της καθυστέρησης μετάδοσης *TRANSP* και της πιθανότητας p), ώστε η απόδοση του πρωτοκόλλου να είναι πάνω από 90% θεωρώντας ότι για το κάθε πρωτόκολλο ο χρόνος προθεσμίας είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ' επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% κάτω από συνθήκες απουσίας σφαλμάτων μεταφοράς.

Κάντε εφαρμογή για *TRANSP* = 2 msec και p = 0,99. Θεωρείστε ότι ισχύουν όλες οι προϋποθέσεις εφαρμογής του τύπου του βιβλίου σχετικά με την απόδοση του πρωτοκόλλου SRP.

(9 μονάδες για κάθε πρωτόκολλο επανεκπομπής. Σύνολο μονάδων 18)

α) Go-Back-N

Με δεδομένο ότι ο χρόνος προθεσμίας είναι ίσος με εκείνη την τιμή του χρόνου μετάβασης μετ' επιστροφής που δίδει τη μέγιστη απόδοση του 100% κάτω από συνθήκες απουσίας σφαλμάτων μεταφοράς η απόδοση του πρωτοκόλλου Go-Back-N είναι:

$$n_{GBN} = \frac{p}{p+(1-p)W}$$

οπότε

$$\frac{p}{p+(1-p)W} \geq 0.9 \Rightarrow p \geq 0.9p + 0.9(1-p)W \Rightarrow \frac{0.1p}{0.9(1-p)} \geq W \Rightarrow$$

$$\frac{p}{9(1-p)} \geq W$$

Άρα η μέγιστη τιμή του χρόνου προθεσμίας T=WxTRANSP είναι

$$\frac{p}{9(1-p)} TRANSP \geq T$$

Άρα αντικαθιστώντας τις τιμές στον παραπάνω τύπο έχουμε
T_{GBN}=22 msec

β) SRP

Ομοίως για την απόδοση του πρωτοκόλλου SRP η απόδοση δίνεται από τον τύπο:

$$n_{SRP} = \frac{2+(1-p)(W-1)}{2+(1-p)(3W-1)}$$

οπότε

$$\frac{2+(1-p)(W-1)}{2+(1-p)(3W-1)} \geq 0.9 \Rightarrow 2+(1-p)(W-1) \geq 0.9[2+(1-p)(3W-1)] \Rightarrow \frac{0.1(1+p)}{1.7(1-p)} \geq W \Rightarrow$$

$$\frac{1+p}{17(1-p)} \geq W$$

Άρα η μέγιστη τιμή του χρόνου προθεσμίας T=WxTRANSP είναι

$$\frac{1+p}{17(1-p)} TRANSP \geq T$$

Άρα αντικαθιστώντας τις τιμές στον παραπάνω τύπο έχουμε

T_{SRP}=23,41 msec

ΕΞ2008Α/Θ3

Έστω ένας κόμβος Α ο οποίος μεταδίδει πακέτα δεδομένων, μήκους 6 bits πάνω από ένα ασύρματο κανάλι σε ένα κόμβο Β. Στα πακέτα δεδομένων τοποθετείται επίσης πρόσθετη επικεφαλίδα μήκους 10 bits. Επειδή το κανάλι έχει θόρυβο, το καθένα από αυτά τα πακέτα δεδομένων προστατεύεται από σφάλματα μεταφοράς με την προσθήκη κυκλικού πλεονασμού (CRC) μήκους 4 bits χρησιμοποιώντας το πολυώνυμο γεννήτορα $G(x)=x^3+x+1$. Να υποθέσετε επίσης ότι η χρήση του CRC μείωσε τα σφάλματα μετάδοσης πακέτων σχεδόν στο 0. Η απόσταση μεταξύ των κόμβων Α και Β είναι $3x10^4$ Km, ο ρυθμός μετάδοσης μεταξύ των κόμβων Α και Β είναι 5 Kbits/sec, το συνολικό μέγεθος της επιβεβαίωσης είναι 10 bits, ενώ η ταχύτητα διάδοσης είναι $3x10^5$km/sec.

(α) Μεταξύ των κόμβων Α και Β χρησιμοποιείται πρωτόκολλο επανεκπομπής GoBackN, N=32. Να υπολογιστεί η απόδοση του πρωτοκόλλου επανεκπομπής.

(β) Να βρεθεί ο ρυθμός ροής (bits/sec) των δεδομένων, δηλαδή πόσα bits δεδομένων μεταδίδονται ανά δευτερόλεπτο.

(γ) Να υποθέσετε ότι ο κόμβος θέλει να στείλει τα πακέτα δεδομένων M_1 και M_2, στα οποία προστίθεται ο κυκλικός πλεονασμός (χρησιμοποιώντας το πολυώνυμο γεννήτορα $G(x)=x^3+x+1$) και μεταδίδονται ως μηνύματα T_1 και T_2 πάνω από το ασύρματο κανάλι. Εάν κατά τη στιγμή της μετάδοσης στο μεταδιδόμενο μήνυμα T_1 υπεισέρχεται θόρυβος E_1=1010000001, ενώ στο μήνυμα T_2, υπεισέρχεται θόρυβος E_2=1000100011 να βρείτε εάν ο παραλήπτης κόμβος έχει τη δυνατότητα εντοπισμού του λάθους που υπεισέρχεται λόγω θορύβου στο κάθε ένα από τα μηνύματα.

α)

Τα πακέτα που μεταδίδονται μεταξύ των Α και Β έχουν μήκος

P_1 = Μήκος Επικεφαλίδας + Μήκος Δεδομένων + Μήκος CRC $\Rightarrow$

$$P_1 = 10+6+4=20 \text{ bits} \qquad (1)$$

Ο χρόνος που απαιτείται για να παραληφθεί μια οποιαδήποτε επιβεβαίωση είναι:

$$S_1 = TRANSP_1 + TRANSA + 2 * PROP \qquad (2)$$

$$TRANSP_1 = P_1 \text{ bits/5Kbps} = 20 \text{ bits/5 Kbps} = 0.004 \text{ sec} \qquad (3)$$

$$TRANSA = 10 \text{ bits/5 Kbps} = 0.002 \text{ sec} \qquad (4)$$

$$PROP = 3*10^4/3*10^5 \text{ sec} = 0.1 \text{ sec} \qquad (5)$$

Αντικαθιστώντας τις (3)-(5) στην (2) έχουμε,

$$S_1 = 0.004+0.002+2*0.1=0.005+0.2 = 0.205 \text{ sec} \qquad (6)$$

Επομένως η απόδοση του πρωτοκόλλου GoBack-N όπου N=32 δίνεται από τον τύπο

$$\eta_{GBN} = \min\left\{1, \frac{N \times TRANSP_1}{S_1}\right\} = \min\left\{1, \frac{32 \times 0{,}004}{0{,}205}\right\} = 0{,}624 \qquad (7)$$

β)

Ο ρυθμός ροής πακέτων λ είναι

$$\lambda=32/S_1=32/0{,}205 \text{ πακέτα/sec} = 156 \text{ πακέτα/sec} \qquad (8)$$

Από αυτά τα πακέτα μόνο 6 bits αφορούν σε δεδομένα και άρα ο ρυθμός ροής των δεδομένων είναι 156*6=936 bits/sec

Εναλλακτικά, με χρήση της απόδοσης από (α), θα είχαμε

$$\lambda=n*R=0{,}624*5000=3120 \text{ bits/sec} \qquad (9)$$

Μόνο 6 bits αφορούν σε δεδομένα και άρα ο ρυθμός ροής των δεδομένων είναι

3120*6/20=936 bits/sec.

γ) Άρα για να διαπιστώσουμε εάν ο **παραλήπτης** κόμβος έχει τη δυνατότητα εντοπισμού του λάθους αρκεί να βρει ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης E(x)/G(x) είναι διάφορο του μηδενός.

<u>Περίπτωση 1η: $E_1(x)$= 1010000001</u>

1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1						
			1	0	0	0			
			1	0	1	1			
					1	1	0	0	
					1	0	1	1	
						1	1	1	1
						1	0	1	1
						0	1	0	0

*Σημείωση: Η διαίρεση θα μπορούσε να αποφευχθεί εάν το πολυώνυμο – γεννήτορας είχε ως παράγοντα το (x+1) , οπότε θα μπορούσε να εφαρμοστεί η ιδιότητα με βάση την οποία ο CRC κώδικας ανιχνεύει περιττό αριθμό σφαλμάτων, όμως στην περίπτωση του δεδομένου G(x), αυτό δεν ισχύει διότι δεν μπορεί να γραφεί σε μορφή G(x)=(x+1)*H(x).*

Περίπτωση $2^{η}$: $E_2(x)$= 1000100011

1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
1	0	1	1						
		1	1	1	0				
		1	0	1	1				
			1	0	1	0			
			1	0	1	1			
						1	0	1	1
						1	0	1	1
						0	0	0	0

Διαπιστώνουμε ότι το υπόλοιπο είναι 0 και παρά την ύπαρξη λαθών ο αλγόριθμος **δεν** είναι σε θέση να εντοπίσει το λάθος μήνυμα.

ΕΞ2011Α

ΘΕΜΑ 3

Ένα ABP πρωτόκολλο (δηλ. πρωτόκολλο παύσης και αναμονής) τρέχει πάνω από ένα κανάλι χρησιμοποιώντας μετρητή (timer) για να αναμεταδίδει μετά από ένα διάστημα προθεσμίας επανεκπομπής (TIMEOUT) πλαίσια για τα οποία δεν λαμβάνεται πίσω θετική επιβεβαίωση (λόγω λαθών στο πλαίσιο με τα δεδομένα ή στις επιβεβαιώσεις). Ο μετρητής ξεκινάει μόλις ο αποστολέας αρχίσει να στέλνει ένα πλαίσιο και όχι αφού το στείλει.

Έχετε τα εξής δεδομένα:

- Ταχύτητα μετάδοσης καναλιού ίση με 2 Mbits/sec.
- Μήκος πλαισίου ίσο με 200 bits.
- Χρόνος μετάδοσης επιβεβαίωσης TRANSA=0 λόγω πολύ μικρού μήκους των επιβεβαιώσεων.
- Απόδοση πρωτοκόλλου δίχως λάθη ίση με 33.3%.
- Πιθανότητα λάθους ίση με p=0.05 (1 στα 20 πλαίσια κατά μέσον όρο χρειάζεται να μεταδοθεί ξανά).
- Απόδοση πρωτοκόλλου με λάθη ίση με 10%.

Ζητούνται:

α) Ο χρόνος μετάδοσης ενός πλαισίου TRANSP

β) Η καθυστέρηση διάδοσης (μονής κατεύθυνσης) PROP του σήματος στο κανάλι.

γ) Η διάρκεια TIMEOUT της προθεσμίας επανεκπομπής.

$E \equiv 2011A / \Theta 3$

3.

α) $TRANSP = \frac{[P]}{R} = \frac{200 \text{ bits}}{2 \cdot 10^6 \frac{\text{bits}}{\text{sec}}} = 10^{-4} \text{ sec}$

β) Δίνεται ότι $\eta_0 = 33,3\%$ (χωρίς σφάλματα)

$$\eta_0 = \frac{TRANSP}{RTT} = \frac{TRANSP}{TRANSP + \underbrace{\cancel{TRANSA}}_{0} + 2PROP} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta_0 \cdot TRANSP + 2\eta_0 \cdot PROP = TRANSP \Rightarrow PROP = \frac{(1-\eta_0)TRANSP}{2\eta_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PROP = \frac{0,66}{0,66} \cdot TRANSP = 10^{-4} \text{ sec}$$

γ) Δίνεται ότι $\eta_p = 10\%$ $\quad p_F = 0{,}05 \Rightarrow p_s = 0{,}95$

$$\eta_p = \frac{TRANSP}{RTT + T\,\frac{1-p_s}{p_s}} \Rightarrow \eta_p \cdot RTT + \eta_p \cdot T \cdot \frac{1-p_s}{p_s} = TRANSP \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{TRANSP - \eta_p \cdot RTT}{\eta_p \cdot \frac{1-p_s}{p_s}}$$

$$RTT = TRANSP + \cancel{TRANSA}^{\,0} + 2PROP = 3 \cdot 10^{-4}\,sec$$

$$\Rightarrow T = \frac{10^{-4}\,sec - 10^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{-4}\,sec}{10^{-1} \cdot \frac{0{,}05}{0{,}95}} = \frac{10^{-3} - 3 \cdot 10^{-4}}{\frac{1}{19}}\,sec =$$

$$= 19 \cdot 0{,}7 \cdot 10^{-3}\,sec = 13{,}3\,msec$$

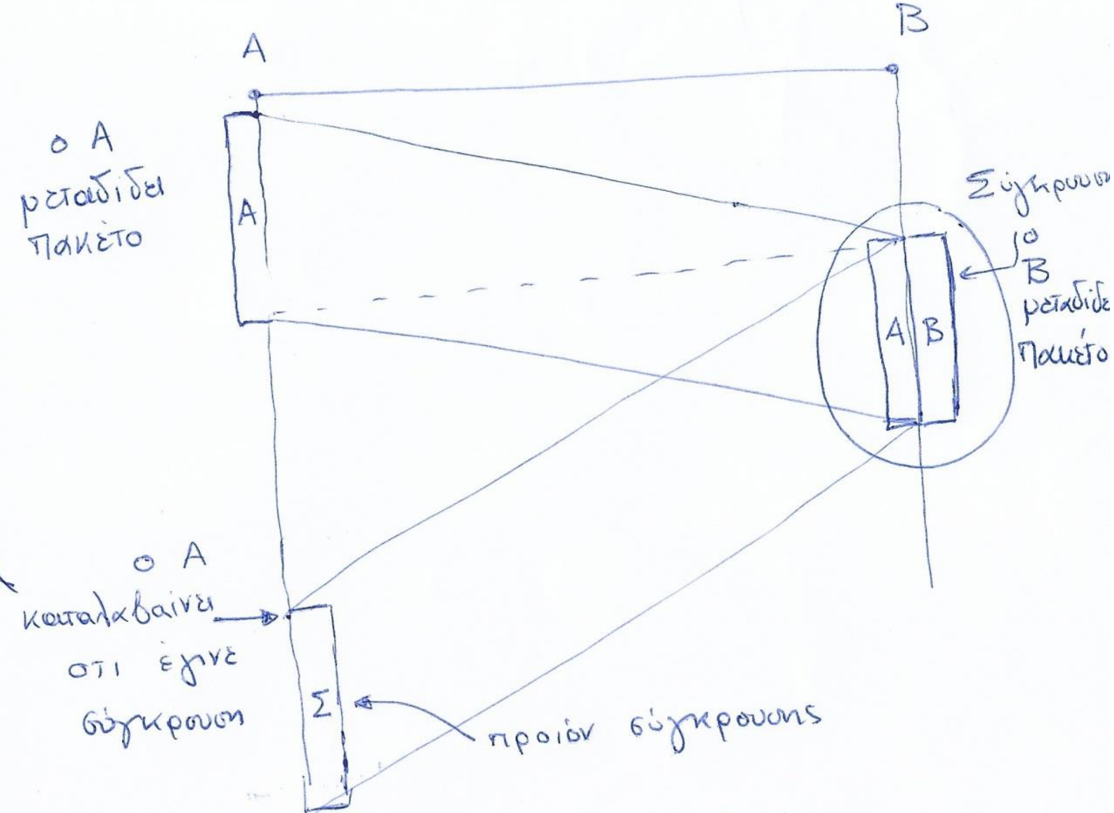
Ethernet - CSMA/CD

Βασικές Σχέσεις

ελάχιστος χρόνος

TRANSP = 2PROP

Γενικά TRANSP ≥ 2PROP.



Αποδοτικότητα CSMA/CD

$$\eta = \frac{1}{1 + 5\,\frac{PROP}{TRANSP}}$$

Ασκήσεις

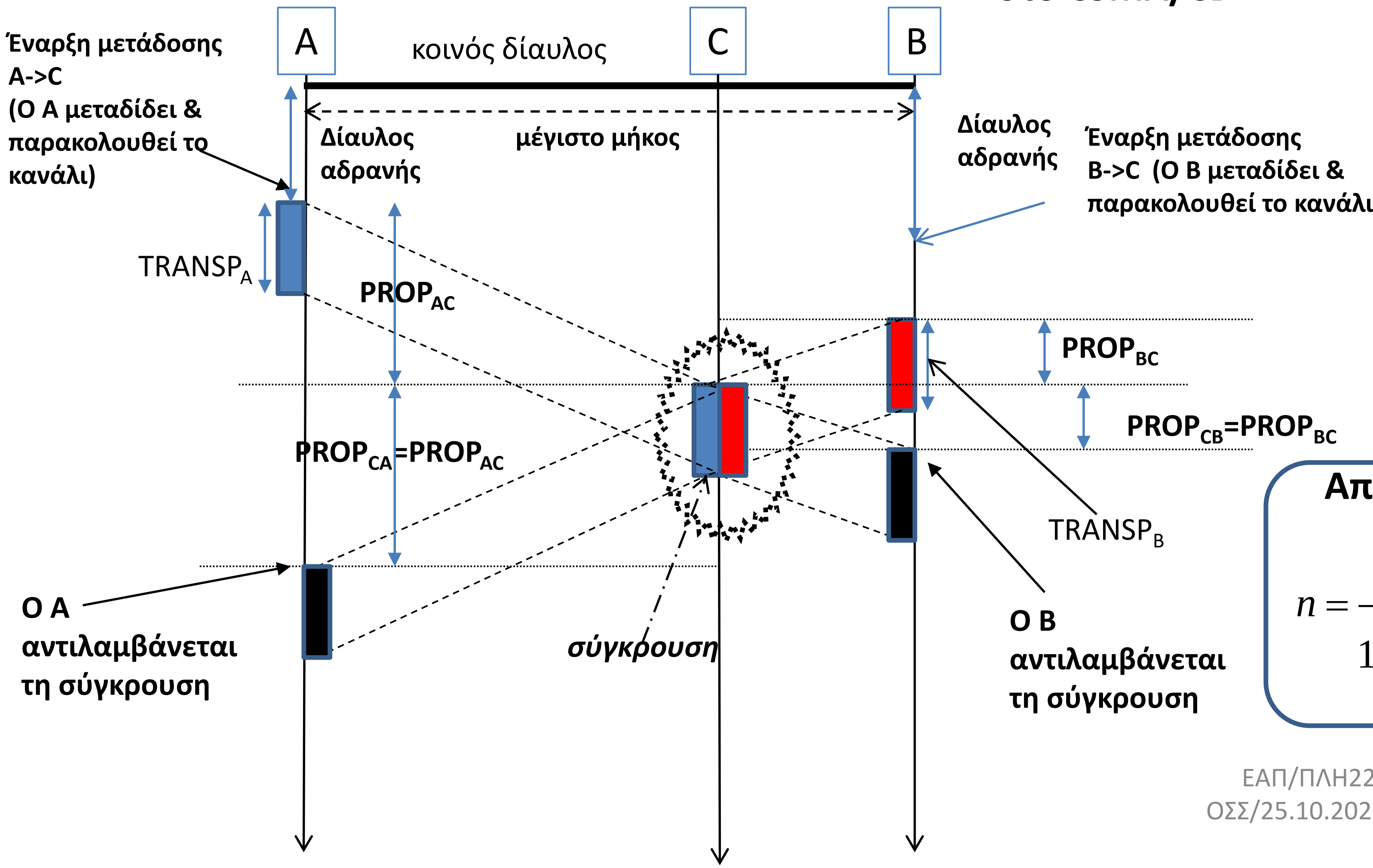
ΓΕ5/17/18/Θ2

ΓΕ1/1819/Θ5
ΓΕ1/1920/Θ5
ΕΞ2011Β/Θ3

ΕΞ2014Β/Θ6
ΕΞ2013Α/Θ3

ΓΕ1/2021/Θ5
ΕΞ2020Β/Θ3

Συνθήκη ανίχνευσης συγκρούσεων στο CSMA/CD



Αποδοτικότητα CSMA/CD

$$n=\frac{1}{1+5\dfrac{PROP}{TRANSP}}$$

Για να μπορέσει ο αποστολέας να αντιληφθεί τη σύγκρουση (ενώ μεταδίδει το πλαίσιο) θα πρέπει TRANSP ≥ 2 PROP

Χειρότερη περίπτωση: Ο C ταυτίζεται με το B (είναι στη μέγιστη δυνατή απόσταση από τον A) $TRANSP \geq 2PROP_{MAX}$ (μέγιστος χρόνος διάδοσης ενός bit end-end)

ΕΞ2020Β

ΘΕΜΑ 3 (15 Μονάδες)

Ένα τοπικό δίκτυο Ethernet χρησιμοποιεί πρωτόκολλο CSMA/CD για την ακρόαση μέσου και την ανίχνευση συγκρούσεων.

Α) Να βρείτε την ελάχιστη απόδοση του πρωτοκόλλου η οποία προκύπτει όταν το μέγεθος του frame είναι τέτοιο ώστε να υπάρχει η δυνατότητα ανίχνευσης συγκρούσεων. **(5 Μονάδες)**

Β) (i) Αν η απόδοση του πρωτοκόλλου είναι 50% να δείξετε ότι ο χρόνος μετάδοσης ενός πακέτου είναι 5πλάσιος του χρόνου διάδοσης. **(5 Μονάδες)**

(ii) Αυξάνεται ή μειώνεται η απόδοση του πρωτοκόλλου αν διπλασιαστεί το μέγεθος του πακέτου που οδήγησε σε απόδοση 50% στο ερώτημα Β(i) και ποια είναι η νέα τιμή της απόδοσης; **(5 Μονάδες)**

Α) Η απόδοση $\eta_{\mathrm{CSMA/CD}}$ του πρωτοκόλλου CSMA/CD δίνεται από τον τύπο

$$\eta_{\mathrm{CSMA/CD}} = \frac{1}{1+5\alpha}$$

Όπου α

$$\alpha = \frac{PROP}{TRANSP}$$

Γνωρίζουμε ότι για να υπάρχει δυνατότητα ανίχνευσης των συγκρούσεων θα πρέπει

$$TRANSP \geq 2 \cdot PROP$$

Άρα

$$\alpha \leq \frac{1}{2}$$

Και η ελάχιστη απόδοση προκύπτει όταν το α παίρνει την μεγαλύτερη τιμή του, δηλαδή όταν,

$$\alpha = \frac{1}{2}$$

Συνεπώς

$$\eta_{\mathrm{CSMA/CD}} = \frac{1}{1+5\frac{1}{2}} = \frac{2}{7} = 28{,}57\%$$

B.(i) Πάλι από τον τύπο της απόδοσης $\eta_{\mathrm{CSMA/CD}}$ του πρωτοκόλλου

$$\eta_{\mathrm{CSMA/CD}} = 50\% \Leftrightarrow \frac{1}{1+5\alpha} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{5}$$

Γνωρίζουμε όμως ότι,

$$\alpha = \frac{PROP}{TRANSP} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow TRANSP = 5 \cdot PROP$$

B.(ii) Αν θέσουμε ως L το μέγεθος του frame το οποίο επιτυγχάνει απόδοση 50% γνωρίζουμε από το προηγούμενο ερώτημα B(i) ότι,

$$TRANSP = 5 \cdot PROP \Leftrightarrow \frac{L}{R} = 5 \cdot PROP$$

Αν $TRANSP'$ είναι ο χρόνος μετάδοσης του πακέτου με μέγεθος L' που είναι διπλάσιο του L δηλαδή $L' = 2L$, τότε προκύπτει

$$TRANSP' = \frac{L'}{R} = \frac{2L}{R} = 2 \cdot TRANSP = 2 \cdot 5 \cdot PROP = 10 \cdot PROP$$

$$\alpha = \frac{PROP}{TRANSP'} = \frac{PROP}{10 \cdot PROP} = \frac{1}{10}$$

$$\eta_{\text{CSMA/CD}} = \frac{1}{1+5\alpha} = \frac{2}{3} = 66{,}667\%$$

Άρα η απόδοση του πρωτοκόλλου αυξάνεται με το διπλασιασμό του μεγέθους του frame πράγμα αναμενόμενο καθότι όσο αυξάνεται το μέγεθος του frame τόσο αυξάνεται και η απόδοση του CSMA/CD (βλ. άσκηση αυτοαξιολόγησης 5.3)

ΘΕΜΑ 3

ΕΞ2011Β

Ας θεωρήσουμε ένα κανάλι πολλαπλής πρόσβασης ενός δικτύου με χωρητικότητα C=100 Mbits/sec και μήκος D=600m πάνω στο οποίο συνδέονται N σταθμοί διαδοχικά και με ίσες αποστάσεις μεταξύ διαδοχικών σταθμών. Πάνω στο κανάλι χρησιμοποιείται το πρωτόκολλο τύπου CSMA/CD που έχει απόδοση 0,4 ενώ η ταχύτητα διάδοσης του σήματος στο κανάλι είναι V=200000 km/sec.

α) Να υπολογίστε το ρυθμό ροής σε frames/sec του καναλιού συνολικά καθώς και το αντίστοιχο ελάχιστο μήκος του frame (πακέτο) το οποίο χρησιμοποιείται από τους N σταθμούς όταν αυτοί μεταδίδουν. *(8 μονάδες)*

β) Ας υποθέσουμε τώρα ότι χρήστες σε καθένα από τους N σταθμούς στέλνουν βίντεο. Το βίντεο που στέλνουν έχει γυριστεί με ρυθμό 24 εικόνες/sec. Η κάθε εικόνα αποτελείται από 1000 στοιχειώδη κομμάτια (pixels). Το κάθε pixel που αντιστοιχεί στην φωτεινότητα είναι δυνατόν να πάρει μία εκ των 256 τιμών, χρειάζονται δηλαδή 8 bits για να κωδικοποιηθεί.

> **i)** Πόσα frames ανά sec στέλνει ο κάθε σταθμός στο κανάλι για να μεταδίδει το βίντεο; *(5 μονάδες)*
>
> **ii)** Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός σταθμών N που μπορεί να υποστηριχτεί από το παραπάνω δίκτυο απόδοσης 0,4; *(7 μονάδες)*

α)

Εφόσον η απόδοση είναι η=0,4 αυτό σημαίνει ότι από τον τύπο της απόδοσης του πρωτοκόλλου CSMA/CD έχουμε

$$\eta_{CSMA/CD} = \frac{1}{1+5a} = 0.4, \quad a = \frac{PROP}{TRANSP}$$
$$\alpha = 0.3$$

Γνωρίζουμε όμως ότι $PROP = \dfrac{D(\text{Απόσταση})}{V(\text{Ταχύτητα Διάδοσης})}$ και $TRASNP = \dfrac{F(\text{Απόσταση})}{C(\text{Χωρητικότητα Καναλιού})}$

Άρα

$$a = \frac{PROP}{TRANSP} = \frac{\frac{D}{V}}{\frac{F}{C}} = 0.3 \Rightarrow F = \frac{C \cdot D}{0.3 \cdot V} = \frac{10^8 (bits/\sec) \cdot 600m}{0.3 \cdot 2 \cdot 10^8 (m/\sec)} \Rightarrow F = 1000\ bits$$

Αφού το κανάλι έχει χωρητικότητα 100 Mbits/sec και η απόδοσή του είναι 0,4 συνεπάγεται ότι ο μέγιστος συνολικός ρυθμός μετάδοσης που υποστηρίζεται είναι

ρ=40 Mbits/sec = 40000 frames/sec.

β)

Ο ρυθμός δεδομένων που παράγεται από έναν χρήστη είναι:

r=(24 εικόνες/sec) x 1000 (pixels/εικόνα) x (8 bits/pixel)=192.000 bits/sec=192Kbits/sec.

(i) Άρα με δεδομένο ότι το κάθε frame έχει μήκος 1000 bits τότε ο κάθε χρήστης στέλνει 192 frames/sec

(ii) Εφόσον ο συνολικός ρυθμός μετάδοσης στο δίκτυο είναι 40000 frames/sec και ο κάθε κόμβος πρέπει να στέλνει 192 frames/sec τότε ο μέγιστος αριθμός των σταθμών που μπορεί να υποστηρίξει το δίκτυο είναι:

N_{max}=(40000 frames/sec)/(192 frames/sec)=208.33, δηλαδή 208 κόμβοι.

Σημ: Στις επόμενες διαφάνειες παρατίθεται πιο αναλυτικά το σκεπτικό της λύσης και οι σχετικοί υπολογισμοί:

$$\eta = \frac{1}{1 + 5\frac{PROP}{TRANSP}}$$

$$PROP = \frac{D}{v}$$

$$TRANSP = ?$$

$$1 + 5\frac{PROP}{TRANSP} = \frac{1}{\eta}$$

$$5\frac{PROP}{TRANSP} = \frac{1}{\eta} - 1$$

$$TRANSP = \frac{5\,PROP}{\frac{1}{\eta} - 1} = \frac{5\frac{D}{v}}{\frac{1}{\eta} - 1} = \frac{5\frac{600\,m}{200{,}000 \cdot 10^3 \frac{m}{s}}}{\frac{1}{0.4} - 1} =$$

$$= \frac{5 \cdot \frac{6 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^8} sec}{2{,}5 - 1} = \frac{15}{1{,}5} \cdot 10^{-6} s = 10 \cdot 10^{-6} sec$$

$$TRANSP = \frac{L[bits]}{C[bits/sec]} \Rightarrow L[bits] = TRANSP \cdot C =$$

$$= 10 \cdot 10^{-6} \cdot sec \; 100 \cdot 10^6 \; bits/sec = 1000 \; bits/frame$$

Ρυθμός Ροής πακέτων $(frames/sec) = \dfrac{\eta C \frac{bits}{sec}}{L \frac{bits}{frame}} = \dfrac{0{,}4 \cdot 100 \cdot 10^6 \frac{bits}{sec}}{1000 \frac{bits}{frame}} =$

$$= 0{,}4 \cdot 10^5 \frac{frames}{sec} = 40.000 \frac{frames}{sec}$$

ΕΑΠ / ΠΛΗ22 / ΗΛΕ.41 / έκτακτη ΟΣΣ / 05.06.2021 / Ν.Δημητρίου

Video : $24 \frac{\text{images}}{\text{sec}}$

$1000 \frac{\text{pixels}}{\text{image}}$

$8 \frac{\text{bits}}{\text{pixel}}$

Για έναν χρήστη R1 ⟶ $R_{video} = 24 \frac{\text{images}}{\text{sec}} \cdot 1000 \frac{\text{pixels}}{\text{image}} \cdot 8 \frac{\text{bits}}{\text{pixel}} =$

α) $= 192 \cdot 10^3 \frac{\text{bits}}{\text{sec}} \longrightarrow \frac{192 \cdot \cancel{10^3}}{\cancel{1000}} \frac{\text{frames}}{\text{sec}}$

R_1"

β) $N_{max} \leq \frac{\eta C}{R_1} = \frac{0.4 \cdot 10 \cdot 10^{5} \text{ bits/sec}}{192 \cdot \cancel{10^3} \text{ bits/sec}} = \frac{40000}{192} \simeq 208,33$

$\downarrow$

$N_{max} = 208$

Switches

- Λήψη πακέτου σε θύρα I
  MAC αποστολέα
- Προσθήκη σε switch table της αντιστοίχισης MAC, θύρας αποστολέα
- Αν η MAC παραλήπτη υπάρχει στο switch table ⇒ προώθηση στην αντίστοιχη πόρτα
  ↳ ειδάλλως ⇒ προώθηση σε όλες τις υπόλοιπες πόρτες

ΓΕ1/2021/Θ6

ARP.

Σκοπός: Εύρεση MAC δ/σης
παραλήπτη με γνώση της IP δ/σης

αποστολέας:

- Αποστολή ARP Request

MAC αποστολέα	Broadcast MAC
IP αποστολέα	IP παραλήπτη

Broadcast MAC
FF.FF.FF.FF.FF.FF
όλα '1'

παραλήπτης

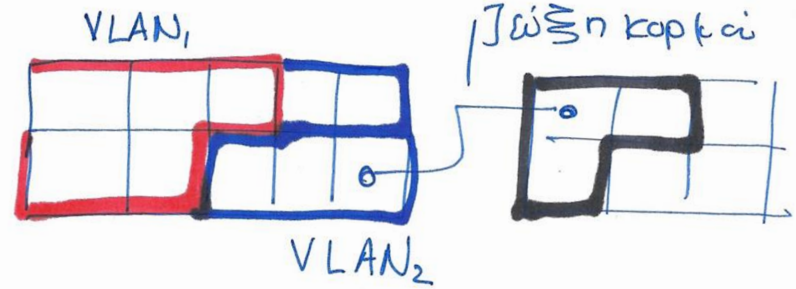
- Απάντηση ARP Reply

MAC αποστολέα	MAC παραλήπτη
IP αποστολέα	IP παραλήπτη

ΓΕ1/2021/Θ6

ανανέωση ARP table.

VLAN



Απομόνωση κίνησης

- Δυναμική απόδοση κίνησης
- Προώθηση Δεδομένων μεταξύ VLANS

Λειτουργία 802.1Q VLAN

Προσθήκη στο πλαίσιο 802.1

Ετικέτας VLAN

μήκους 2 byte

12 bit VLANID

Άλλα bit ελέγχου

Αριθμός ζεύξεων κορμού

- εξαρτάται από τον αριθμό switches
- ανεξάρτητος από τον αριθμό VLANs

ΓΕ1/2021/Θ6

Παραδείγματα ερωτήσεων πολλαπλών επιλογών

- *Στις επόμενες διαφάνειες παρατίθενται ενδεικτικά παραδείγματα ερωτήσεων πολλαπλών επιλογών για εξοικείωση με το στυλ του Α! μέρους της εξ αποστάσεως εξέτασης.*
- *Οι ερωτήσεις αυτές δεν οριοθετούν και δεν περιορίζουν σε καμία περίπτωση την εξεταστέα ύλη*
- *Οι ερωτήσεις αυτές είχαν συμπεριληφθεί το 2020 στο demo της πλατφόρμας εξέτασης (δεν ήταν στα αντίστοιχα μέρη Α των τελικών και επαναληπτικών εξετάσεων)*

1. **Εάν είχατε να επιλέξετε μεταξύ των δύο τύπων μεταγωγής πακέτων, θα επιλέγατε τη μεταγωγή με αυτοδύναμα πακέτα γιατί:**

(α) Τα πακέτα φτάνουν στον προορισμό τους με τη σειρά που έχουν σταλεί

(β) παρουσιάζει υψηλότερη ανοχή στα προβλήματα δυσλειτουργίας του δικτύου

(γ) εμφανίζει μικρότερη διακύμανση στο χρόνο μεταφοράς των πακέτων

(δ) επιβαρύνει τους μεταγωγείς του δικτύου με λειτουργίες εγκαθίδρυσης κυκλώματος

1. **Ποιο από τα παρακάτω πρωτόκολλα δεν είναι πρωτόκολλο επανεκπομπής**

(α) GBN

(β) SRP

(γ) ABP

(δ) UDP

4.Στο πρωτόκολλο ABP

(α) τα πακέτα που μεταδίδονται αριθμούνται με 0 ,1, 0, 1

(β) Δεν υπάρχουν πακέτα επιβεβαίωσης παρά μόνο χρονομετρητές

(γ) τα πακέτα που χάθηκαν ή έφτασαν φθαρμένα αναμεταδίδονται μόλις ο αποστολέας λάβει αρνητική επιβεβαίωση από τον δέκτη.

(δ) Εάν χαθεί πακέτο επιβεβαίωσης, αναμεταδίδεται μόλις λήξει η προθεσμία του.

1. **Στο πρωτόκολλο GBN**

(α) τα πακέτα που μεταδίδονται αριθμούνται με 0 ,1, ...W-1

(β) Τα υπάρχουν πακέτα επιβεβαίωσης, επιβεβαιώνουν το σύνολο των W πακέτων που μεταδίδονται από τον αποστολέα.

(γ) Για τα πακέτα που χάθηκαν ή έφτασαν φθαρμένα στον δέκτη, ο δέκτης στέλνει αρνητικό πακέτο επιβεβαίωσης.

(δ) Εάν χαθεί πακέτο επιβεβαίωσης, αναμεταδίδεται ξανά από τον δέκτη μόλις λήξει η προθεσμία του.

1. Ποιο είναι το πληροφοριακό περιεχόμενο μιας τυχαίας μεταβλητής X η οποία αντιστοιχεί στο στρίψιμο ενός νομίσματος με 2 κορώνες

- Α. 0 bit
- Β. 1 bit
- Γ. 0.5 bits
- Δ. Κανένα από τα παραπάνω

2. Δίνεται η τυχαία μεταβλητή X={1,2,3,4} με κατανομή εμφάνισης συμβόλων p(X)={1/2, 1/4, 1/8, 1/8}, αντίστοιχα. Ποιο σύμβολο έχει το μικρότερο πληροφοριακό περιεχόμενο και πόσο είναι αυτό σε bits.

Α. X=1 και 0.5 bits

Β. X=1 και 1 bit

Γ. X={3,4} και 3 bits

Δ. X={3,4} και 1.75

3. Δίνεται ο κώδικας $\{0, 100, 101, 110, 111\}$. Τί είδους κώδικας είναι αυτός;

- Α. Ιδιάζων
- Β. Μη ιδιάζων
- Γ. Μοναδικώς αποκωδικοποιήσιμος
- **Δ. Άμεσος**

5. Δίνεται ο γραμμικός κώδικας $\{000000, 101010, 010101, 111111\}$. Ο κώδικας αυτός ανιχνεύει:

A. 1 λάθος

B. 2 λάθη

Γ. 3 λάθη

Δ. Κανένα λάθος

1) Ποιο από τα παρακάτω σήματα δεν είναι τριγωνομετρικό:

Α) $cos\,(2\pi 100t)$

Β) $\delta(f-5)+\delta(f+5)$)

Γ) $sin\,(2\pi 100t)$

Δ) rect(t)

Ο ΜΣ Fourier χρησιμοποιείται για την αντιστοίχιση

Α) Εκφράσεων Σημάτων στα Πεδία Χρόνου και Συχνοτήτων

Β) *Αναλογικών* και Ψηφιακών Σημάτων

Γ) Περιοδικών και Απεριοδικών Σημάτων

Δ) Σημάτων Διακριτού και Συνεχούς Χρόνου

Ποιές διαμορφώσεις μεταβάλλουν το πλάτος ενός φέροντος σήματος ανάλογα με τις μεταβολές του σήματος πληροφορίας;

Α) AM, FM, PM

Β) DSB, FM

Γ) AM, DSB, SSB

Δ) AM, PM

Η περίοδος ενός περιοδικού σήματος είναι

Α) Ακέραιος αριθμός

Β) Ρητός Αριθμός

Γ) Πραγματικός αριθμός

Δ) Άρρητος Αριθμός

Το σήμα $x(t)=\delta(t)$ έχει συχνότητα δειγματοληψίας Nyquist

Α) Αρνητική

Β) ίση με 1Hz

Γ) άπειρη

Δ) Δεν υπάρχει συχνότητα δειγματοληψίας με το κριτήριο Nyquist.